

Leçon n°4 : Les fonctions

I) Notion de fonction

A) Définition

Une fonction est un procédé qui à un **nombre de départ** fait correspondre un **nombre d'arrivée** qui est **unique**.



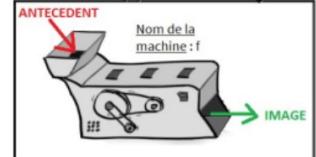
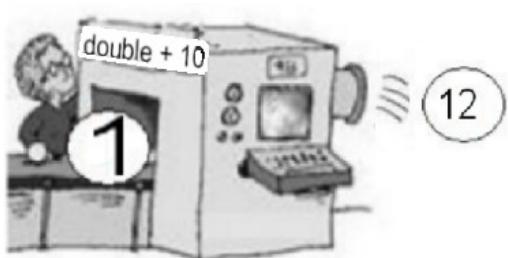
(antécédent)

(image)

Par une **fonction** :
- un nombre a **une seule image**.
- un nombre peut avoir **plusieurs antécédents ou même aucun**.

II) Différentes façons de rencontrer une fonction

A) Avec un programme de calcul



Cette machine mathématique f permet de calculer la somme du double d'un nombre et de 10.

Ainsi lorsque je rentre le nombre 1, la machine me renvoie 12.

Comme précédemment : $f(1) = 12$ ou $f : 1 \rightarrow 12$

De même, la machine f transforme :

- 10 en 30, que l'on note $f(10) = 30$ ou $f : 10 \rightarrow 30$.
- -4 en 2, que l'on note $f(-4) = 2$ ou $f : -4 \rightarrow 2$.

B) Avec une expression algébrique (une formule)

Exemple : Soit f la fonction qui à un nombre associe son carré.

$f(x) = x^2$, on peut aussi écrire $f : x \rightarrow x^2$.

Par f , l'**image** du nombre 5 est 25, on note :

$f(5) = 25$ (on dit : « f de 5 est égale à 25 »)

Par f , 16 a deux **antécédents** : 4 et -4, on note :

$f(4) = 16$ et $f(-4) = 16$

C) Avec un tableau

Antécédents x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Images $g(x)$	1	-0,5	-1	-0,5	1	3,5	7	11,5	17

$$g(2) = 3,5 \quad g(3) = 7 \quad g(-4) = \text{on ne peut pas savoir} \quad g(1) = 1 \quad \text{et aussi } g(-3) = 1$$

l'image de 2 est 3,5

7 a pour antécédent(s) 3 (peut-être aussi d'autres nombres)

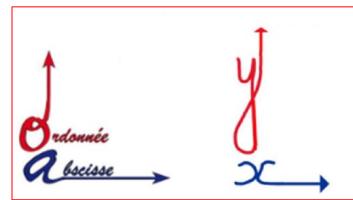
Remarque : En général, par ce procédé, seules quelques images sont données et la fonction g n'est connue qu'en partie.

D) Avec un graphique

Définition : Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$.
Cette représentation graphique est appelée la courbe représentative de la fonction f .

Les antécédents x se lisent sur l'axe des x (abscisses - horizontal).

Les images $f(x)$ se lisent sur l'axe des y (ordonnées - vertical)



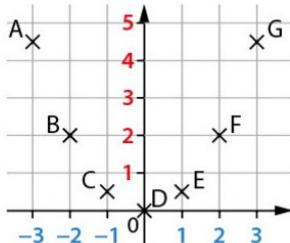
Construire la représentation graphique d'un fonction

Soit la fonction $f : x \mapsto 0,5x^2$.

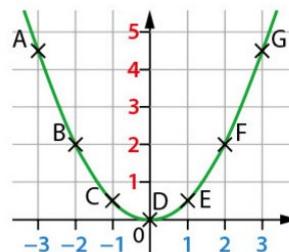
Pour tracer la représentation graphique de la fonction f , on peut calculer les valeurs prises par $f(x)$ pour quelques valeurs de x .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 0,5x^2$	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5
Point	A	B	C	D	E	F	G

On place ensuite les points correspondants de coordonnées $(x, f(x))$ dans un repère.



Quand on a un doute sur le manière de relier deux points, on peut toujours placer des points supplémentaires.



Lire les antécédents et les images sur un graphique

Méthodes : Je cherche l'image

Je cherche l'image de -1 :

- 1 est un antécédent. On place donc -1 sur l'axe des abscisses.
- On cherche le point de la courbe qui a comme abscisse -1 : on se déplace "verticalement" jusqu'à la courbe.
- On se déplace "horizontalement" jusqu'à l'axe des ordonnées. Ce trajet aboutit à 2 sur l'axe des ordonnées.

On lit l'ordonnée de ce point : 2

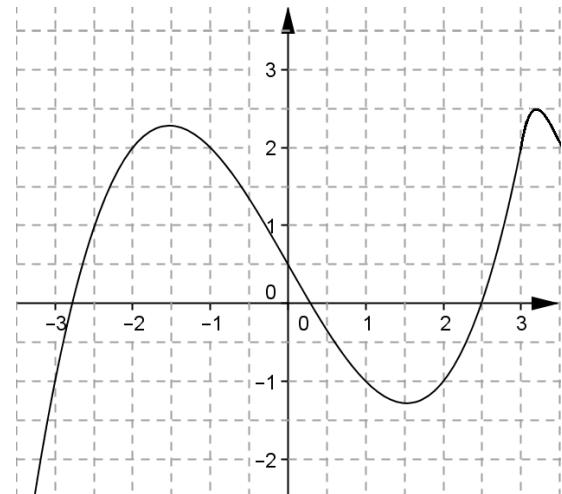
Donc l'image de -1 par la fonction f est 2.

Je cherche $f(2)$:

C'est l'image de 2 par f .

Avec la même méthode, on lit que l'image de 2 par f est -1.

$$f(2) = -1$$



Méthodes : Je cherche des antécédents

Je cherche des antécédents de 2 :

- 2 est une image. On place donc 2 sur l'axe des ordonnées.
- On cherche les points de la courbe qui ont comme ordonnée 2 : on se déplace « horizontalement » jusqu'à la courbe et on repère ainsi tous les points de la courbe ayant 2 pour ordonnée.
- On se déplace « verticalement » à partir de tous ces points jusqu'à l'axe des abscisses.

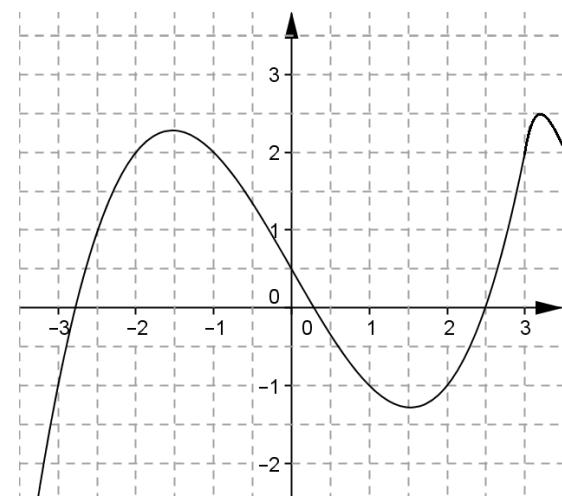
Ces trajets aboutissent à -2 ; -1 et 3 sur l'axe des abscisses.

- On lit les abscisses de ces points : -2 ; -1 et 3

Donc les antécédents de 2 par la fonction f sont -2, -1 et 3 :

$$f(-2) = f(-1) = f(3) = 2$$

Je cherche des antécédents de 3 : Il n'y en a pas.



Remarque : Une lecture graphique ne permet d'obtenir en général que des **valeurs approchées** des images ou des antécédents d'un nombre par une fonction f .