Mathématiques - 3eme

Correction de l'évaluation n°5

▸ Exercice 1 :

version A

1) Dans le triangle GHI rectangle en G,
la tangente de l'angle $\widehat{GHI}$ est défini par :
$\tan\left(\widehat{GHI}\right) = \dfrac{GI}{GH}$
Avec les données numériques :
$\tan(39°) = \dfrac{GI}{7}$
$GI = 7 \times \tan(39°)$
soit $GI \approx 5{,}7$ m.

2) Dans le triangle VWX rectangle en V,
le sinus de l'angle $\widehat{VWX}$ est défini par :
$\sin\left(\widehat{VWX}\right) = \dfrac{VX}{WX}$
Avec les données numériques :
$\sin(49°) = \dfrac{8}{WX}$
$WX = \dfrac{8}{\sin(49°)}$
soit $WX \approx 10{,}6$ m.

version B

1) Dans le triangle RST rectangle en R,
le sinus de l'angle $\widehat{RST}$ est défini par :
$\sin\left(\widehat{RST}\right) = \dfrac{RT}{ST}$
Avec les données numériques :
$\sin(51°) = \dfrac{RT}{15}$
$RT = 15 \times \sin(51°)$
soit $RT \approx 11{,}7$ mm.

2) Dans le triangle JKL rectangle en J,
le cosinus de l'angle $\widehat{JKL}$ est défini par :
$\cos\left(\widehat{JKL}\right) = \dfrac{JK}{KL}$.
Avec les données numériques :
$\cos(40°) = \dfrac{8}{KL}$
$KL = \dfrac{8}{\cos(40°)}$
soit $KL \approx 10{,}4$ mm.

version C

1) Dans le triangle LMN rectangle en L,
le cosinus de l'angle $\widehat{LMN}$ est défini par :
$\cos\left(\widehat{LMN}\right) = \dfrac{LM}{MN}$.
Avec les données numériques :
$\cos(54°) = \dfrac{LM}{15}$
$LM = 15 \times \cos(54°)$
soit $LM \approx 8{,}8$ dm.

2) Dans le triangle ABC rectangle en A,
la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$ est défini par :
$\tan\left(\widehat{ABC}\right) = \dfrac{AC}{AB}$
Avec les données numériques :
$\tan(40°) = \dfrac{9}{AB}$
$AB = 9 \div \tan(40°)$
soit $AB \approx 10{,}7$ dm.

version D

1) Dans le triangle LMN rectangle en L,
le cosinus de l'angle $\widehat{LMN}$ est défini par :
$\cos\left(\widehat{LMN}\right) = \dfrac{LM}{MN}$.
Avec les données numériques :
$\cos(47°) = \dfrac{8}{MN}$
$MN = \dfrac{8}{\cos(47°)}$
soit $MN \approx 11{,}7$ cm.

2) Dans le triangle FGH rectangle en F,
la tangente de l'angle $\widehat{FGH}$ est défini par :
$\tan\left(\widehat{FGH}\right) = \dfrac{FH}{FG}$
Avec les données numériques :
$\dfrac{\tan(55°)}{1} = \dfrac{FH}{10}$
$FH = \dfrac{10 \times \tan(55°)}{1}$
soit $FH \approx 14{,}3$ mm.

▸ Exercice 2 :

1. B étant le milieu du segment [CD], $BD = CD \div 2 = 40 \div 2 = 20$ cm.
   Dans le triangle BED rectangle en E, on a :
   $\tan \widehat{\text{EBD}} = \dfrac{\text{ED}}{\text{EB}}$
   $\tan 30 = \dfrac{20}{\text{ED}}$
   d'où EB = $20 \div \tan 30 = 34,6$

   La longueur EB est donc de 34,6 cm.

2. Dans le triangle SHT rectangle en H, le théorème de Pythagore s'écrit :

   $\text{SH}^2 = \text{ST}^2 + \text{TH}^2$
   d'où $\text{TH}^2 = \text{SH}^2 - \text{ST}^2 = 205^2 - 7,6^2 = 420,25 - 57,76 = 362,49$
   donc TH = $\sqrt{3621,49} \approx 60,18$, soit 60 m au mètre près.

   L'altitude HT est donc de 60 m.

3. $15 \times 0,514 = 7,71$ m/s

   15 nœuds correspondent à 7,71 m/s.

   $3\ 600 \times 7,71 = 27\ 756$ m/h, soit 27,756 km/h.

   Le vent souffle donc à une vitesse de 27,756 km/h.

   Or il est conseillé de ne pas utiliser ce cerf-volant lorsque le vent dépasse 20 km/h.

   Thomas ne peut donc faire voler son cerf-volant sans risque.

▸ Exercice 3 :

versions A et C

1. On a dans le triangle ABC rectangle en C :
   $\sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{AB}$.
   $\sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{3{,}85}{15{,}25}$
   $\sin(\widehat{ABC}) \approx 0{,}252$
   $\widehat{ABC} \approx 14{,}6°$
   Or $\widehat{ABC} > 8,5$°, donc le surcoût des travaux est à prévoir.

2. **Calculons la longueur BC :**
   Le triangle ABC est rectangle en C donc d'après le théorème de Pythagore :
   $AB^2 = AC^2 + BC^2$
   $15{,}25^2 = 3{,}85^2 + BC^2$
   On en déduit : $BC^2 = 232{,}562\,5 - 14{,}822\,5 = 217{,}74$
   D'où $BC = \sqrt{217{,}74} = 14{,}8$
   Donc $[CB]$ mesure $14{,}8$ m.

   Volume du prisme :
   Le volume du prisme droit $CBAFED$ est égal à l'aire de la base ABC multipliée par la hauteur

CF du prisme.

$V = \mathcal{A}_{ABC} \times CF$

$V = \dfrac{AC \times BC}{2} \times CF$

$V = \dfrac{3{,}85 \times 14{,}8}{2} \times 24$

$V = 683{,}76$ m³

Le volume du prisme est donc ce 683,76 m³.

versions B et D

1. On a dans le triangle ABC rectangle en C :

   $\sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{AB}$.

   $\sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{3{,}3}{54{,}5}$

   $\sin(\widehat{ABC}) \approx 0{,}061$

   $\widehat{ABC} \approx 3{,}5°$

   Or $\widehat{ABC} \leq 8,5°$, donc il n'y aura pas de surcoût.

2. **Calculons la longueur BC :**

   Le triangle ABC est rectangle en C donc d'après le théorème de Pythagore :

   $AB^2 = AC^2 + BC^2$

   $54{,}5^2 = 3{,}3^2 + BC^2$

   On en déduit : $BC^2 = 2\,970{,}25 - 10{,}89 = 2\,959{,}36$

   D'où $BC = \sqrt{2\,959{,}36} = 54{,}4$

   Donc $[CB]$ mesure $54{,}4$ m.

   Volume du prisme :

   Le volume du prisme droit $CBAFED$ est égal à l'aire de la base ABC multipliée par la hauteur CF du prisme.

   $V = \dfrac{AC \times BC}{2} \times CF$

   $V = \dfrac{3{,}3 \times 54{,}4}{2} \times 59$

   $V = 5\,295{,}84$ m³

▸ Exercice Bonus :

Calcul de BC :

Dans le triangle ABC rectangle en B, on utilise le théorème de Pythagore :

$AB^2 + BC^2 = AC^2$ soit $4,8^2 + BC^2 = 5,6^2$, d'où $BC^2 = 5,6^2 - 4,8^2 = 8,32$

donc $BC = \sqrt{8,32} \approx 2,9$ km.

Calcul de CD :

Dans le triangle ACD rectangle en D, on a : $\cos(\widehat{ACD}) = \dfrac{CD}{CA}$, soit $\cos(24) = \dfrac{CD}{5,6}$

Donc $CD = 5,6\cos(24) \approx 5,1$ km

Calcul de DA :

Dans le triangle ACD rectangle en D, on a : $\sin(\widehat{ACD}) = \dfrac{DA}{CA}$, soit $\sin(24) = \dfrac{DA}{5,6}$
Donc $DA = 5,6\sin(24) \approx 2,3$ km

Voilier 1

CB + BA $\approx 2,9 + 4,8 \approx 7,7$ km
Le voilier 1 a donc parcouru 7,7 km au dixième près.

Voilier 2

CD + DA $\approx 5,1 + 2,3 \approx 7,4$ km
Le voilier 2 a donc parcouru 7,4 km au dixième près.

Le voilier 1 a donc parcouru la plus longue distance.