

Chapitre 1 : Puissances d'un nombre

Compétences à valider :

- Comprendre les notations a^n et a^{-n} et savoir les utiliser.
- Utiliser les règles de calcul sur les puissances.
- Comprendre / utiliser les puissances de 10.
- Utiliser les règles de calcul sur les puissances de 10.
- Utiliser la notation scientifique.

I. Puissances d'un nombre

1- Définitions et exemples

n est un nombre entier positif.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs } a}$$

$$3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ facteurs } 3} = 81$$

$$10^5 = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}_{5 \text{ facteurs } 10}$$

$$10^5 = \underbrace{100\,000}_{5 \text{ zéros}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs } a}}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ facteurs } 2}} = \frac{1}{8}$$

$$10^{-5} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}_{5 \text{ facteurs } 10}}$$

$$10^{-5} = \frac{1}{\underbrace{100\,000}_{5 \text{ zéros}}}$$

Par convention : $a^0 = 1$ $a^1 = a$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Remarques : a^{-n} désigne l'inverse de a^n .

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit vaut 1.

2- Ecriture en notation scientifique

Définition : Ecrire un nombre en notation scientifique, c'est l'écrire sous la forme $a \times 10^n$ où :

- a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule
- n est un nombre entier.

Exemples : • La distance de la Terre au Soleil est d'environ 150 000 000 km, soit $1,5 \times 10^8$ km en notation scientifique.

• La taille du virus de la grippe est d'environ 0,000 000 09 m, soit 9×10^{-8} m en notation scientifique.

II. Règles de calcul

Règles de calcul : $a^m \times a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Exemples :

$$2^3 \times 2^{-5} = 2^{3+(-5)} = 2^{-2}$$

$$(6^2)^5 = 6^{2 \times 5} = 6^{10}$$

$$\frac{(-3)^{-5}}{(-3)^{-2}} = (-3)^{-5-(-2)} = (-3)^{-5+2} = (-3)^{-3}$$

Règle : Les puissances sont prioritaires sur les autres opérations.

Exemple : $5^2 \times (2^3 - 2^2) = 25 \times (8 - 4) = 25 \times 4 = 100$

III. Préfixes à connaître par cœur

On utilise des préfixes pour simplifier le nom et l'écriture de mesures exprimées en puissances de 10 de certaines unités :

Préfixe	giga	méga	kilo	hecto	déca	unité	déci	centi	milli	micro	nano
Symboles	G	M	k	h	da		d	c	m	μ	n
Puissance associée	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	$10^0 = 1$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemples : $1\text{ Go} = 10^9\text{ o}$ (o pour octet) $1\text{ hL} = 10^2\text{ L}$ $1\text{ nm} = 10^{-9}\text{ m}$