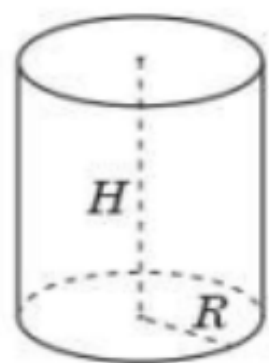


Площі поверхонь тіл обертання

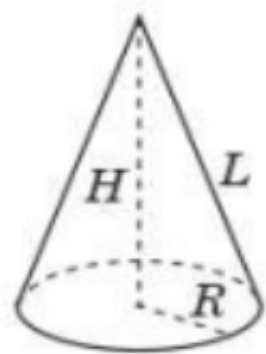
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_{\text{с}} = 2\pi R H$$

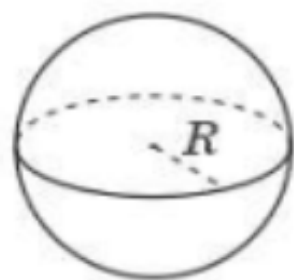
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{\text{с}} = \pi R L$$

Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$



Визначте площу сфери, якщо об'єм кулі, що обмежене цією сферою, дорівнює $288\pi \text{ см}^3$.

А	Б	В	Г	Д
$64\pi \text{ см}^2$	$144\pi \text{ см}^2$	$256\pi \text{ см}^2$	$36\pi \text{ см}^2$	$72\pi \text{ см}^2$

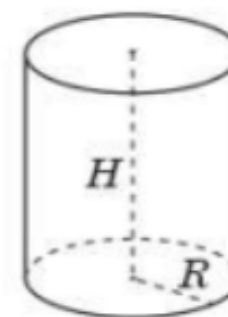
$$288\pi = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$R^3 = \frac{288}{1} : \frac{4}{3} = \frac{288 \cdot 3}{1 \cdot 4} = 72 \cdot 3 = 216$$

$$R^3 = 216 ; R = 6 \text{ см}$$

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 36 = 144\pi$$

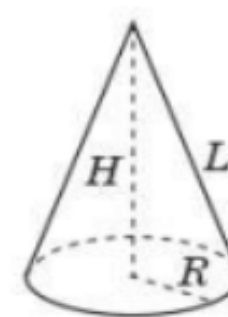
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = 2\pi R H$$

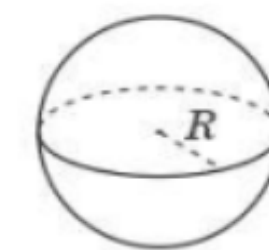
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = \pi R L$$

Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

~ 2

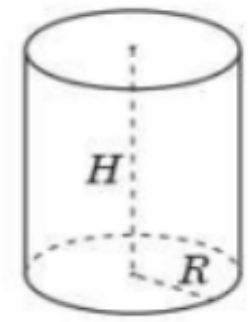
Площа повної поверхні циліндра дорівнює 72π , а площа його основи – 9π . Визначте площу бічної поверхні цього циліндра.

А	Б	В	Г	Д
54π	8π	45π	63π	36π

$$\begin{array}{ccccc} S_n & = & 2S_o & + & S_b \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 72\pi & & 2 \cdot 9\pi! & & ? \end{array}$$

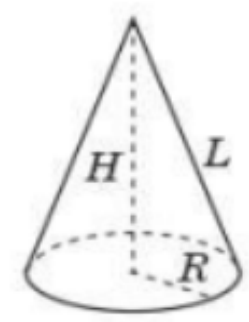
$$S_b = 72\pi - 18\pi = 54\pi$$

Циліндр



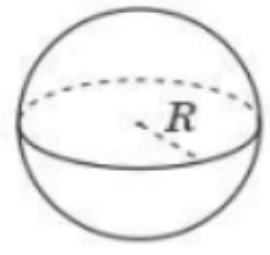
$$\begin{aligned} V &= \pi R^2 H \\ S_{\text{б}} &= 2\pi R H \end{aligned}$$

Конус



$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi R^2 H \\ S_{\text{б}} &= \pi R L \end{aligned}$$

Куля, сфера



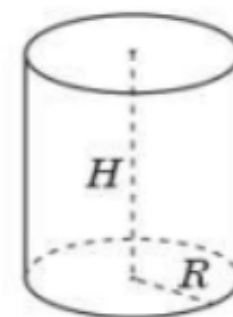
$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi R^3 \\ S &= 4\pi R^2 \end{aligned}$$

~3

Укажіть формулу для обчислення площі S повної поверхні конуса, радіус основи якого дорівнює a , а твірна – $2a$.

А	Б	В	Г	Д
$S = 2\pi a^2$	$S = 3\pi a^2$	$S = 4\pi a^2$	$S = \frac{2}{3}\pi a^3$	$S = 6\pi a^2$

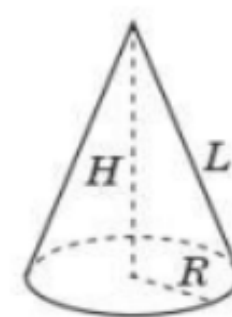
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = 2\pi R H$$

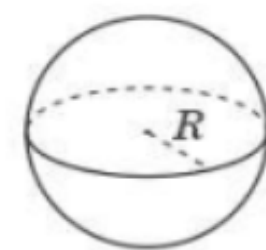
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = \pi R L$$

Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

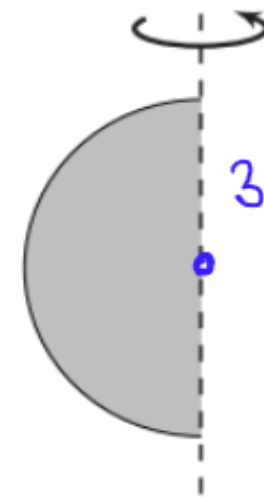
$$S_n = S_o + S_{\text{б}} \quad R = a, L = 2a$$

$$S_n = \pi R^2 + \pi R L = \pi a^2 + \pi a \cdot 2a = \underline{a^2 \pi} + \underline{2a^2 \pi} = 3a^2 \pi$$

~4

Півкруг радіуса 3 см обертається навколо свого діаметра (див. рисунок). Визначте об'єм отриманого тіла обертання.

куле?

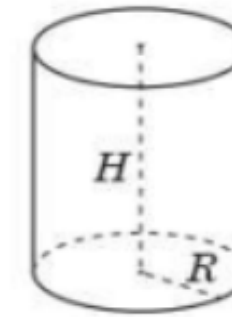


А	Б	В	Г	Д
$18\pi \text{ см}^3$	$27\pi \text{ см}^3$	$9\pi \text{ см}^3$	$36\pi \text{ см}^3$	$24\pi \text{ см}^3$

$$R = 3 \text{ см}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{3^3}{1} = 36\pi$$

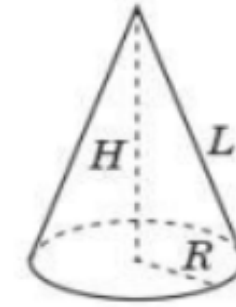
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = 2\pi R H$$

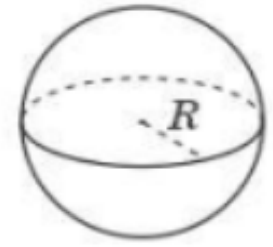
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = \pi R L$$

Куля, сфера



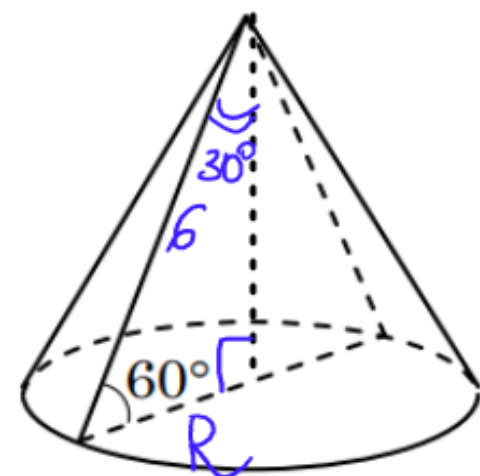
$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

~ 5

. Твірна конуса дорівнює 6 см і нахилена до площини основи конуса під кутом 60° (див. рисунок). Знайдіть площу основи цього конуса.

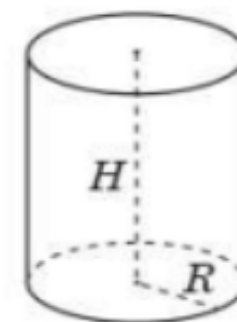
А	Б	В	Г	Д
$9\pi \text{ см}^2$	$27\pi \text{ см}^2$	$12\pi \text{ см}^2$	$6\pi \text{ см}^2$	$18\pi \text{ см}^2$



$$S_o = \pi R^2 ; R = \frac{6}{2} = 3$$

$$S_o = \pi \cdot 9$$

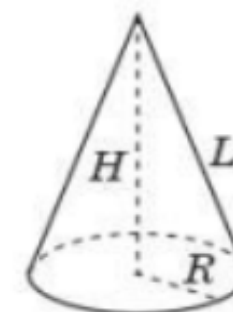
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = 2\pi R H$$

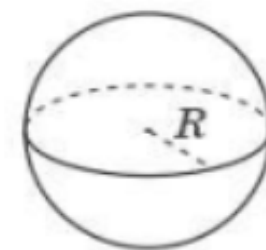
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = \pi R L$$

Куля, сфера

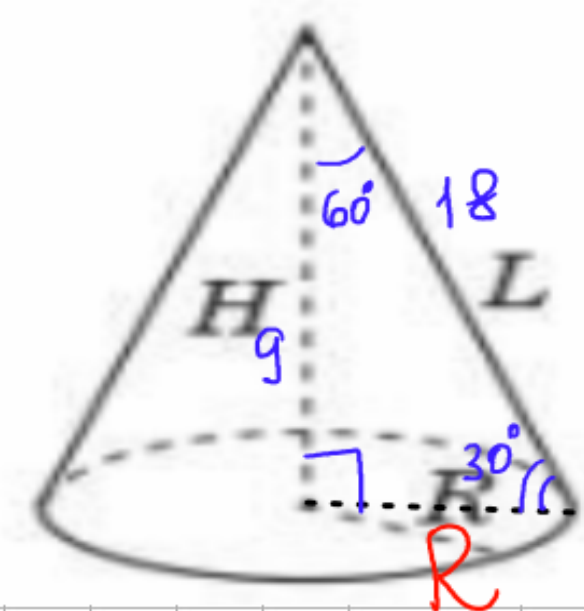


$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Прямокутний трикутник із гіпотенузою 18 і гострим кутом 60° обертається навколо меншого катета. Знайдіть об'єм V отриманого тіла обертання. У відповідь запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.

Відповідь:

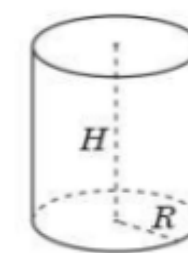


$$\text{I. } H = \frac{18}{2} = 9 \text{ см}$$

$$\text{II. } R = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{324 - 81} = \sqrt{243}$$

$$\text{III. } V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{243})^2 \cdot 9 = \pi \cdot 243 \cdot 3 = 729\pi$$

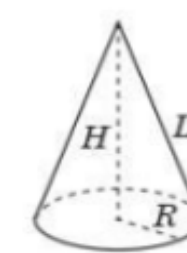
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = 2\pi R H$$

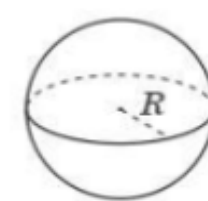
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = \pi R L$$

Куля, сфера



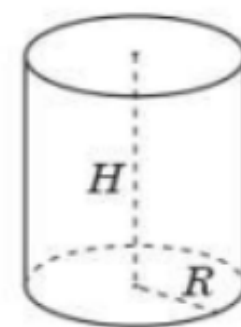
$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Циліндр

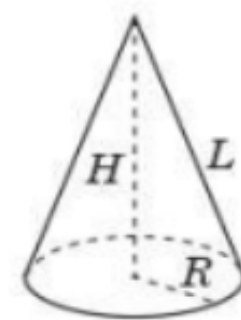
Конус

Куля, сфера



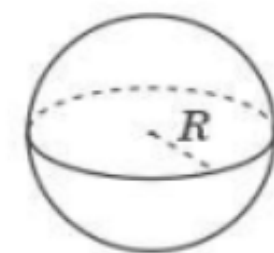
$$V = \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = 2\pi R H$$



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{\text{б}} = \pi R L$$

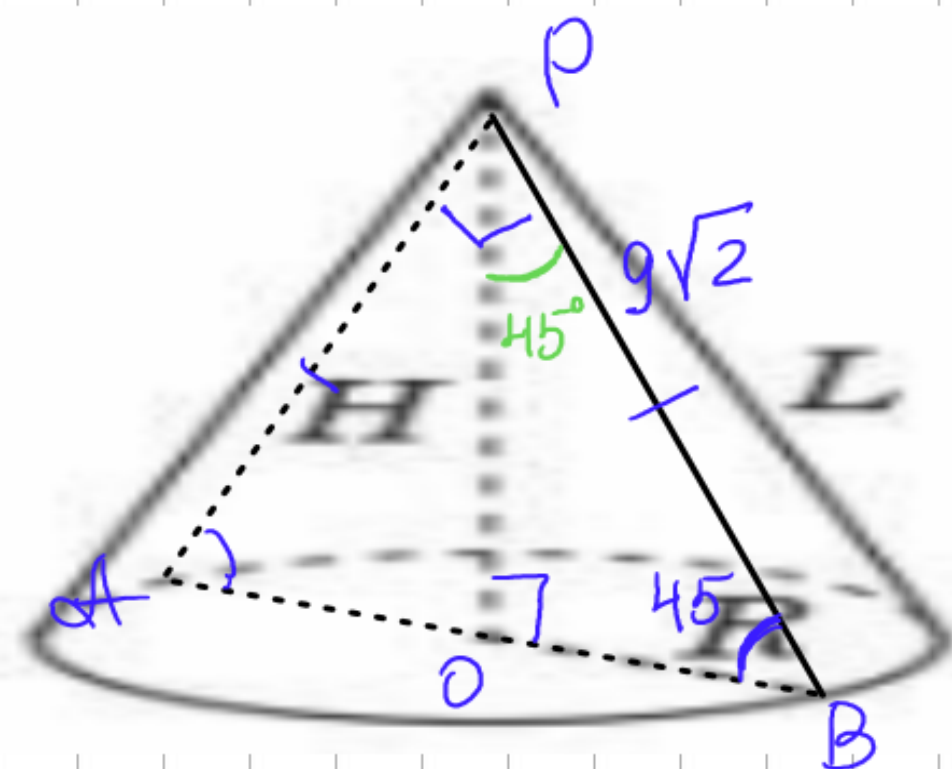


$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

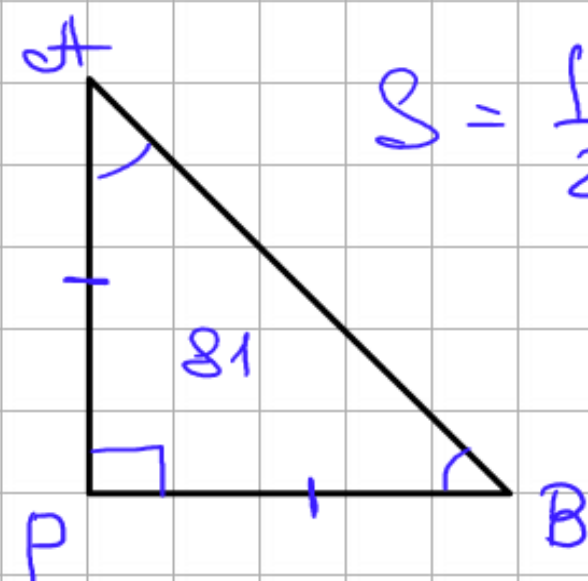
$$S = 4\pi R^2$$

Осьовим перерізом конуса є прямокутний трикутник, площа якого дорівнює 81 см^2 . Визначте об'єм (у см^3) конуса. У відповідь запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.

Відповідь:



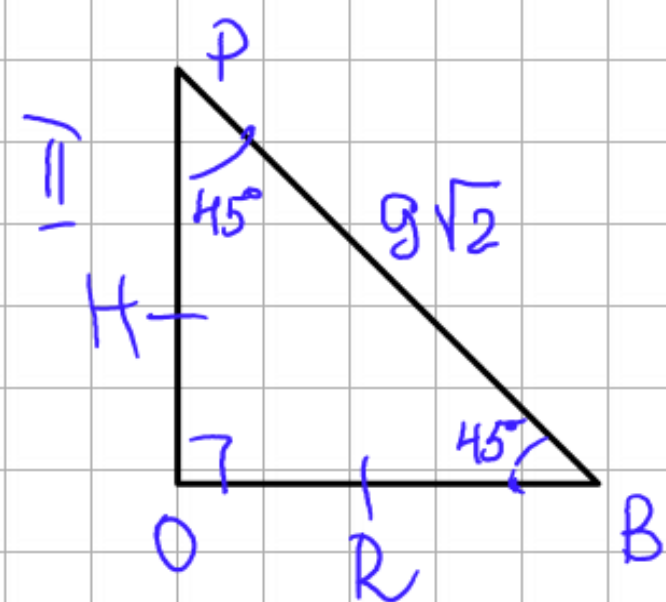
I. $S_{\text{PAB}} = 81 \text{ см}^2$ $V = ?$



$$S = \frac{1}{2} \cdot AP^2 ; \quad 81 = \frac{1}{2} AP^2 \quad | \cdot 2$$

$$AP^2 = 162$$

$$AP = \sqrt{162} = \sqrt{81 \cdot 2} = 9\sqrt{2}$$



$$\sin B = \frac{PO}{PB} ; \quad \sin 45^\circ = \frac{PO}{9\sqrt{2}} ;$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{PO}{9\sqrt{2}} ; \quad PO = \frac{\sqrt{2} \cdot 9\sqrt{2}}{2} = 9$$

$$H = R = 9 \text{ см}$$

III.

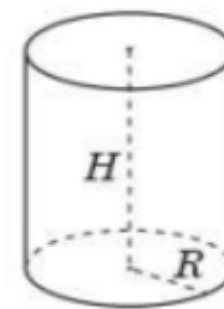
$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 9^2 \cdot 9 = 243\pi$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{243\pi}{\pi} = 243$$

Циліндр

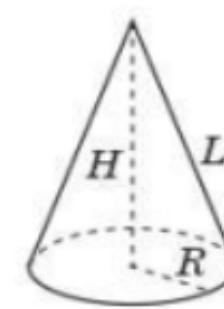
Конус

Куля, сфера



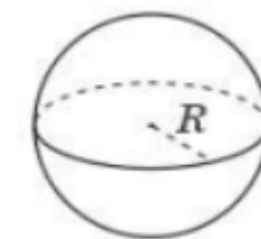
$$V = \pi R^2 H$$

$$S_0 = 2\pi R H$$



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_0 = \pi R L$$

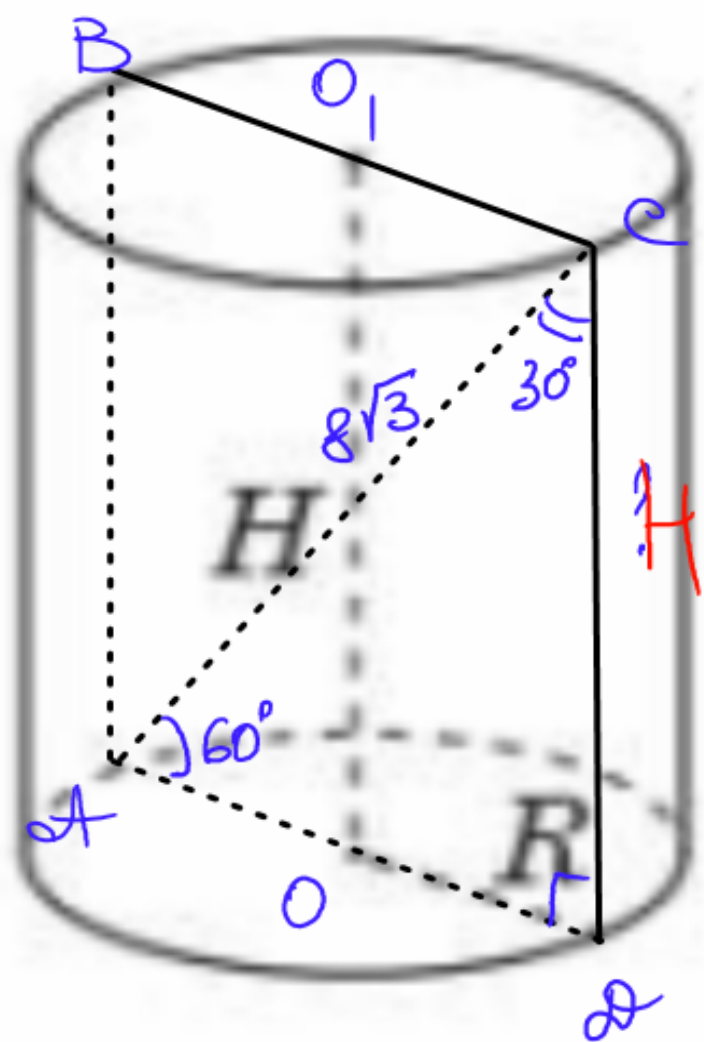


$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Осьовий переріз циліндра є прямокутником, діагональ якого дорівнює $8\sqrt{3}$ й утворює з площиною основи кут 60° . Визначте об'єм V цього циліндра. У відповіді запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.

Відповідь:



$$I. \quad AC = \frac{AC}{2} = 4\sqrt{3}; \quad R = 2\sqrt{3}$$

$$II. \quad \sin 60^\circ = \frac{H}{AC}; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \neq \frac{H}{8\sqrt{3}}; \quad H = \frac{8\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 12$$

$$III. \quad V = \pi R^2 H = \pi (2\sqrt{3})^2 \cdot 12 = \pi \cdot 4 \cdot 3 \cdot 12 = 144\pi \text{ см}^3$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{144\pi}{\pi} = 144$$