

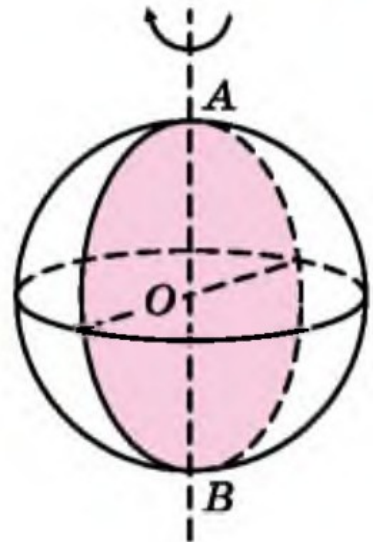
КУЛЯ ТА СФЕРА

1. Куля та сфера



Кулею називають геометричне тіло, утворене обертанням круга навколо осі, що містить його діаметр (мал. 7.1).

Центр круга, який обертається, називають *центром кулі*, радіус круга – *радіусом кулі*, а діаметр круга – *діаметром кулі*. На малюнку 7.1: точка O – центр кулі, OA і OB – радіуси кулі, а AB – діаметр кулі.



Мал. 7.1



Поверхню кулі називають **сферою**.

Центр, радіус і діаметр кулі є також *центром, радіусом і діаметром сфери*.

Усі точки сфери знаходяться на одній і тій самій відстані, що дорівнює радіусу, від центра сфери. Інші точки кулі, які не належать сфері, називають *внутрішніми точками*, про такі точки кажуть, що вони лежать *всередині сфери*. Внутрішні точки кулі знаходяться від центра кулі на відстані, яка менша за радіус.

Таким чином, приходимо ще до одного означення сфери і кулі.



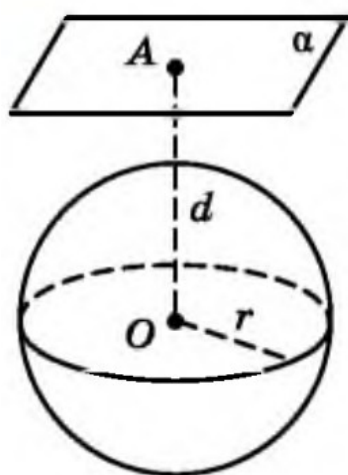
Сферою називають поверхню, яка складається з усіх точок простору, рівновіддалених від однієї і тієї самої точки. Цю точку називають *центром сфери*, а відстань від центра сфери до будь-якої її точки – *радіусом сфери*.



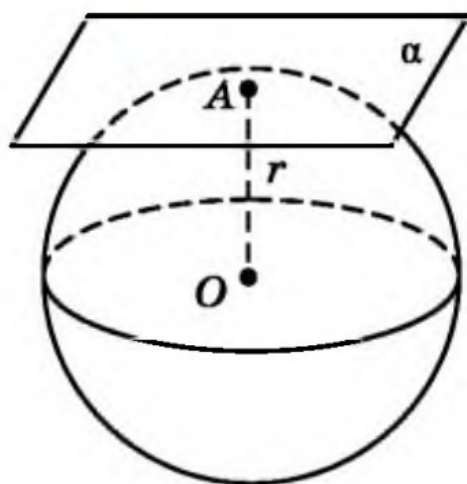
Кулею називають геометричне тіло, що складається з усіх точок простору, які знаходяться від заданої точки на відстані, не більший за дану відстань. Цю точку називають *центром кулі*, а дану відстань – *радіусом кулі*.

2. Взаємне розміщення кулі та площини

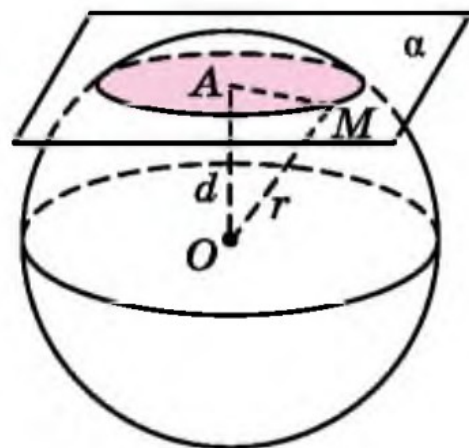
Площина α і куля можуть або не мати спільних точок (мал. 7.2), або мати одну спільну точку (мал. 7.3), або перетинатися і мати безліч спільних точок (мал. 7.4).



Мал. 7.2



Мал. 7.3



Мал. 7.4

Нехай $OM = r$ – радіус кулі, а $OA = d$ – перпендикуляр, проведений із центра кулі – точки O – до площини α (відстань від центра кулі до площини).

а) Якщо площина α і куля не мають спільних точок, то очевидно, що $d > r$.

б) Якщо площина α і куля мають одну спільну точку, то $d = r$.

в) Якщо площина α і куля мають безліч спільних точок, $d < r$.

Зауважимо, що обернене твердження також правильне: якщо $d > r$, то площина α і куля не мають спільних точок; якщо $d = r$, то площина α і куля мають одну спільну точку; якщо $d < r$, то площина α і куля мають безліч спільних точок.

Розглянемо детальніше випадки, коли площина і куля мають одну або безліч спільних точок.

3. Площина, дотична до кулі (сфери)



Якщо площина має з кулею (сферою) лише одну спільну точку, то кажуть, що площина *дотикається* до кулі (сфери).

На малюнку 7.3 площина α дотикається до кулі. Точку A , яка є спільною точкою площини і кулі, називають *точкою дотику*. Площина, дотична до кулі, має властивість, аналогічну властивості дотичної до кола.



Теорема (властивість площини, дотичної до кулі). Дотична до кулі площина перпендикулярна до радіуса, проведеного в точку дотику.

4. Переріз кулі площиною

Якщо площина і куля мають безліч спільних точок (мал. 7.4), то кажуть про *переріз кулі площиною*.

Якщо площина проходить через діаметр кулі, то її називають *діаметральною площиною* (див. мал. 7.1). Перерізом кулі діаметральною площиною є круг, радіус якого дорівнює радіусу кулі. Такий переріз називають *великим кругом*, а коло, що його обмежує, – *великим колом*.

Переріз кулі площиною, відмінною від діаметральної площини, є також круг, радіус якого менший, ніж радіус кулі. На малюнку 7.4 перерізом кулі площиною α є круг, центр якого – точка A – основа перпендикуляра, проведеного із центра кулі O до площини α . Радіус цього круга AM , де M – точка, що належить перерізу площини α зі сферою, що обмежує кулю. При цьому $OM = r$ – радіус кулі.