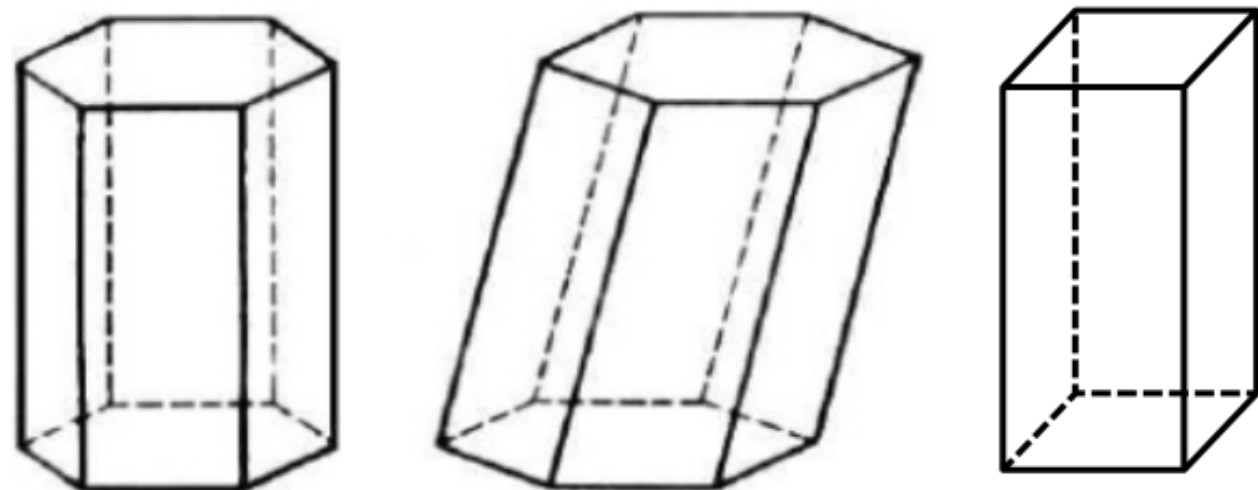


## § 8.

### ОБ'ЄМ ТІЛА.

### ОБ'ЄМ ПРИЗМИ ТА ПАРАЛЕЛЕПІПЕДА



Теорема 1 (про об'єм прямокутного паралелепіпеда).  
Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку трьох його вимірів.

$$V = a \cdot b \cdot c$$



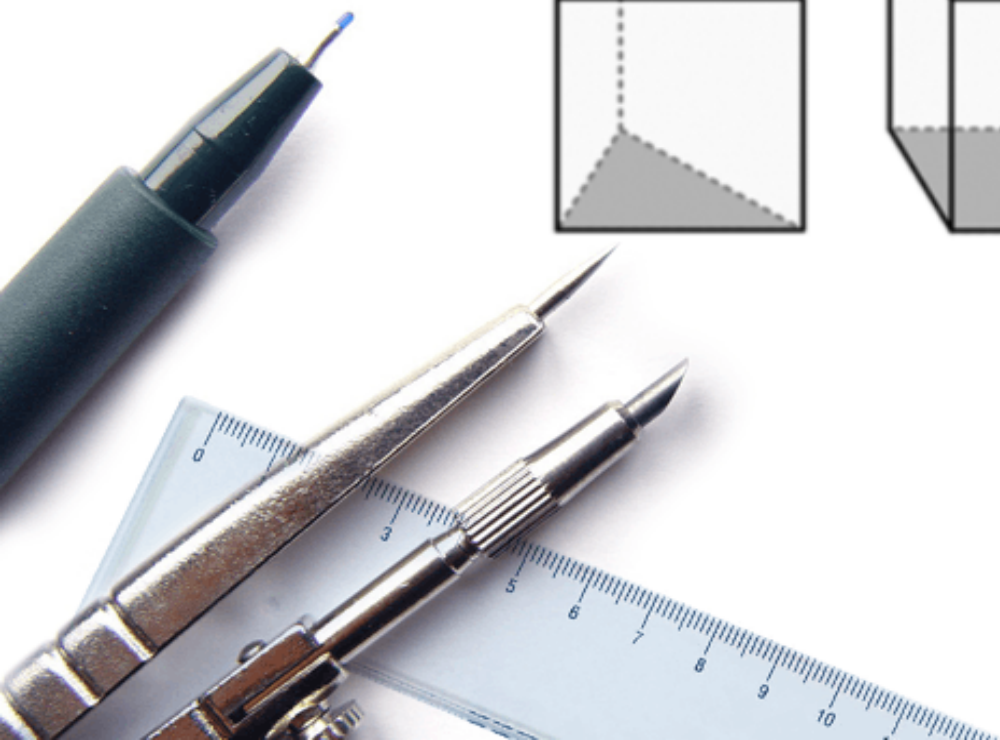
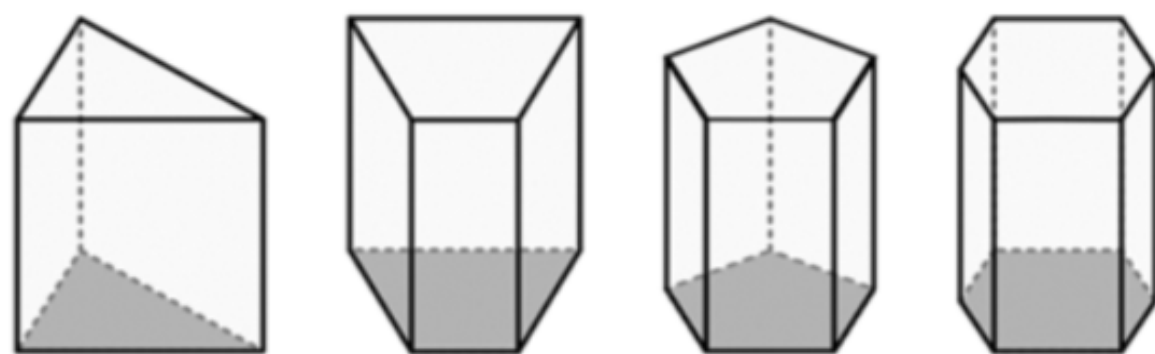
Наслідок. Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку площі основи на висоту.

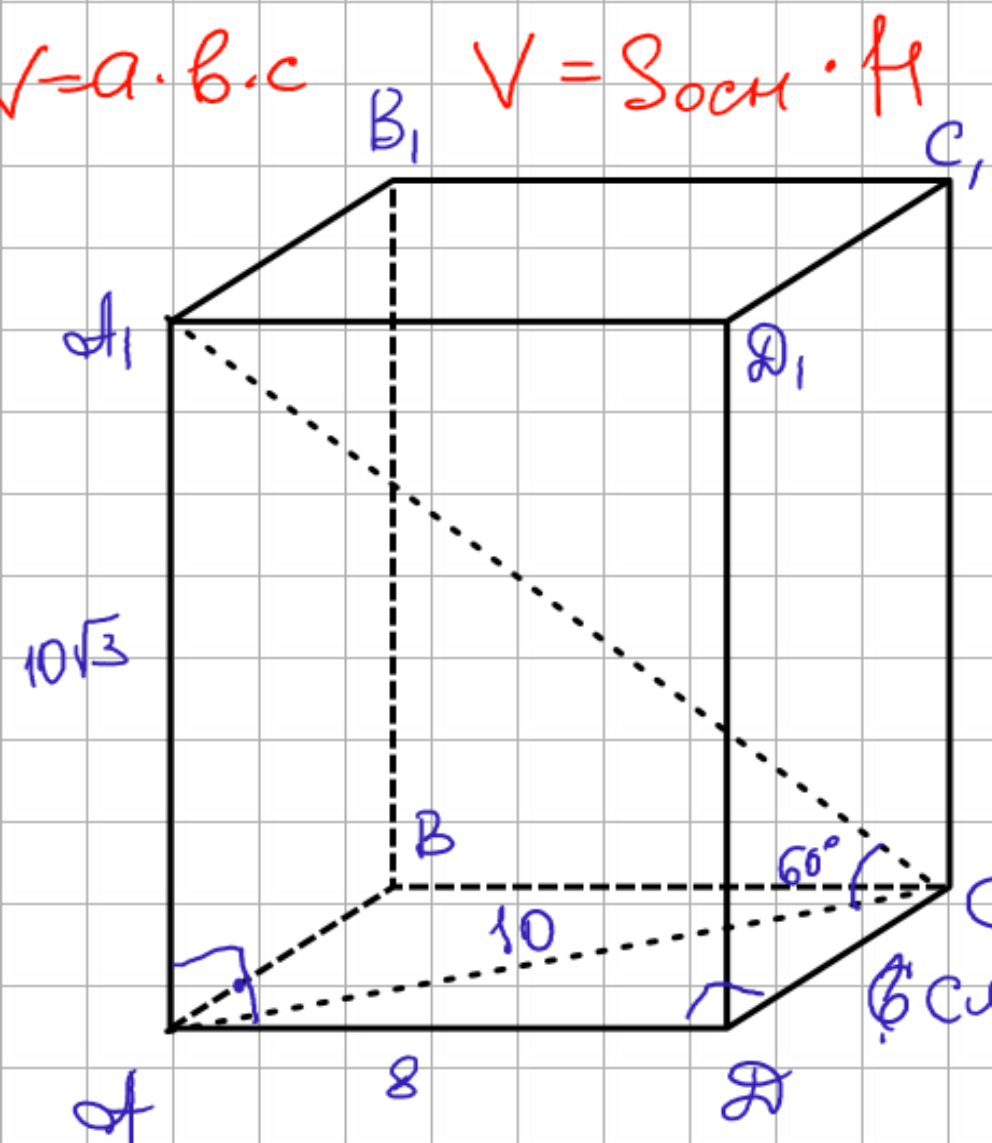
$$V = S_o \cdot H$$



Теорема 2 (про об'єм призми). Об'єм призми дорівнює добутку площі її основи на висоту.

$$V_{\text{призми}} = S_{\text{осн}} \cdot H$$





8.30. Бічне ребро прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $10\sqrt{3}$  см, а одна зі сторін основи – 8 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його діагональ нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ .

Дано:  $\text{П} ABCDA_1B_1C_1D_1$  – прямокутний пар-п,  $AA_1 = 10\sqrt{3}$  см  
 $AD = 8$  см,  $\angle A_1CA = 60^\circ$   
 3-пе:  $V$

Розв'язання

$$1) \triangle AA_1C (\angle A = 90^\circ): \operatorname{tg} C = \frac{AA_1}{AC}; \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{AC};$$

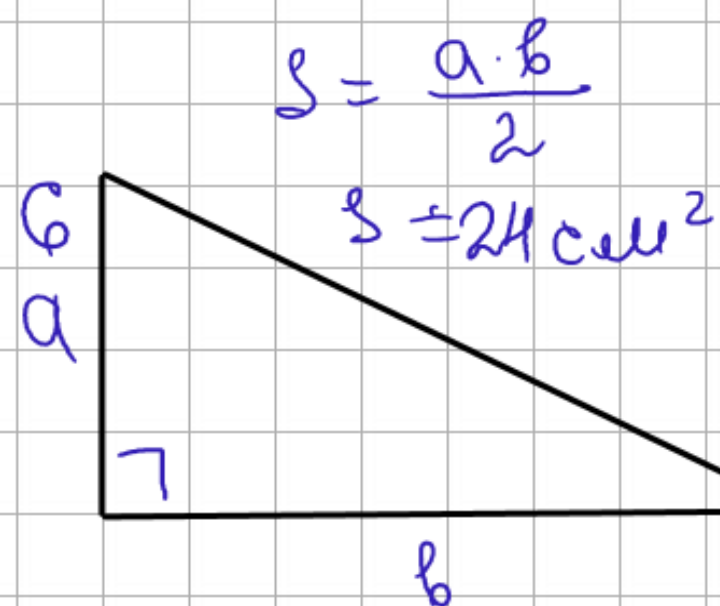
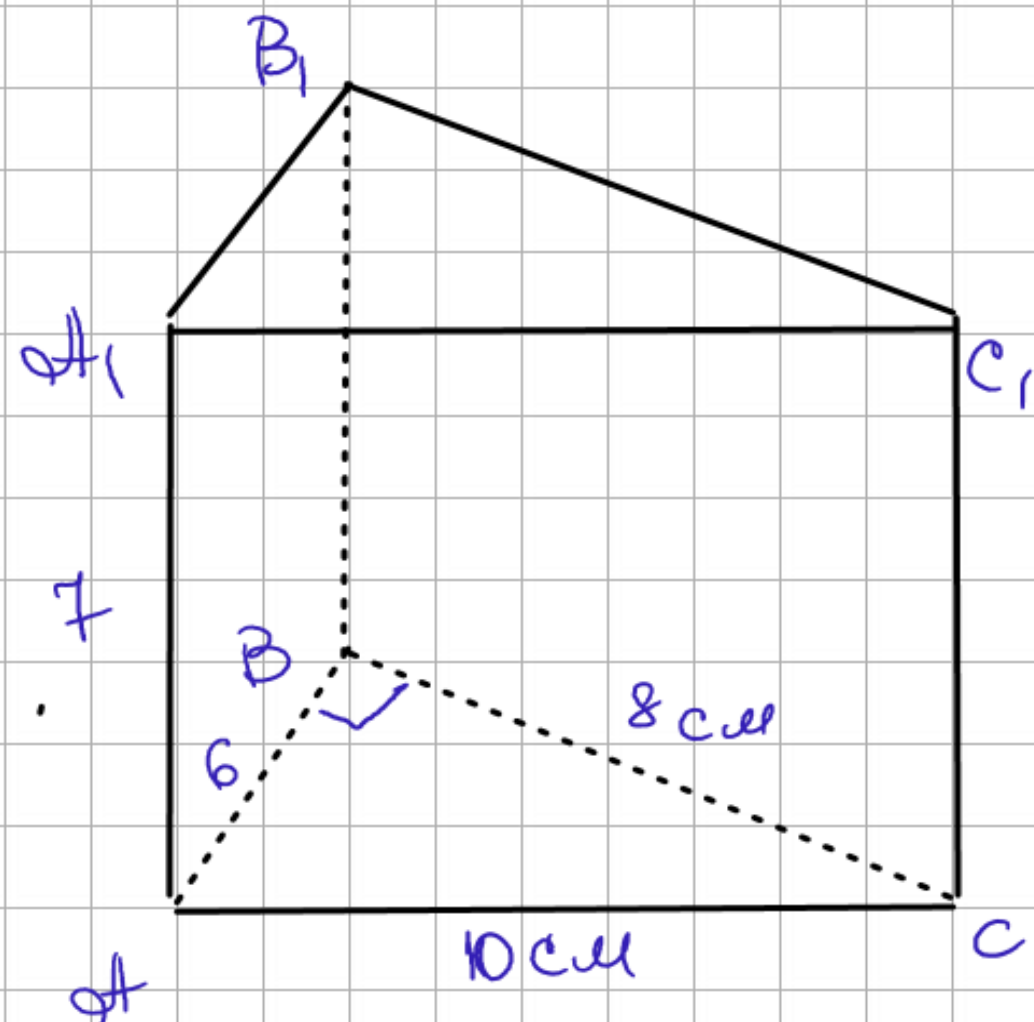
$$AC = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10 \text{ см}$$

$$2) \triangle ADC (\angle D = 90^\circ): DC = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6 \text{ см}$$

$$3) V = a \cdot b \cdot c = 6 \cdot 8 \cdot 10\sqrt{3} = 480\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$$

В:  $480\sqrt{3} \text{ см}^3$ .

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$



**8.35.** Об'єм прямої призми дорівнює  $168 \text{ см}^3$ , а її бічне ребро –  $7 \text{ см}$ . Основа призми – прямокутний трикутник з катетом  $6 \text{ см}$ . Знайдіть площу бічної поверхні призми.

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $A_1B_1C_1$  – прямокутна призма,  $AA_1 = 7 \text{ см}$ .

$AB = 6 \text{ см}$ ,  $V = 168 \text{ см}^3$

З-ти:  $S_{\text{осн}}$

Розв'язання

$$1) V = S_{\text{осн}} \cdot H, \quad S_{\text{осн}} = V : H = \frac{168}{7}$$

$$168 = S_{\text{осн}} \cdot 7 \rightarrow S_{\text{осн}} = \frac{168}{7} = 24 \text{ см}^2$$

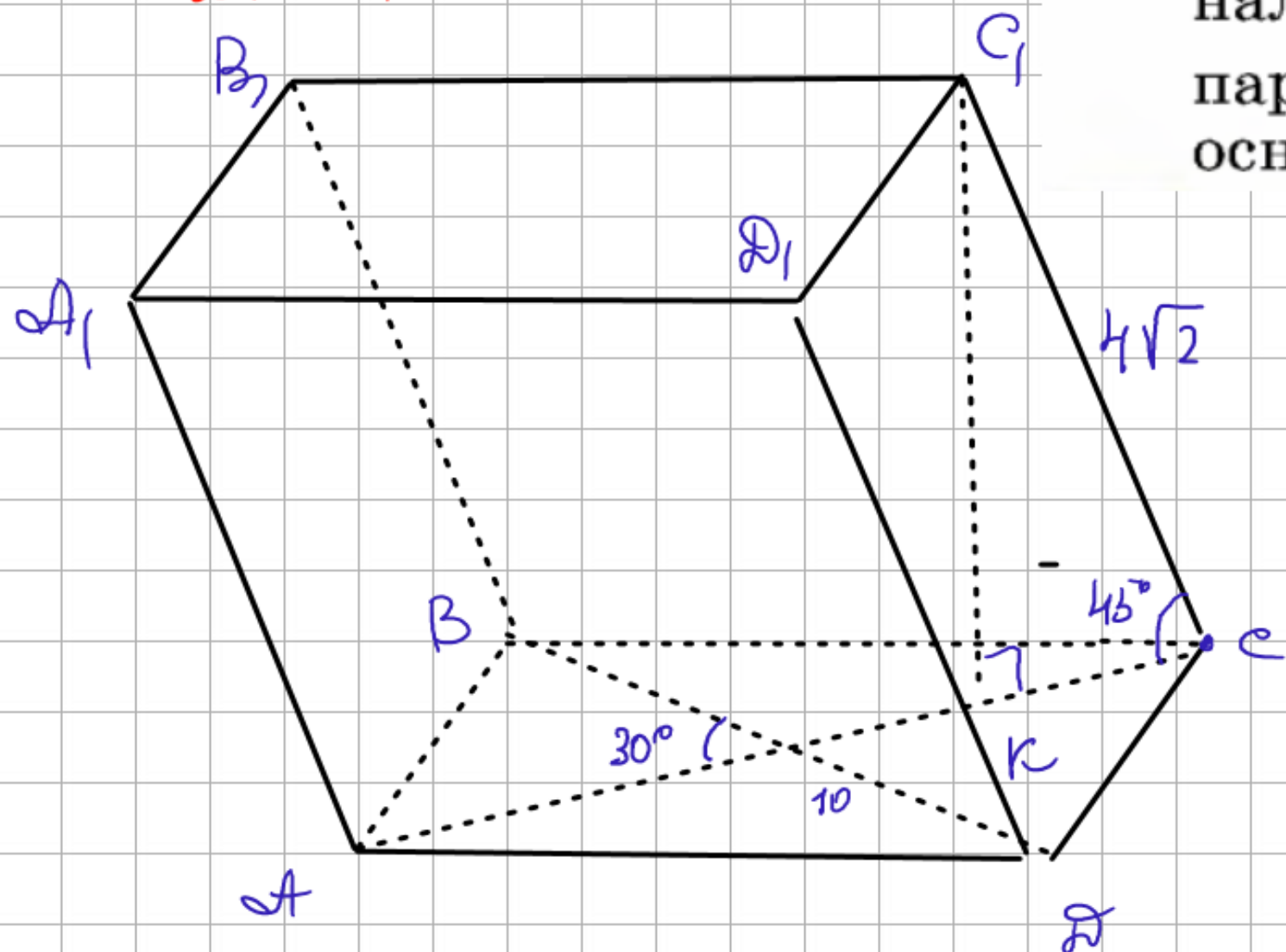
$$2) S_{\text{осн}} = \frac{ab}{2}; \quad \frac{24}{1} = \frac{6 \cdot b}{2}; \quad 6b = 24 \cdot 2; \quad 6b = 48,$$

$$BC = 8 \text{ см}$$

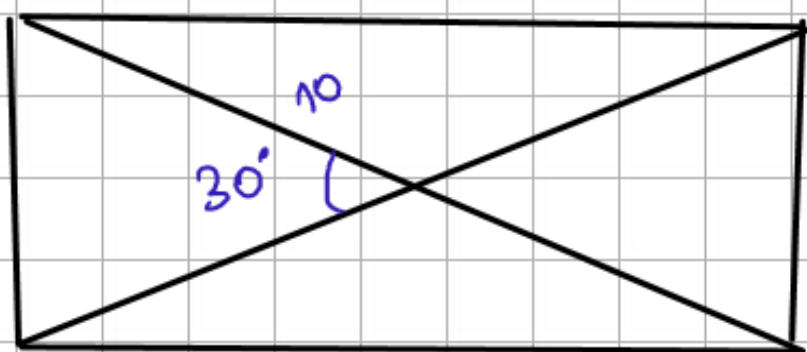
$$3) AB = 10 \text{ см}$$

$$4) S_{\text{б.п}} = P \cdot H = (6 + 8 + 10) \cdot 7 = 168 \text{ см}^2$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$



$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \alpha$$



**8.37.** Основа похилого параллелепіпеда – прямокутник з діагоналлю 10 см і кутом між діагоналями  $30^\circ$ . Бічне ребро параллелепіпеда дорівнює  $4\sqrt{2}$  см і утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть об'єм параллелепіпеда.

$$1) S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} BD^2 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot \frac{1}{2} = 25 \text{ см}^2$$

2)  $CK$  – висота.  $\triangle C_1KC$  ( $\angle K = 90^\circ$ ):

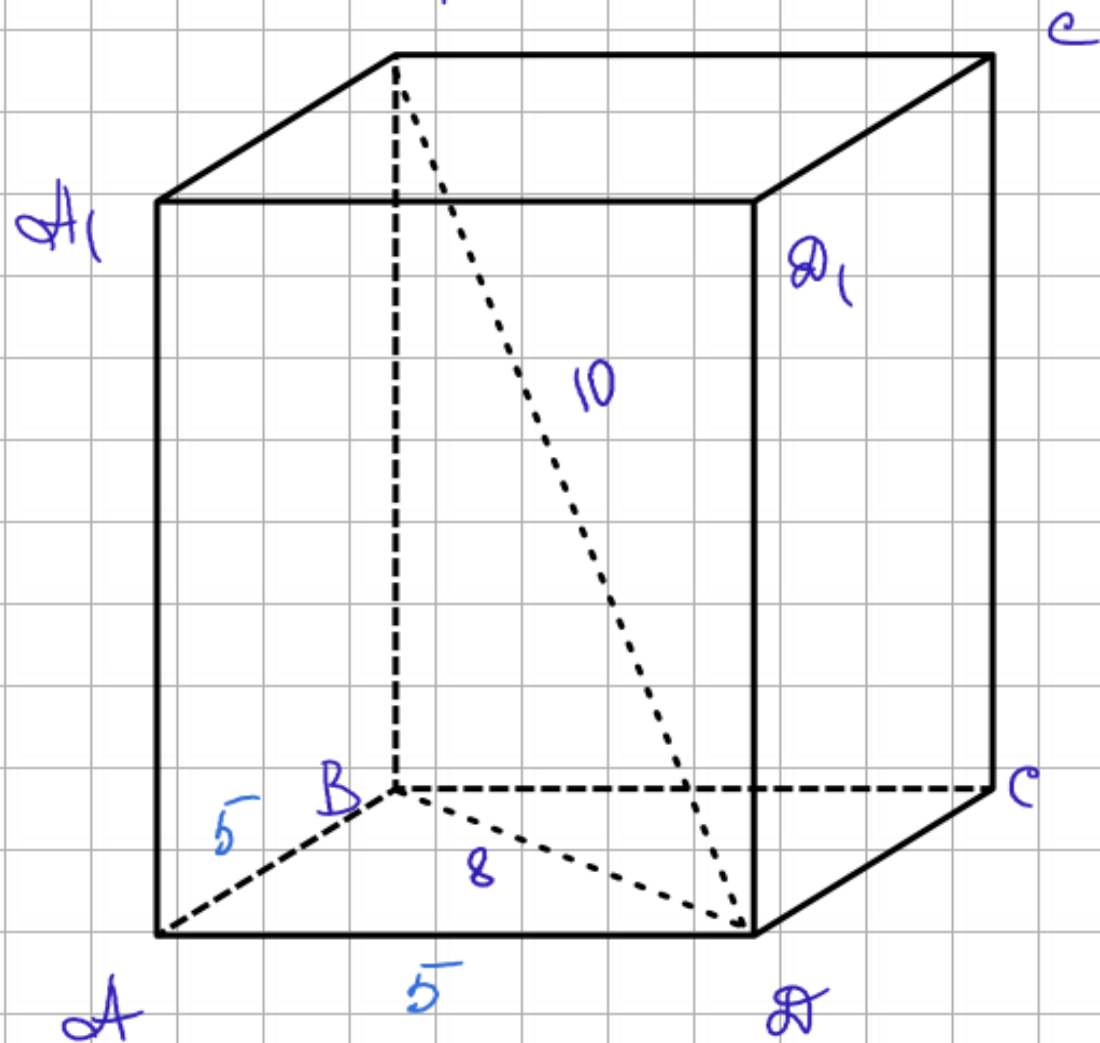
$$\sin C = \frac{CK}{C_1C}; \quad \sin 45^\circ = \frac{CK}{4\sqrt{2}}$$

$$CK = \frac{4\sqrt{2}}{1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 4 \text{ см}$$

$$3) V = S_{\text{осн}} \cdot H = 25 \cdot 4 = 100 \text{ см}^3$$

$$B: 100 \text{ см}^3$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$



3

8.39. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з периметром 20 см і діагоналлю 8 см. Менша діагональ паралелепіпеда дорівнює 10 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

Дано:  $P_{\text{осн}} = 20 \text{ см}$ ,  $BD = 8 \text{ см}$ ,  $B_1D_1 = 10 \text{ см}$ ,  $V = ?$

1)  $P_{\text{осн}} = 20 \text{ см} \rightarrow AB = BC = CD = DA = 20 : 4 = 5 \text{ см}$

