

LA COSTRUZIONE DELLA CUPOLA DEL BRUNELLESCHI - Ipotesi Nunziata

La cupola di Santa Maria del Fiore o *cupola del Brunelleschi* rappresenta uno di quei simboli architettonici che segnano uno stile, in questo caso l'inizio del Rinascimento con la conclusione della sua costruzione avvenuta nel 1436. Opera paradigmatica per le cupole successive: cupola di San Pietro, cupola di San Paolo (Londra), cupola del Campidoglio (Washington). Essa costituisce la copertura della crociera del Duomo di Firenze; era la cupola più grande del mondo e rimane tuttora la più grande cupola in muratura mai costruita (diametro massimo della cupola interna: 45,5m, quello dell'esterna: 54,8m). Ancora oggi con le conoscenze teoriche e tecnologiche acquisite in quasi sei secoli dalla sua costruzione desta ancora ammirazione e stupore oltre per la sua mole anche e principalmente per le modalità esecutive e per i principi statici adottati che hanno dato luogo ad una diatriba tra studiosi ed "esperti" che continua tutt'oggi e probabilmente non troverà mai fine. D'altra parte il suo autore Filippo Brunelleschi¹ era conosciuto a Firenze oltre che come artista poliedrico anche come persona di carattere e gran burlone. La Vita di Filippo Brunelleschi, ritenuta opera di Antonio di Tuccio Mainetti, è preceduta da una novella il cui protagonista è lo stesso artista, autore di una burla fatta ai danni di un povero legnaiolo di nome Manetto di Jacopo Ammannatini, detto il Grasso, con la complicità di alcuni amici.

Brunelleschi, come sembra suggerire la novella, era maestro nel far credere l'inverosimile; d'altra parte egli è il padre della prospettiva che come si sa è una rappresentazione bidimensionale della realtà tridimensionale e pertanto la prospettiva è una falsa realtà.

Filippo Brunelleschi è considerato da molti, e dal sottoscritto, come il primo vero ingegnere progettista.

Pippo, com'era chiamato, con la costruzione della sua cupola, sembra aver giocato a tutti noi una burla ancora più feroce dell'altra, se dopo tanti secoli essa accende ancora decine di dibattiti sul *magico artificio* che aveva consentito la sua realizzazione. Tale segreto ancora oggi sembra resistere, in quanto esistono solo una serie di ipotesi, tutte verosimili, sulla costruzione della cupola e sui principi e tecniche strutturali impiegati, ma nessuna ipotesi si può considerare definitiva. D'altra parte, sembra essere una costante che nelle varie epoche storiche le grandi menti che si sono occupate di strutture abbiano utilizzato delle tecniche e dei principi nascosti ai più o semplicemente non facilmente comprensibili per destare ancora più meraviglia e per quel senso di soddisfazione personale che ti appaga quando crei qualcosa di unico; penso al progettista sconosciuto del

¹ **Filippo di ser Brunellesco** (Firenze, 1377 – Firenze, 15 aprile 1446), detto Pippo, è stato un celebre architetto, un apprezzato scultore, geniale ideatore di macchinari da cantiere e inventore della prospettiva a punto unico di fuga, o "prospettiva lineare centrica".

Figlio di un celebre magistrato, dopo un apprendistato come orafo e una carriera come scultore si dedicò principalmente all'architettura, costruendo, quasi esclusivamente a Firenze, edifici sia laici sia religiosi che fecero scuola. Tra questi spicca la cupola di Santa Maria del Fiore, un capolavoro ingegneristico costruito senza l'ausilio delle tecniche tradizionali, quali la centina, considerata opera antesignana dello stile rinascimentale. Con Brunelleschi nacque la figura dell'architetto moderno che, oltre a essere coinvolto nei processi tecnico-operativi, come i capomastri medievali, ha anche un ruolo sostanziale e consapevole nella fase progettuale: non esercita più un'arte meramente "meccanica", basata sull'empirismo e la pratica di cantiere, ma è ormai un intellettuale che in base a conoscenze tecnico-pratiche e scientifiche progetta e costruisce.

Pantheon o alla saga della famiglia Roebling, progettisti del ponte di Brooklyn, o al maestro Pier Luigi Nervi, progettista di tante strutture in cemento armato uniche, e a tanti altri ingegneri strutturisti meno noti.

PREMESSE STORICHE

L'attuale edificio del Duomo fu iniziato nel 1294-1295 da Arnolfo di Cambio (capomastro, artista scultore. Fra le opere da lui eseguite: Palazzo Vecchio, la cinta muraria, Santa Croce) su commissione della corporazione dell'Arte della Lana che delegò l'Opera del Duomo a soprintendere i lavori.

All'inizio del '400 Firenze (da "Fiorenza", fiore) era una città ricca, dal punto di vista politico si ricorda la nascita della *signoria* ed in particolare l'ascesa al potere della famiglia dei Medici, il capostipite Cosimo (al tempo della costruzione della cupola), padre di Piero e nonno di Lorenzo il Magnifico, famoso mecenate.

La cattedrale doveva essere costruita con grande magnificenza quale segno del potere e della ricchezza di Firenze, in contrapposizione all'epoca dell'altra città dominante in Toscana, la città di Siena.

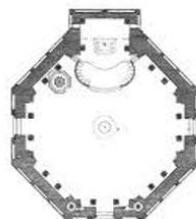
Il progetto di Arnolfo di Cambio prevedeva una basilica (in luogo della preesistente chiesa di Santa Reparata) a tre navate con volte a crociera e una grande cupola ottagonale all'incrocio della navata principale con il transetto. Probabile ispirazione della cupola ottagonale fu il Battistero di San Giovanni di più antica costruzione di cui si conosce poco in merito alla datazione: alcuni studiosi lo fanno risalire addirittura all'epoca romana (Tempio di Marte) ma molto più realisticamente di epoca Paleocristiana (800 d.C.).

Sicuramente Arnolfo aveva approntato un modello della sua chiesa, com'era d'uso fare, di cui non si ha traccia se non nell'affresco di Andrea di Bonaiuto, figura 1, che si trova nel chiostro della chiesa di Santa Maria Novella, nel cosiddetto Cappellone degli Spagnoli. In tale affresco è rappresentata la Cattedrale di Firenze completa di cupola ottagonale in una forma che non è quella attuale, e per tale ragione si presume che essendo l'affresco quasi contemporaneo all'inizio della fabbrica del duomo, sicuramente non completa, Andrea di Bonaiuto avesse avuto modo di vedere il modello di riferimento per la costruzione della chiesa di Arnolfo di Cambio e l'avesse rappresentato finito nell'affresco.

La cupola si presume doveva avere un diametro iniziale massimo di circa 62 braccia (0,52m x 62 = 36m).



a) Andrea di Bonaiuto, rappresentazione di Santa Maria del Fiore (1355 circa), Cappellone degli Spagnoli, Firenze



b) Battistero di San Giovanni (897 ?)

Figura 1 – Arnolfo di Cambio, ipotesi progettuale

Dopo la morte di Arnolfo di Cambio la costruzione procede con estrema lentezza (eventi storici contemporanei: la guerra con Milano e il crudele duca Galeazzo Visconti, la *peste nera*) e riprende con intensità sotto la direzione di Francesco Talenti, capomastro dal 1350. Talenti progetta di ingrandire la chiesa, figura 2, ed in particolare porta il diametro massimo della cupola a 72 braccia (circa 42 m, attuale cerchio inscritto).

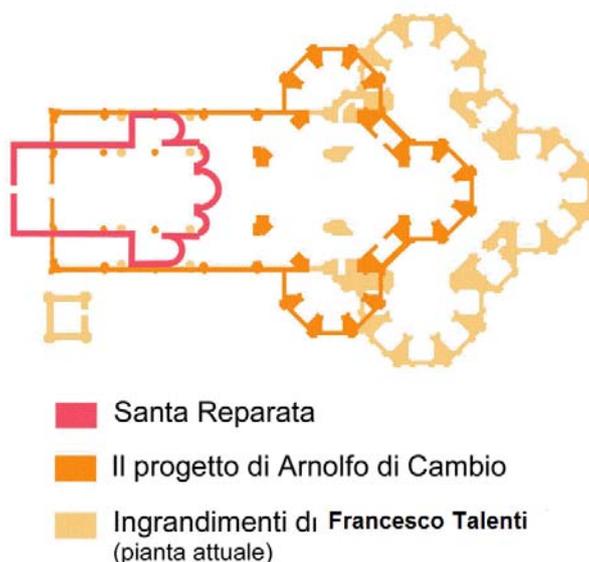


Figura 2. Evoluzione planimetria del progetto

Essendo crollato il modello di Arnolfo di Cambio, l'Opera del Duomo bandisce un concorso per un nuovo modello della chiesa e in particolare della cupola.

Nel 1366, dopo circa settant'anni dall'inizio della fabbrica, in una fase cruciale dell'esecuzione dei lavori, era capomastro un certo Giovanni di Lapo Ghini a cui fu richiesto per una sorta di continuità

lavorativa di produrre un nuovo modello per la cattedrale e per la cupola. L'Opera del Duomo, per quel sano spirito di competizione che contraddistingueva tutte le grandi opere, invitò a presentare un secondo modello a un gruppo di artisti (secondo alcune fonti gli "otto maestri dipintori") guidati da un altro capomastro, Neri di Fioravanti.

Il modello elaborato da Giovanni di Lapo Ghini non si discostava molto dai canoni tradizionali dell'epoca: una tipica struttura gotica, con muri sottili, alte finestre e, a sorreggere la cupola dell'esterno, dei contrafforti ad arco rampante del tipo di quelli utilizzati in Francia.

Neri di Fioravanti e la sua squadra criticarono fortemente tale approccio progettuale, in special modo gli archi rampanti considerati un espediente brutto e goffo. Tale posizione critica probabilmente dettata non solo da motivazioni tecniche ed estetiche ma piuttosto da motivazioni politiche essendo l'architettura Gotica simbolo dei nuovi barbari: Germania, Francia, Milano, storici nemici di Firenze. Il modello per la cupola proposto da Neri di Fioravanti (capomastro esperto, progettista della volta della grande sala del Bargello e degli archi del nuovo Ponte Vecchio, ricostruito dopo l'alluvione del 1333) era molto più ambizioso e originale. Esso prevedeva un ritorno alla classicità romana, l'eliminazione dei contrafforti esterni e l'assorbimento delle enormi spinte trasmesse dalla cupola attraverso l'inserimento di catene in pietra o in legno all'interno della struttura muraria che avrebbero evitato il potenziale crollo così come i cerchi in ferro evitano la rottura delle assi delle botti sottoposte alla spinta del vino. Il modello prevedeva inoltre la costruzione non di una sola cupola ma di due cupole sovrapposte, secondo una configurazione geometrica di arco a *quinto acuto* (un arco circolare a punta con un raggio uguale a $\frac{4}{5}$ della luce della cupola, tipo arco gotico) che avrebbe contribuito a ridurre le spinte sul tamburo, figura 3.

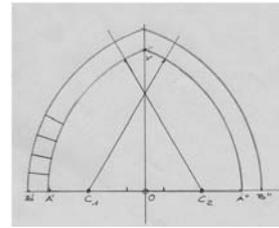
L'Opera del Duomo, in ragione della democrazia fiorentina o piuttosto per sollevarsi da responsabilità (secondo una tradizione tipicamente Italiana) sottopose a *referendum* i due progetti e i cittadini di Firenze scelsero quello di Neri di Fioravanti, che doveva rappresentare il modello di riferimento per il completamento della fabbrica e la costruzione della cupola. Tale modello prevedeva in sintesi le seguenti caratteristiche per la cupola:

- Doppia Cupola Ottagonale
- Altezza: 144 braccia (circa 84m)
- Larghezza: 72 braccia (circa 44m)
- Profilo ogivale a *quinto acuto*
- Presenza del Tamburo – 43m da terra, alto circa 13m, spesso 4m.

Il modello della cupola del Neri divenne una specie di icona per la città di Firenze, collocato in una navata laterale della chiesa in costruzione, lungo circa 8m e alto circa 4m (era accessibile dall'interno). Ogni anno i responsabili della fabbrica erano obbligati a poggiare ambedue le mani su una copia della Bibbia e giurare che avrebbero costruito l'edificio seguendo fedelmente le indicazioni dettate dal modello.



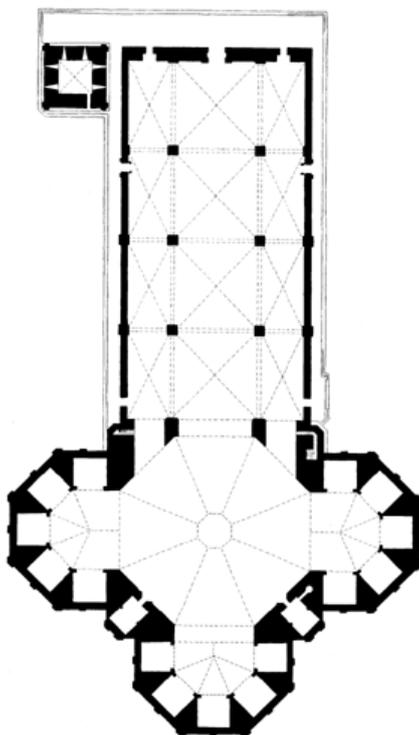
Il modello della cupola



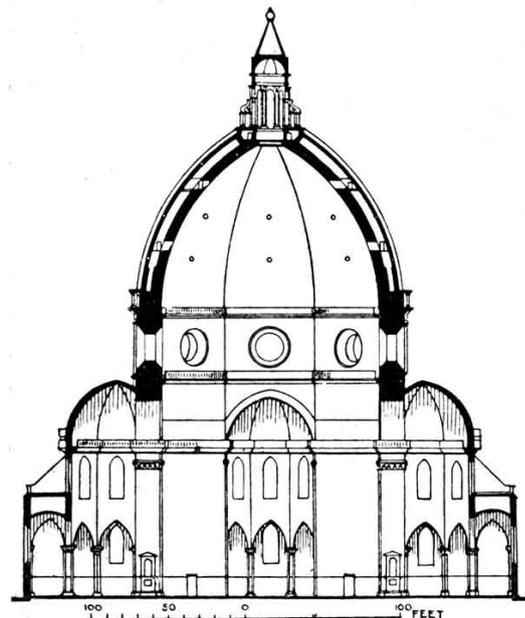
Arco a quinto acuto

Figura 3. Il modello della Cupola

Nel 1413 la chiesa risulta completa fino alla base del tamburo ottagonale, figura 4, dove doveva essere impostata la maestosa cupola. Il modello della cupola del Neri (o degli “otto maestri dipintori”) non forniva indicazioni sulle tecniche costruttive, sulle opere provvisionali e sulle macchine di cantiere necessarie per un’impresa di dimensioni così eccezionali. A complicare le cose ci si misero anche altri “esperti” (che probabilmente tanto esperti non erano, come spesso accade) dell’Opera del Duomo che espressero l’opinione che *la costruzione della cupola sarebbe stata così grande e presupponeva tali condizioni che sarebbe stato impossibile completarla e che era stato ingenuo da parte dei precedenti esperti e di chiunque altro si sia espresso sull’argomento pensare che ciò si sarebbe potuto fare.*



Pianta



SECTION OF THE DUOMO, FLORENCE.

Struttura

Figura 4. Duomo di Firenze

Agli esperti, l'idea di costruire un'impalcatura o armatura in legno a 55m di altezza per il sostegno della centina occorrente (secondo i canoni tradizionali dell'epoca) per voltare la cupola appariva assolutamente improponibile oltre che per ragioni tecniche anche per l'enorme costo della struttura. Nonostante questi inizi poco promettenti l'Opera nel 1418 bandisce un concorso per la realizzazione di un *modello* in grado di risolvere i problemi strutturali per la realizzazione della cupola. Vengono presentati diciassette modelli ma solo due: quelli di Filippo Brunelleschi e Lorenzo Ghiberti, entrambi costruiti in mattoni, richiamano l'attenzione della committenza. I modelli dei due artisti, che potremmo in un certo senso equiparare (a livello superiore) a quello che si fa oggi nella progettazione strutturale al computer e alla modellazione tridimensionale, si differenziavano dagli altri oltre che per la genialità dell'idea progettuale, che esamineremo, per la tecnica esecutiva che abbinava al tradizionale impiego di legname e chiodi anche mattoni e calce². In particolare Brunelleschi presentò alla commissione una proposta rivoluzionaria: *la cupola poteva essere costruita senza armatura in legno!* Ovvero la struttura sarebbe stata "autoportante" durante tutte le fasi esecutive. Quest'idea rivoluzionaria, come sempre accade, destò la diffidenza dei cosiddetti esperti, che espulsero per ben due volte Brunelleschi dall'assemblea come se ragionasse stoltamente.

Tutti gli altri concorrenti davano per scontato l'uso di centine o impalcature di sostegno per voltare la cupola. Ci fu un concorrente che propose l'uso di un enorme cumulo di sabbia alto 92 m, sagomato a forma di cupola sul quale murare i mattoni nella fase preliminare. La proposta venne accolta con scetticismo dal Gran Consiglio, dove un responsabile suggerì, con una gran dose di

² I modelli in legno furono largamente adoperati da tutti i grandi artisti rinascimentali: Brunelleschi, Michelangelo, Bramante, ecc.; essi servivano a rappresentare l'idea architettonica dell'artista consentendo allo stesso una valutazione spaziale dei rapporti tra i singoli componenti strutturali e una facile lettura e pronta valutazione da parte della committenza.



Modello in legno della Cupola del Brunelleschi

Il modello, per le conoscenze scientifiche dell'epoca, doveva dare indicazioni anche sulla stabilità strutturale a condizione che venisse adoperato lo stesso materiale previsto per la realizzazione dell'opera, assumendo quindi anche una valenza sperimentale, anche se come dimostra Galileo ciò non è vero se non si tiene conto del fattore di scala. Alcuni modelli originari sono essi stessi delle vere opere d'arte create da maestri ebanisti e conservate in vari musei italiani.

La maggior parte dei modelli realizzati per (e durante) la costruzione della cupola è andata perduta; analoga sorte è stata riservata al grande modello in muratura costruito ai piedi del campanile e utilizzato come riferimento durante la costruzione della cupola.

sarcasmo, di mischiare con la sabbia delle monete così che al momento di svuotare la cupola di sabbia il popolo tutto avrebbe partecipato con grande entusiasmo.

Brunelleschi non volle mai rivelare le tecniche che avrebbe utilizzato per voltare la cupola senza armatura. Alchè gli altri concorrenti rumoreggiando pretesero che giacchè essi stessi avevano mostrato i loro disegni e modelli lo stesso fosse fatto da Brunelleschi. A tal proposito il Vasari nella sua opera "Le Vite" riporta un famoso aneddoto attribuito successivamente a Colombo e conosciuto come "L'uovo di Colombo" ma in realtà probabilmente proposto da Brunelleschi più di un secolo prima.

L'uovo di Brunelleschi: *Brunelleschi, conscio dell'invidia che regnava in città fra i vari artefici, non voleva mostrare il modello della Cupola che egli aveva realizzato e voleva evitare che altri architetti, prendendone spunto, si avvantaggiassero del suo ingegno.*

Narra appunto il Vasari che, rumoreggiando i rivali di Filippo affinché egli mettesse fuori il modello e i disegni suoi come essi avevano mostrato i loro, il geniale architetto non volle farlo, ma propose invece agli altri maestri che chi fosse riuscito a fermare un uovo in piedi su un marmo piano, costui realizzasse la Cupola, poichè con questo avrebbe mostrato il suo ingegno.

Preso quindi un uovo, tutti i maestri provarono a farlo stare ritto, ma nessuno ci riuscì. Toccando infine a Filippo di mostrare se vi riusciva, egli lo prese e datogli un colpo sul culo sul piano di marmo, lo fece star ritto. Gli artefici rivali suoi rumoreggiavano allora che similmente avrebbero saputo fare essi, al che rispose Filippo dicendo che essi avrebbero anche saputo fare la volta, dopo aver visto disegni e modello fatti da lui.

Testardo come tutti i geni, non demorde e due anni dopo, nel 1420, forte della realizzazione senza strutture di sostegno della cupoletta della cappella Ridolfi in San Jacopo Soprano, torna alla carica e riesce a ottenere l'incarico insieme a Ghiberti (che la commissione volle affiancare al genio forse per timore); vengono nominati entrambi *architetti della cupola di Santa Maria del Fiore o provveditori*.

Il modello in mattoni di Brunelleschi era largo più di 2 m e alto più di 4 m. Fu costruito in piazza tra il campanile e il Duomo e servì da esempio e riferimento per i successivi diciotto anni occorsi per la costruzione della cupola.

Durante il corso dei lavori Brunelleschi si fa apprezzare dalla commissione per i maggiori meriti e l'impegno profuso giornalmente per la riuscita dell'opera, tanto che nel 1425 le due figure di provveditore vengono differenziate assegnando maggiori compiti e responsabilità e anche un maggiore salario (circa 100 fiorini annui per Brunelleschi e circa 36 fiorini annui per Ghiberti) a Brunelleschi che dal 1433 diventa il solo responsabile del progetto.

Filippo ricopre nel cantiere della cupola svariati ruoli, ora come progettista, ora come supervisore dei lavori, ora come inventore di modelli e macchinari. Insieme al capomastro Battista d'Antonio sceglie i materiali da adoperare per la costruzione, addirittura le cave di provenienza e la cottura dei mattoni, stipula contratti con i fornitori, fornisce indicazioni agli operai per la disposizione dei mattoni e le fasi esecutive oltre alle sagome per il taglio della pietra.

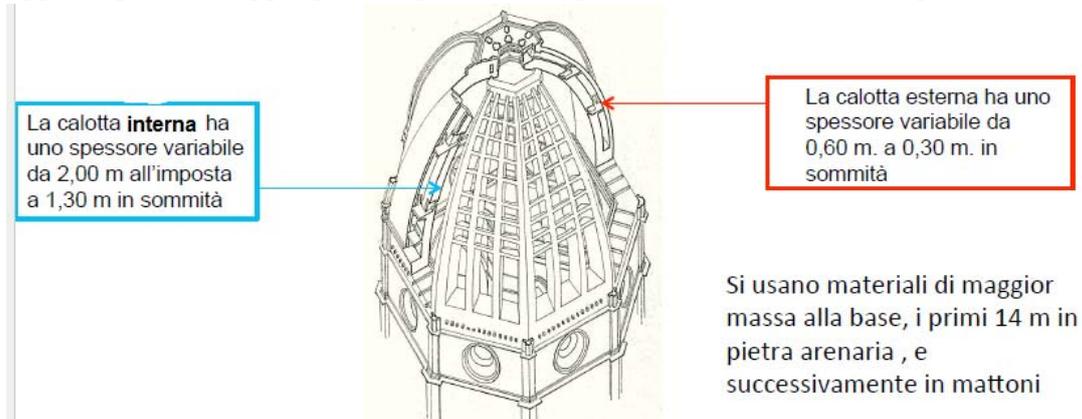
LA COSTRUZIONE

Sul reale funzionamento strutturale e sulle tecniche e modalità esecutive della cupola del Brunelleschi si sta dibattendo da secoli, esiste una numerosa bibliografia di autori molte volte in contrasto tra loro anche su dati geometrici, probabilmente non si saprà mai la verità tali e tante saranno state le variazioni strutturali apportate al progetto originario in corso d'opera e abilmente

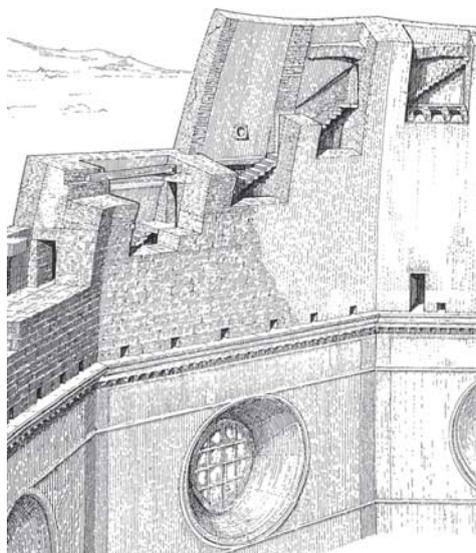
nascoste nei grandi spessori murari: lo spessore della cupola interna è di circa 210 cm alla base e circa 150 cm in sommità; lo spessore di quella esterna è di circa 75 cm alla base e circa 38 cm in sommità. Lo stesso Brunelleschi, che non ha lasciato documenti (probabilmente volutamente), da burlone quale era, si starà facendo grosse risate da lassù nella sezione destinata ai geni (in buona compagnia insieme a Michelangelo, Leonardo Da Vinci, Galileo, e tanti altri) e ogni nuova ipotesi immagino già che susciti la sua ilarità e sento quasi l'eco delle sue parole: *ti ho fregato, ti ho fregato...* (gli strutturisti veri sono un po' così), e certamente la stessa cosa succederà per l'ipotesi di seguito riportata, ma non fa niente, tentiamo lo stesso nella speranza di avvicinarci il più possibile alla reale soluzione, strappando magari solo un sorriso al maestro.

Gli elementi caratterizzanti la struttura della cupola sono tre:

- 1) la grandezza ovvero le dimensioni, secondo le parole di Leon Battista Alberti “ampia da coprire con sua ombra tutti e popoli toscani”;
- 2) l'artificio tecnico che consentì di costruire la cupola senza armature di sostegno, secondo l'Alberti “senza alcun aiuto di travamenti o copia di legname”;
- 3) la “doppia cupola” o doppia pelle (figura 5), che più di tutte fu la vera idea geniale.



a) La doppia cupola, con diverse indicazioni geometriche secondo altri autori



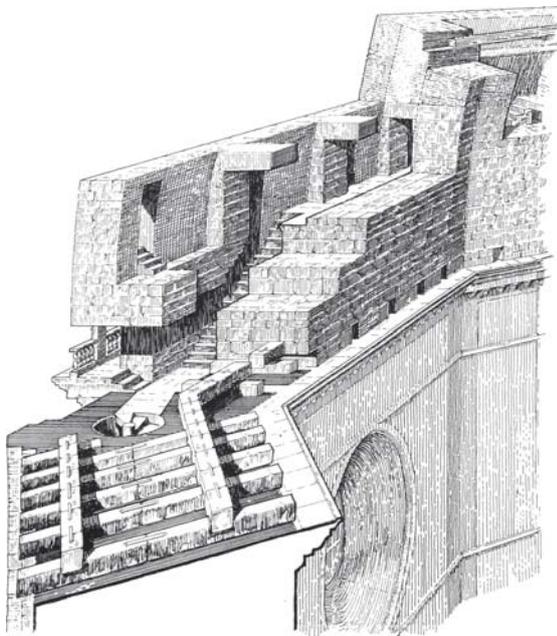
b) Spaccato assometrico 1° e 2° camminamento

Figura 5. La doppia cupola

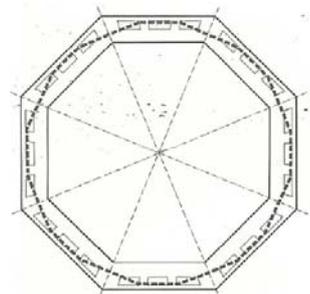
L'incredibile invenzione, secondo alcune fonti attribuita a Brunelleschi ma in realtà proposta da Neri di Fioravanti (o "otto maestri dipintori") già nel 1367 con il suo modello esposto nella navata del duomo, fu prima di tutto la cupola a due pelli o doppia cupola. Questa doppia cupola consiste appunto in una cupola interna ottagonale più spessa (210 cm alla base e 150 cm alla sommità) collegata mediante costolature (o *meridiani*, 8 d'angolo e 2 per ogni vela o fuso della cupola per un totale di 24 costoloni) ad arco a quinto sesto alla cupola esterna più sottile (75 cm alla base e 38 cm in sommità); lo spazio fra le due calotte misura circa 1,20 m e al suo interno vi sono scale e camminamenti che consentono di giungere fino in sommità alla lanterna, figura 5b.

Lo scopo della doppia cupola è duplice e ambedue sono strutturali: 1) *alleggerire* la struttura; 2) incrementare *rigidezza* per effetto del collegamento offerto dai costoloni.

Oltre la doppia cupola, essenziali per la stabilità strutturale ci sono le "catene" che si sviluppano lungo i paralleli della cupola a varie quote. Secondo la *premessa normativa* (o *memorandum*) del 1420, sono previsti "sei cerchi di forti macigni, lunghi e ben sprangati in ferro stagnato", rafforzati da catene di ferro. Tali catene, secondo una ricostruzione fatta successivamente, si svilupperebbero parallelamente ai lati dell'ottagono, a coppia, e sono inserite all'interno dello spessore della muratura delle due cupole, composte da ricorsi di macigno (travi di pietra arenaria) legati da staffe o *spranghe* in ferro e rinforzati con catene di ferro secondo le prescrizioni del programma iniziale; la prima catena in corrispondenza del tamburo presenta anche *macigni* di collegamento orientati ortogonalmente alla catena stessa, figura 6. Esiste anche una catena in legno visibile nel cavedio, figura 6 b-c, la cui reale funzione è ancora dibattuta e probabilmente rappresenta il residuo di una variazione progettuale in fase di costruzione.



a) Ipotesi di localizzazione e disposizione della prima catena di macigno



b) Disposizione della prima catena in legno

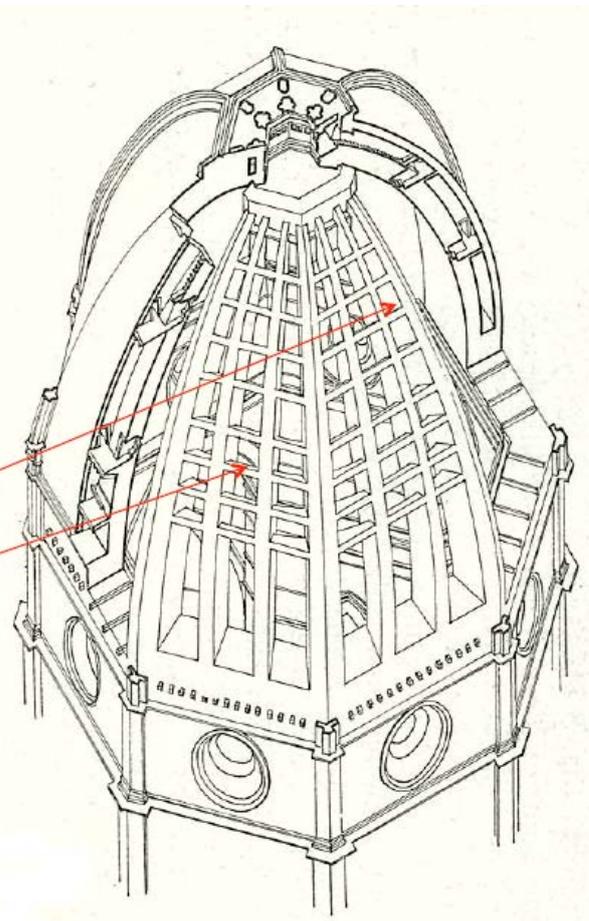


c) Vista della prima catena in legno (fu vera catena ?)

Figura 6. Le catene

Il compito della catena, come si è visto, è quello di assorbire la spinta, attraverso delle forze di reazione a trazione (la catena è sempre tesa), che gli archi meridiani trasferiscono alla base, evitando così lo spanciamento della cupola e rendendola “autoportante”. Giacché i mattoni usati nella costruzione della cupola non hanno resistenza a trazione e oltretutto sono discontinui (a differenza del calcestruzzo che seppur modesta possiede anche una certa resistenza a trazione e che quindi può assorbire la spinta come nel caso del Pantheon a Roma) nelle prescrizioni iniziali fu imposto l’uso di “cerchi di macigno” rinforzati con catene in ferro.

Lo scheletro della cupola, figura 7, è formato da 8 costoloni d’angolo (spigoli dell’ottagono) a forma di *quinto acuto* e da due costoloni più piccoli posti su ciascun lato dell’ottagono per un totale di 24 costoloni che collegano le due cupole, e si vanno a raccordare alla base sul tamburo e in sommità all’ottagono superiore (serraglio) che funge da chiave di volta e base per l’appoggio della magnifica lanterna in marmo.



Le calotte sono collegate da 24 nervature disposte lungo i meridiani, di cui principali lungo gli spigoli e un sistema di paralleli che collegano le nervature

Figura 7. Struttura della cupola

Le costolature d’angolo sono larghe poco più di 4m, mentre quelle intermedie circa 2,5m. Ambedue le costolature sono spesse abbastanza per *collegare* sia la cupola interna che quella esterna e rendere di conseguenza, con l’aiuto delle catene, l’organismo strutturale compatto e omogeneo. Chiaramente man mano che si sale in altezza gli spessori delle due cupole si assottigliano essendo gli sforzi da contrastare, di trazione lungo i paralleli e di compressione lungo i meridiani, di valore inferiore; si riducono di conseguenza anche gli spessori dei costoloni ma non la loro larghezza che

si conserva costante anche per motivi estetici essendo leggibile dall'esterno per i costoloni d'angolo.

In epoca più recente fu fatta una scoperta importante per capire il funzionamento strutturale della cupola e in particolare la proprietà di essere “autoportante” in fase costruttiva: ispezionando la struttura della cupola dai camminamenti interni si scoprì che a partire dal 2° camminamento a quota + 11,90 m rispetto allo zero alla sommità del tamburo tutti i costoloni erano collegati da una serie di archi in muratura orizzontali che nel loro insieme formavano dei cerchi concentrici (paralleli) inscritti nell'ottagono di base, tali anelli erano in totale 9 e risultavano distanziati a intervalli regolari in altezza, figura 7. In definitiva fu dimostrato che, sebbene la forma della cupola sia ottagonale, questa contiene al suo interno una serie di anelli circolari (paralleli), e dunque funziona strutturalmente come una cupola circolare! Questo secondo la versione ufficiale, per quanto riguarda gli archi orizzontali, in realtà come verrà di seguito dimostrato questi archi servono essenzialmente a scaricare la cupola esterna “portata” su quella interna “portante”.

Come Brunelleschi ben sapeva, avendo studiato il Pantheon e altre cupole dell'antica Roma, una cupola circolare è stabile durante tutte le fasi della sua costruzione, in quanto l'anello superiore funge da chiave di volta per i suoi archi-meridiani, evitando che questi cedano all'interno una volta impedita la tendenza a “scivolare” verso l'esterno della base degli archi stessi con l'inserimento di catene o altri sistemi. Tale principio strutturale è evidente e per rendersi conto della sua validità si può immaginare di fare un esperimento, figura 8: si prenda un'arancia abbastanza grande e regolare figura 8a, la si tagli a metà svuotandola del contenuto e si appoggi sul tavolo dalla parte vuota – si ottiene così un cupola formata dalla buccia d'arancia, figura 8b; la cupola di buccia è stabile e né si apre e né crolla, a questo punto con un coltello si tagli la parte superiore della cupola di buccia orizzontalmente, figura 8c, e si verifichi la stabilità di questa porzione di cupola senza la parte superiore che, come per la cupola intera né si apre e né crolla; si dimostra così l'*autoportanza* della cupola in fase esecutiva – tale esperimento in linea di principio vale solo per le cupole a base circolare.

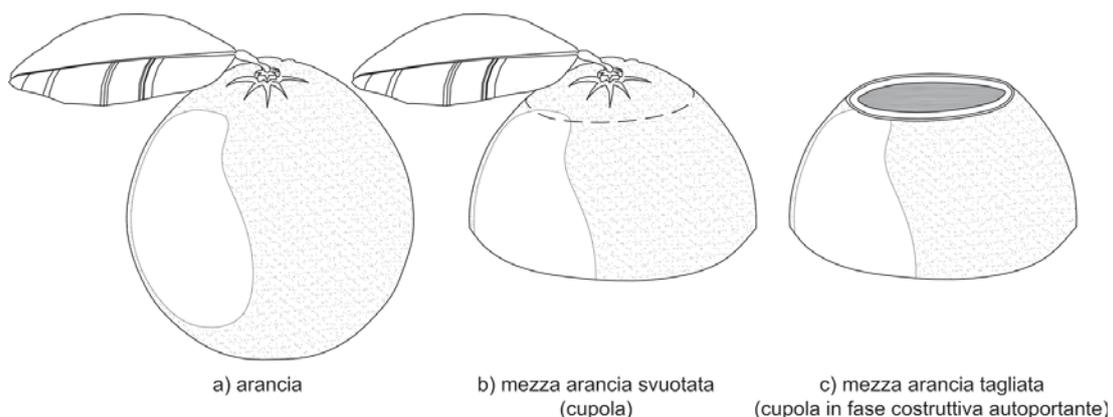


Figura 8. Esperimento atto a dimostrare l'autoportanza della cupola in tutte le fasi costruttive

È questo il segreto della cupola di Brunelleschi ovvero una cupola a base ottagonale che si comporta come una cupola classica a base circolare che non necessita di armature di sostegno in fase esecutiva essendo autoportante ?

2. i *ricorsi di macigno (travi di pietra arenaria) legati da staffe o spranghe in ferro e rinforzati con catene in ferro*, che consentono di assorbire le enormi spinte mediante solo sforzi di trazione;
3. i *costoloni a quinto acuto*, che consentono di ridurre le spinte rispetto ad analoghi archi a tutto sesto;
4. gli *anelli circolari paralleli in muratura*, che collegano tutti i 24 costoloni a varie altezze e consentono in definitiva di far funzionare strutturalmente la cupola a base ottagonale come se fosse una cupola a base circolare autoportante;
5. i *mattoni a spina di pesce*, che consentono di collegare l'anello di muratura in costruzione con quelli già eseguiti inferiormente, affinché non crolli all'interno prima che venga ultimato.

Certamente l'elenco non è esaustivo se a distanza di secoli ancora se ne discute e si propongono nuove o vecchie soluzioni reinterpretate o modificate, cosa che faremo anche noi nel paragrafo successivo. Come diceva un grande amico di Brunelleschi, anch'egli maestro nell'arte del costruire principalmente dispositivi meccanici, Mariano Taccola: *“L'ingegno risiede nella mente e nell'intelligenza dell'architetto più che nel disegno e nello scritto”*

Brunelleschi inventò tutto questo e altro ancora come ad esempio la disposizione dei conci non perfettamente orizzontale ma leggermente curva detta *corda blanda*, figura 9b, per potersi meglio raccordare alle costolature, le macchine per tirare su i materiali ecc. Inoltre egli doveva avere grande capacità di gestione del cantiere e conoscenze di geometria per dare le giuste indicazioni agli operai per la disposizione dei mattoni e per la forma degli arconi che venivano costruiti man mano a partire dal tamburo: siamo a 55 m da terra senza strumenti ottici e senza computer che dovevano essere inventati molti secoli dopo ma avendo a disposizione solo delle lunghe corde e degli assi in legno per fissare le forme e le direzioni nello spazio!

Essendo la cupola un'opera prima per l'epoca Brunelleschi non poteva avere la certezza che quanto da lui pensato, progettato e messo in opera fosse assolutamente vero e sicuro, ma si fidava ciecamente delle sue “capacità” e del suo “intuito” e non avrebbe mai confidato a nessuno i suoi dubbi. Egli poté assistere all'ultimazione del Duomo fino al piano di appoggio della lanterna e solo allora dimostrare a se stesso e agli altri l'assoluta esattezza delle sue idee. Morì nel 1446 quando la lanterna da lui progettata si trovava ai piedi della cupola e il suo corpo fu tumulato nel Duomo con accanto una lapide in cui la gente di Firenze esprime ammirazione e lo elegge a uno dei suoi più grandi figli, rendendone immortale la memoria.

NUOVA IPOTESI STRUTTURALE.

La Cupola Cilindrica Interna Autoportante e la Cupola a Padiglione Esterna Riportata: gli Archi-Catena, le Travi-Catena e gli Archi di Scarico – *Ipotesi Nunziata*.

Si riporta di seguito una nuova ipotesi strutturale elaborata dall'autore principalmente sulla base di alcune considerazioni di tipo geometrico sulle due cupole binate, quella interna e quella esterna, e sull'applicazione di alcuni principi strutturali elementari che riguardano le cupole a base cilindrica che si differenziano fortemente per quanto concerne il comportamento statico dalle cupole a base poligonale e in particolare, nel caso in questione, dalla cupola a base ottagonale del Duomo di Firenze.

In particolare si tenterà di dimostrare e spiegare che non è possibile basare l' *autoportanza* della cupola del Brunelleschi in fase di costruzione, il *magico artificio* dell'Alberti, e il fatto che i vari ricorsi orizzontali o sub orizzontali di mattoni non crollino all'interno per il superamento della resistenza di attrito della malta in fase di costruzione (in sommità si hanno inclinazioni anche maggiori di 60°) facendo affidamento solo alle file di *mattoni a spina di pesce* che sviluppano in verticale delle eliche non continue.

Si introdurranno concettualmente tre nuovi elementi strutturali: 1) l' *Arco-Catena*; 2) la *Trave-Catena* e 3) l' *Arco di Scarico*, utilizzati dal Brunelleschi per costruire la sua cupola.

Prima di parlare delle modalità e concetti che hanno consentito al Brunelleschi di realizzare la sua cupola bisogna fare una introduzione storica in parte già anticipata nei paragrafi precedenti, per “*dare a Cesare quello che è di Cesare...*”. Nell'agosto del 1418, quando l'Opera del Duomo bandì il concorso per la realizzazione della Cupola era già stato realizzato il *tamburo* su cui doveva poggiare la cupola. Inoltre nel corso dei 122 anni precedenti, a partire dalla posa della prima pietra avvenuta nel 1296, erano stati elaborati vari *progetti*: il primo quello di Arnolfo di Cambio (1296), che progettò la chiesa in sostituzione di quella precedente di Santa Reparata; poi quello di Francesco Talenti (1357) che ingrandì il progetto di Arnolfo portando le dimensioni in pianta del Duomo a quelle attuali e per ultimo quello di Neri di Fioravanti (1367) o “otto maestri dipintori” che definì geometricamente le misure della chiesa e della cupola: la doppia cupola ottagonale, l'altezza, la larghezza, il profilo a quinto acuto, il tamburo. Tale ultimo progetto era rappresentato attraverso un modello in scala predisposto in una navata laterale del duomo e ogni anno i responsabili della fabbrica erano obbligati a poggiare ambedue le mani su una copia della Bibbia e giurare che avrebbero costruito l'edificio seguendo fedelmente le indicazioni dettate dal modello stesso.

E Brunelleschi?

Brunelleschi entra in scena nel 1418, come già detto, quale partecipante al concorso per la realizzazione del *modello costruttivo* della cupola sulla base del modello di Fioravanti. Partecipano al concorso 17 concorrenti tra cui Lorenzo Ghiberti (già affrontato in un precedente concorso per la *realizzazione delle porte del Battistero* nel 1401, vinto dal Ghiberti). Questa volta vince il concorso

il Brunelleschi nell'Aprile del 1420, e nell'Agosto del 1420 si avvia la costruzione della cupola secondo il modello costruito da Filippo in piazza Duomo.

In definitiva potremmo dire che Filippo Brunelleschi, alla stregua di un moderno ingegnere strutturista, ha “solo” elaborato ed eseguito il *progetto strutturale esecutivo e costruttivo della cupola* sulla base di un progetto architettonico esistente.

LA COSTRUZIONE DELLA CUPOLA e L'uovo di Brunelleschi

La prima considerazione da fare è che la cupola esterna ha uno spessore troppo esiguo, variabile da circa 60 cm alla base a circa 30 cm in sommità, per essere autoportante anche nella configurazione finale completa date le dimensioni e gli enormi sforzi in gioco, principalmente di trazione e compressione oltre che di flessione e taglio (tali ultime sollecitazioni dovevano essere introdotte concettualmente molti secoli dopo, ma erano sicuramente noti gli effetti da esse provocati), questi ultimi sforzi provocati dal vento e dal peso proprio agente sui fusi esterni tra un costolone e l'altro; i costoloni invece sono sicuramente autoportanti nella configurazione finale non essendo altro che degli enormi archi ogivali bloccati alla base all'innesto sul tamburo e in alto sull'anello ottagonale di sommità, il “serraglio”. In base a questa semplice considerazione possiamo sicuramente affermare che la cupola esterna non è autoportante ma è bensì riportata su quella interna per mezzo dei costoloni passanti tramite gli Archi di Scarico orizzontali in mattoni menzionati in precedenza, figura 7, la cui unica funzione è proprio quella di sostenere la cupola esterna e non quella di fungere da “catene circolari” inscritte nell'ottagono di base ai vari livelli. D'altra parte per togliersi ogni dubbio su tale affermazione basta semplicemente disegnare in pianta la cupola esterna e quella interna distanziate dal camminamento con i relativi spessori, come fatto dall'autore dell'articolo, figura 12, e verificare che non è possibile geometricamente inscrivere un cerchio, anche di modesto spessore, nella cupola esterna, cosa che può essere fatta per la cupola interna come vedremo. Inoltre tali archi di scarico sono previsti a partire da una certa quota rispetto al livello zero del ballatoio interno, ovvero circa 36 braccia (come riportato nelle *revisioni* al progetto del 1426) corrispondenti a circa 20 m (molto probabilmente disposti già a partire dai 14 m) dove la pendenza dei filari di mattoni verso l'interno diventa maggiore di 30°; chiaramente la loro funzione non poteva essere quella di catena perché era noto che lo sforzo maggiore provocato dalla spinta è alla base della cupola e non in mezzaria o in sommità.

Brunelleschi che potrebbe essere considerato per forma mentis come un attuale ingegnere strutturista (a mio parere il primo ingegnere strutturista) ad un livello superiore per capacità e conoscenza tecnologica dei materiali, certamente non si sarà fidato della semplice funzione di *rivestimento* della cupola esterna, ed in base a ragionamenti elementari sui principi strutturali avrà compreso che nonostante la presenza degli archi di scarico, dei costoloni, della cupola interna portante, ecc., sicuramente alla cupola esterna si sarebbero trasmessi degli sforzi, anche se di modesta entità, e pertanto avrà inserito nello spessore della muratura un “presidio” costituito da delle Travi-Catena in macigno o pietra arenaria collegate con spranghe in ferro con andamento lineare secondo l'ottagono di base e di spessore circa 40 cm, come si evince da alcune fonti. La funzione di queste travi-catena è quella di assorbire oltre alla spinta di modesta entità che si trasferisce alla cupola esterna anche gli sforzi di flessione e taglio provocati dal vento e dal peso proprio dei materiali. Tale funzione è resa evidente dall'osservazione del quadro fessurativo della

cupola esterna, figura 10, dove sono presenti lesioni verticali *singole* in corrispondenza di alcuni fusi nella parte bassa più ampia (di luce maggiore) denotando un comportamento essenzialmente *a trave*.



Figura 10. Rottura a “flessione” TRAVE-CATENA esterna

La *seconda considerazione* è relativa alla cupola interna, la vera struttura portante ed autoportante in fase esecutiva, per dimensioni, geometria e procedimenti costruttivi utilizzati. Innanzitutto lo spessore della cupola interna varia da circa 2 m all’imposta sul tamburo a circa 1,3 m in sommità (le dimensioni geometriche variano lievemente in base alle fonti di riferimento). Tale spessore, da verifiche geometriche e grafiche eseguite dall’autore consente di inserire perfettamente all’interno della muratura delle catene di macigno continue e spangate con staffe in ferro ai vari livelli di larghezza circa 40 cm (come riportato nelle fonti) secondo una curva poligonale a 24 lati (quasi *circolare*) inscritta in un cerchio di base tangente alla mezzeria esterna dei fusi e allo spigolo interno delle costolature d’angolo della cupola interna, figura 12. Sicuramente Brunelleschi avrà inserito tali catene in pietra nella struttura muraria (probabilmente rinforzate anche da catene in ferro anche se la presenza di quest’ultime sebbene presenti nel programma o memorandum iniziale non è stata accertata) e quindi non visibili, ad un passo ravvicinato (si presume circa 2,5 m, a partire dal secondo camminamento) per le ragioni di seguito esposte.

La funzione di queste catene sub-circolari qui indicate come *Archi-Catena* inserite nella cupola interna è duplice: 1) nella parte bassa della cupola, nella sua configurazione finale completa, esse assolvono la normale funzione di “cerchiatura” come tutte le *catene* in ferro inserite nelle cupole a base circolare assorbendo le enormi spinte (assorbite in parte anche dal tamburo di base) ed evitando che la cupola portante e quella riportata possano cedere verso l’esterno alla base; 2) nella parte alta della cupola (diciamo a partire dal secondo camminamento a quota 11,90 m, figura 12, quando la pendenza delle file di mattoni verso l’interno comincia a diventare consistente tale da non consentire alle file di autosostenersi in fase costruttiva solo per peso proprio e per attrito, le catene in macigno hanno diversa funzione, ovvero quella di *archi circolari chiusi* soggetti a compressione per stabilizzare la cupola in fase costruttiva quando la tendenza delle file successive di mattoni è

quella di scorrere o “scivolare” all’interno, in questo aiutati marginalmente dalla disposizione a *spina di pesce* dei mattoni. Tali archi circolari sono dei veri e propri paralleli compressi durante tutta la fase costruttiva e in parte tesi e in parte compressi nella configurazione finale di cupola completa, figura 11.

In definitiva Brunelleschi ha costruito la cupola poligonale interna secondo i principi di una cupola sferica (secondo l’Alberti una cupola poligonale può essere costruita senza una rete di supporti in legno solo se “una davvero circolare è racchiusa entro il suo spessore”) ed inoltre ha utilizzato degli elementi strutturali, gli *archi-catena*, con comportamento statico variabile in base alle fasi costruttive utili per l’autoportanza.

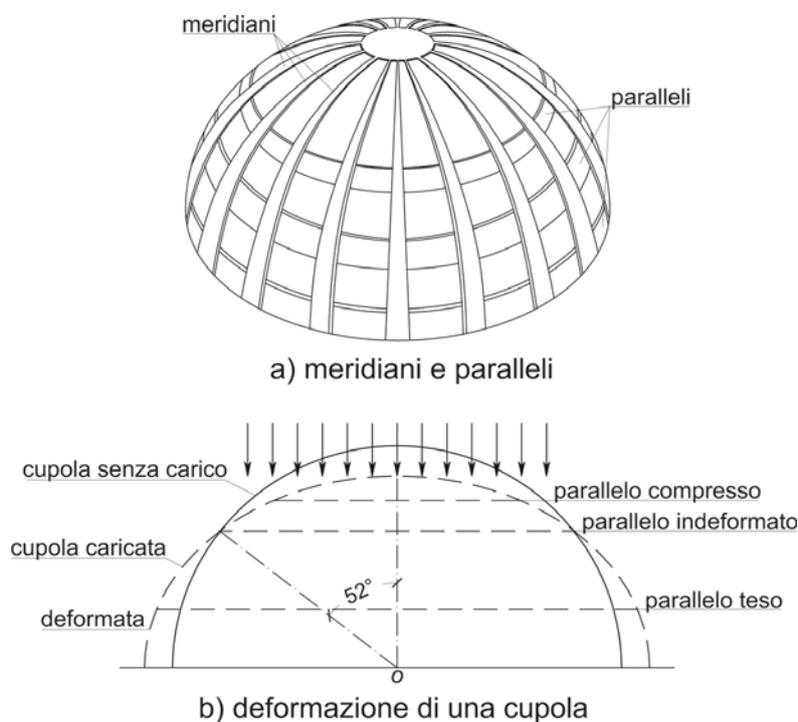


Figura 11. Cupola a base circolare: funzionamento strutturale

La presenza delle catene sub-circolari all’interno della muratura della cupola interna certamente dimostra il comportamento strutturale della cupola a base ottagonale “*come se fosse una a base circolare*”, ma sebbene distribuite in altezza come avrebbero potuto tali catene impedire che i mattoni disposti con una pendenza anche maggiore di 60° non “scivolassero” verso l’interno in fase costruttiva? E qui entra in gioco il vero *uovo di Brunelleschi*.

L’uovo di Brunelleschi. Occorre premettere che più di 300 operai lavoravano nel cantiere organizzati in 8 squadre, una per ogni lato dell’ottagono o fuso, per circa 14 ore al giorno dal lunedì al sabato. Inoltre all’epoca per legare i mattoni tra di loro (murare) veniva utilizzata una *malta* di calce viva, sabbia e acqua preparata sul posto. Brunelleschi da profondo conoscitore dei materiali: sceglieva personalmente le pietre, disegnava le forme dei mattoni e partecipava al processo produttivo, sapeva anche che aggiungendo della soda caustica o carbonato di sodio all’impasto la

malta indurisce molto prima (normalmente occorrono 2-4 ore), una specie di “malta a presa rapida” (sono state eseguite delle verifiche mineralogiche negli anni '70 che dimostrano tale fatto). Avendo egli studiato le rovine e i templi romani con le loro grandi cupole, in particolare il Pantheon, era a conoscenza oltretutto dell'autoportanza delle cupole in fase costruttiva solo se esse fossero state complete parallelo per parallelo (cerchio per cerchio, figura 8).

Tanto premesso ecco l'uovo di Brunelleschi per rendere autoportante la cupola in fase costruttiva:

- *la costruzione della muratura delle volte doveva procedere dall'interno verso l'esterno secondo dei cerchi concentrici; di “giro in giro” secondo il poeta Fiorentino del XV secolo Giovanni Battista Strozzi;*
- *le otto squadre dovevano mettere in opera in primis e in contemporanea, con la malta a presa rapida, la prima fila di mattoni sul perimetro interno della cupola portante, che doveva funzionare da tacco o sostegno per le file successive, in questo aiutati anche, dove le pendende superavano i 30°, da sostegni provvisori in legno fissati in basso sulla muratura inferiore già costruita e stabile oppure sui ponti; si procedeva allo stesso modo per la cupola esterna riportata.*
- *una volta chiuso l'ottagono con questa prima fila di mattoni perimetrale e la malta indurita esso diventava autoportante e si poteva così procedere a murare le file successive efficacemente contrastate nella loro tendenza a scivolare all'interno da questo anello iniziale o tacco.*

Possiamo affermare pertanto secondo tale ipotesi che “a garantire l'autoportanza in fase costruttiva della cupola del Brunelleschi sono gli archi-catena disposti ad interasse costante nello spessore murario della cupola interna e la procedura costruttiva eseguita per murare le file successive di mattoni con l'utilizzo di una malta a presa rapida, e non le file di mattoni disposti a spina di pesce il cui contributo è modesto”.

La scelta di utilizzare la muratura a spina di pesce operata da Brunelleschi, dato il modesto contributo che essa dà all'autoportanza delle file successive con il suo effetto “morsa”, probabilmente non è stata una scelta saggia strutturalmente parlando in quanto interrompe la continuità delle file di mattoni disposte secondo i cerchi concentrici, anche se presumibilmente la spina di pesce è stata eseguita solo sulle facce esterne delle cupole e non all'interno della muratura (la vera cupola cilindrica).

La terza considerazione è relativa agli elementi secondari. Brunelleschi da capace e prudente ingegnere quale era, trattandosi di un'opera prima (ha rappresentato un riferimento, un paradigma per le cupole successive come quella di San Pietro, San Paolo a Londra) di cui sicuramente nonostante la bravura non poteva prevedere il comportamento statico finale per mancanza di mezzi scientifici e procedure di calcolo, ha voluto inserire ulteriori “presidi” che consentissero di aumentare la rigidità della struttura ed in definitiva la sicurezza. Tale è la funzione dei 24 costoloni di irrigidimento che collegano entrambe le cupole, quella esterna e quella interna, a rigore non necessari perlomeno per la cupola interna; dei tre camminamenti alla varie quote che collegano anch'essi le cupole; del serraglio di chiusura superiore in pietra arenaria molto rigido e spesso; e finanche dell'enorme peso stabilizzante della “lanterna”.

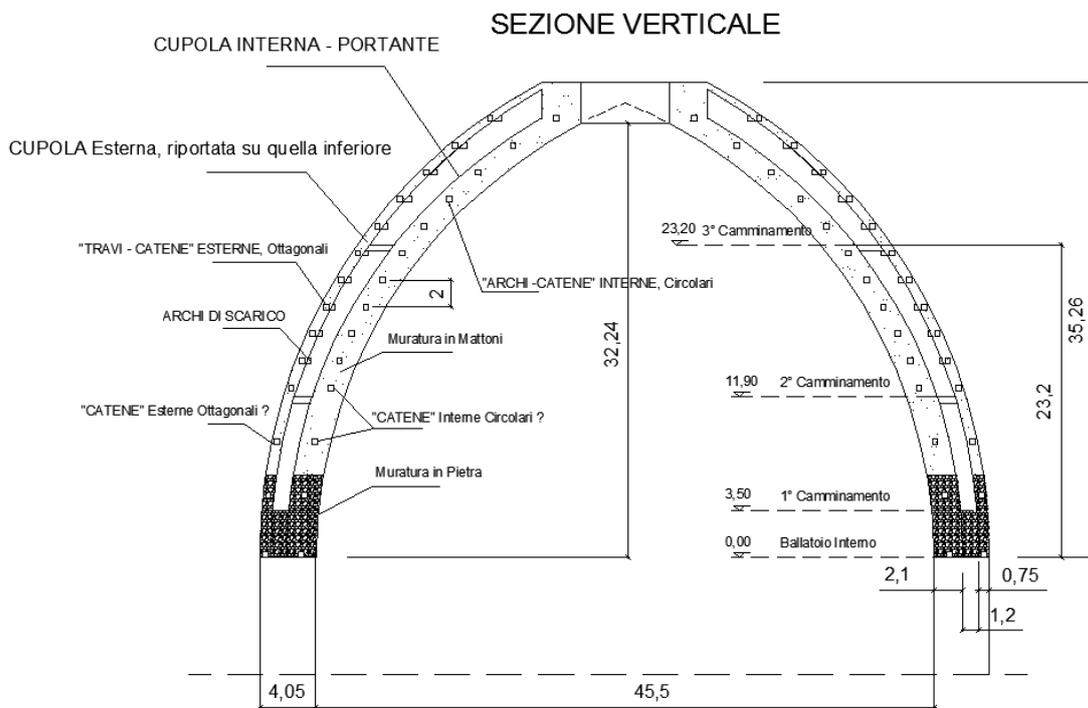
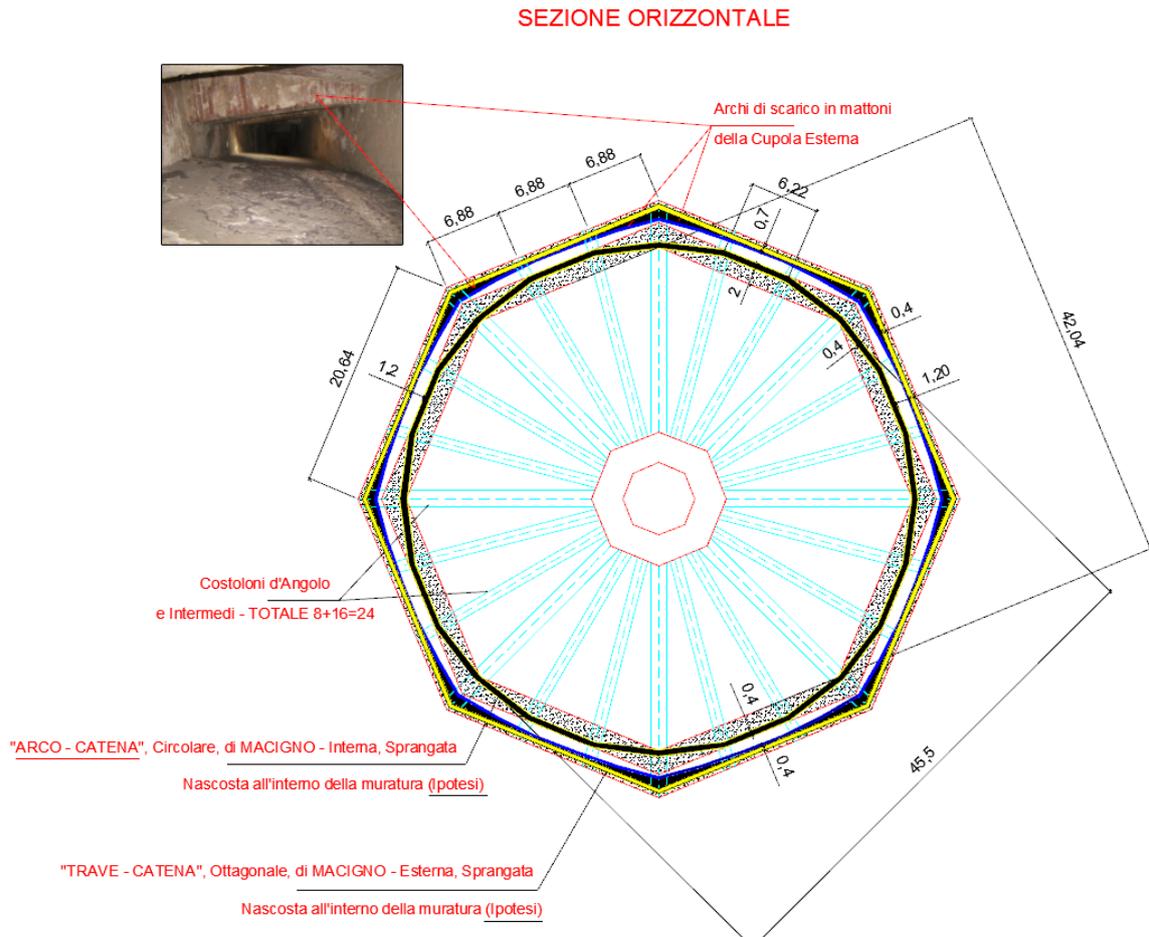


Figura 12. Struttura interna della cupola – **Ipotesi Nunziata**: gli ARCHI-CATENA, le TRAVI-CATENA, gli ARCHI DI SCARICO.

In base a tale nuova ipotesi sulla realizzazione della Cupola di Santa Maria del Fiore possiamo ipotizzare le fasi costruttive che hanno condotto un genio dell'ingegneria *Filippo Brunelleschi* a realizzare un'opera essenzialmente strutturale senza conoscenze scientifiche sulla meccanica delle strutture, senza mezzi informatici, e soprattutto senza Norme Tecniche che ne avrebbero impedito la realizzazione, ma basandosi solo sulle proprie *Capacità e Intuito* e su elementari principi strutturali.

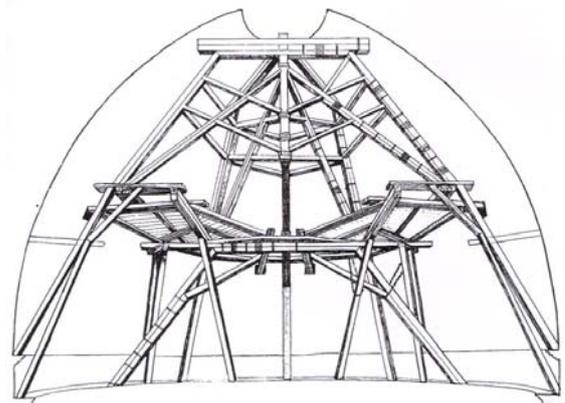
Fasi Costruttive della cupola. Ipotesi Nunziata

Fase 1. *Approntamento del cantiere a partire dalla sommità del "Tamburo" già realizzato.*

- a) Predisposizione dell'andito o *ponti* a sbalzo, figura 13, interno ed esterno, opportunamente ammortati in apposite nicchie realizzate nella muratura lungo tutto il perimetro;
- b) Tracciamento dei muri di base con i relativi spessori;
- c) Predisposizione di *dime in legno* ad arco a *quinto sesto* secondo la configurazione finale dei fusi della cupola esterna ed interna (dall'intersezione dei fusi deriva la geometria dei costoloni d'angolo) di altezza limitata (circa 2-2,5 m) per una facile movimentazione, utili per le successive fasi di costruzione in quota.



a) Biagio D'Antonio, 1470 circa, la lanterna della cupola in costruzione



b) Giovan Battista Nelli (seconda metà del XVII secolo), ipotesi dei ponteggi interni

Figura 13. Ponteggi interni ed esterni della cupola

Fase 2. *Predisposizione alla base della cupola della prima catena in pietra sub-circolare, nello spessore della cupola interna, e della prima catena ottagonale, nello spessore della cupola esterna. Tali catene di base sono collegate ortogonalmente da travi in pietra, figura 14.*

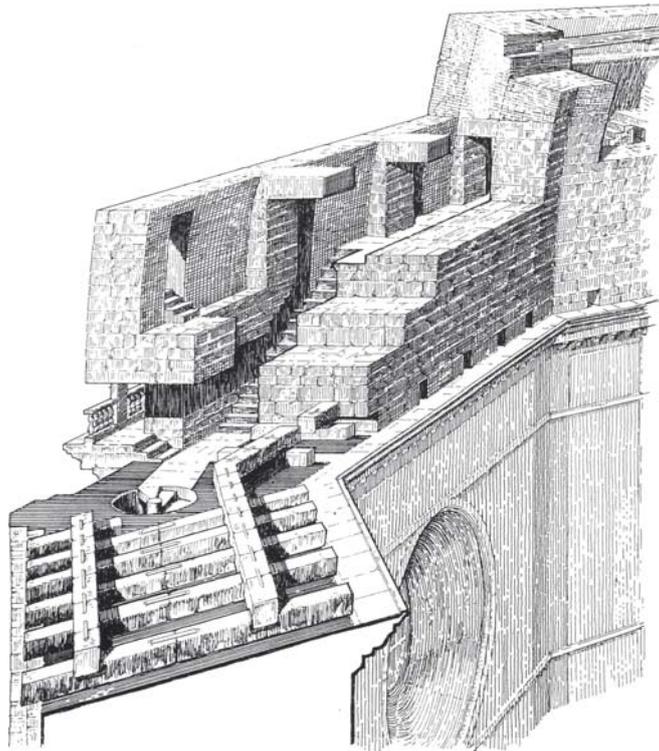


Figura 14. Ipotesi di localizzazione e disposizione della prima catena in pietra arenaria (in “macigno” secondo il memorandum)

Fase 3. *Inizio della costruzione dei muri in pietra con l’utilizzo delle dime di riferimento, fino ad una altezza di circa 7 m dal ballatoio interno (Livello 0,0 di riferimento) e successiva continuazione con muri in mattoni, figura 12.*

- a) Avanzamento dal muro interno verso l’esterno, con l’utilizzo della malta a presa rapida e la costruzione di cerchi concentrici successivi a partire da quelli perimetrali inferiori (verso l’interno delle cupole);
- b) Collegamento dei due muri con costoloni in muratura passanti (totale num. 24).

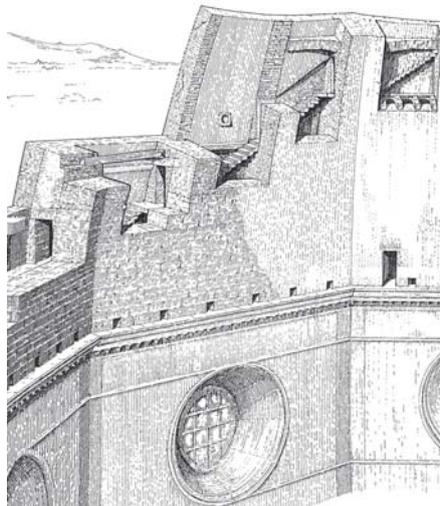


Figura 15. La doppia cupola

Fase 4. *Inserimento degli archi-catena interni e delle travi-catena esterni nello spessore della muratura.*

Vengono inseriti tali elementi strutturali ad intervalli regolari in altezza, circa 2-2,5 m come gli archi di scarico, per le ragioni sopra esposte.

Fase 5. *Inserimento degli archi di scarico della cupola esterna a partire dalla quota circa 14 m*

Vengono inseriti in questa fase gli archi di scarico orizzontali della cupola esterna per un totale di 9 fino in sommità. Ogni anello è largo circa 1 m e alto circa 0,60 m, e circonda la cupola a intervalli regolari di circa 2,5 m.

Fase 6. *Completamento della cupola con la costruzione degli elementi secondari.*

Una volta arrivati in sommità viene costruito il cosiddetto *serraglio* in pietra arenaria di diametro circa 6 m e altezza circa 3 m (all'interno vi sono delle stanze) che abbraccia e collega le due cupole e i costoloni. Vengono realizzati i due camminamenti intermedi su voltine a botte (quello di base era già presente nella muratura piena sul tamburo). Viene innalzata la lanterna, progettata dallo stesso Brunelleschi e vincitrice di un ulteriore concorso espletato nel 1436 a seguito dell'inagurazione del Duomo.

Purtroppo Brunelleschi non poté assistere alla sistemazione finale della Lanterna in quando la morte lo colse il 15 Aprile 1446.



a) Il Duomo



b) La Lanterna



c) Iscrizione funeraria

Figura 16 – La fine della storia di un grande ingegnere

Referenze

- Adam J.P., *L'arte di costruire presso i Romani*, Longanesi, 1988.
- Belluzzi O., *Scienza delle costruzioni*, voll.1-2-3-4, Zanichelli, 1956.
- Bettini M., Lentano M., Puliga D., *Il nuovo sulle spalle dei giganti*, Mondadori, 2010.
- Capretti E., *Brunelleschi*, Giunti, 2003
- Conti G. - Corazzi R., *La cupola di Santa Maria del Fiore*, Sillabe, 2005
- Di Pasquale S., *L'arte del costruire*, Marsilio, 1996.
- Ippolito L. - Peroni C., *La cupola di Santa Maria del Fiore*, NIS, 1997
- Nervi P.L., *Scienza o arte del costruire*, Città Studi Edizioni, 1997.
- Nunziata V., *Principi Strutturali*, Dario Flaccovio, 2016
- Pizzetti G., Triscuoglio Zorgno A.M., *Principi statici e forme strutturali*, Utet, 1980.
- Ross K., *La Cupola di Brunelleschi*, BUR saggi, 2015
- Salvadori M., *Perché gli edifici stanno in piedi*, Bompiani, 1997.
- Salvadori M., *Perché gli edifici cadono*, Bompiani, 1997.
- Salvadori M., *Why buildings fall down*, W.W. Norton, 2002.
- Salvadori M., *The art of construction*, Chicago Review Press, 1990.
- Seward D., *Understanding structures*, Macmillan, 1994.
- Sparacio R., *La scienza e i tempi del costruire*, Utet Libreria, 1999.
- Vitruvio, *Case d'aria e terra acqua e fuoco*, Edizioni Biblioteca dell'Immagine, 1998