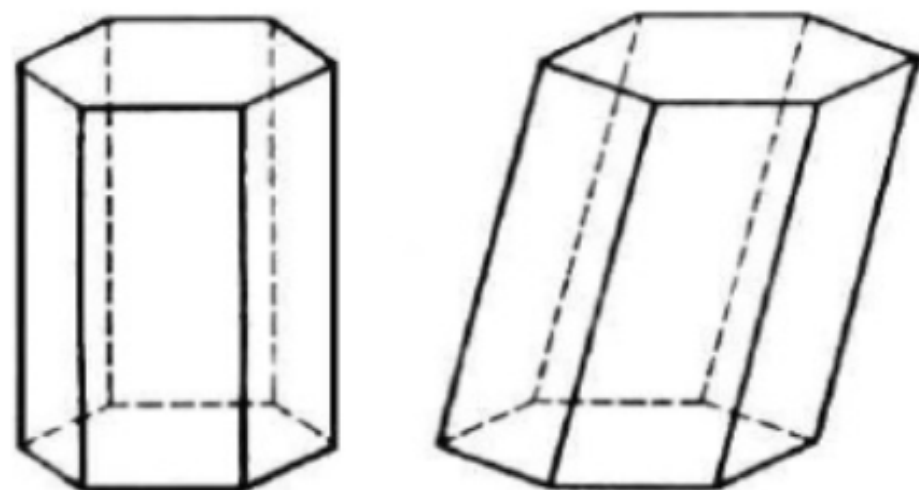


§ 8.

ОБ'ЄМ ТІЛА.

ОБ'ЄМ ПРИЗМИ ТА ПАРАЛЕЛЕПІПЕДА



Теорема 1 (про об'єм прямокутного паралелепіпеда). Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку трьох його вимірів.

$$V = a \cdot b \cdot c$$



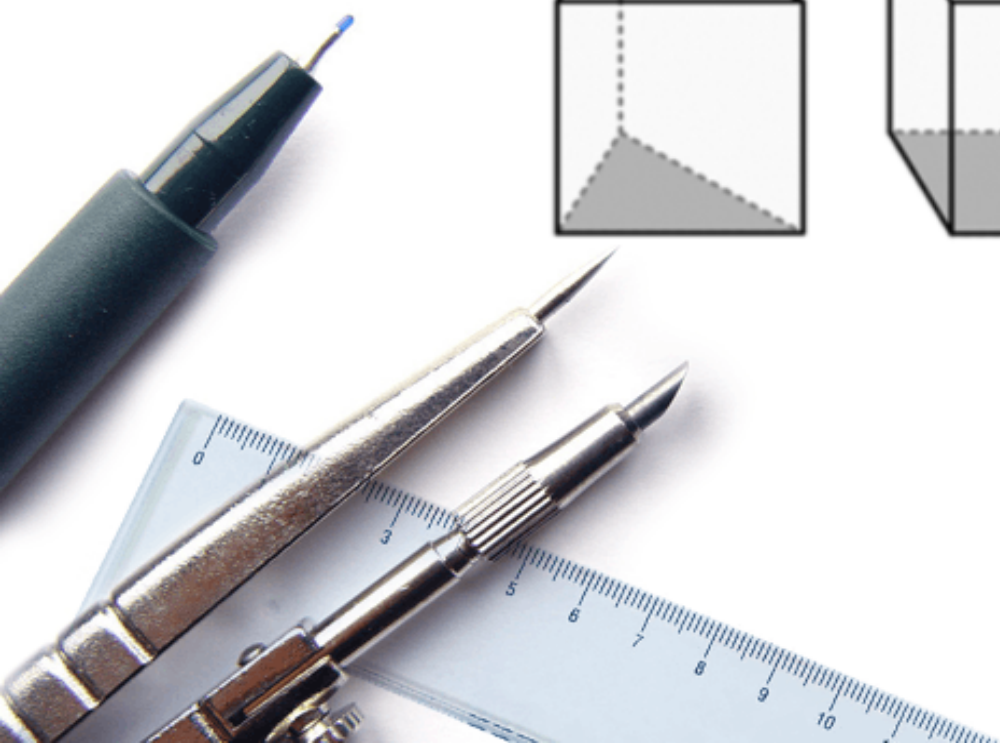
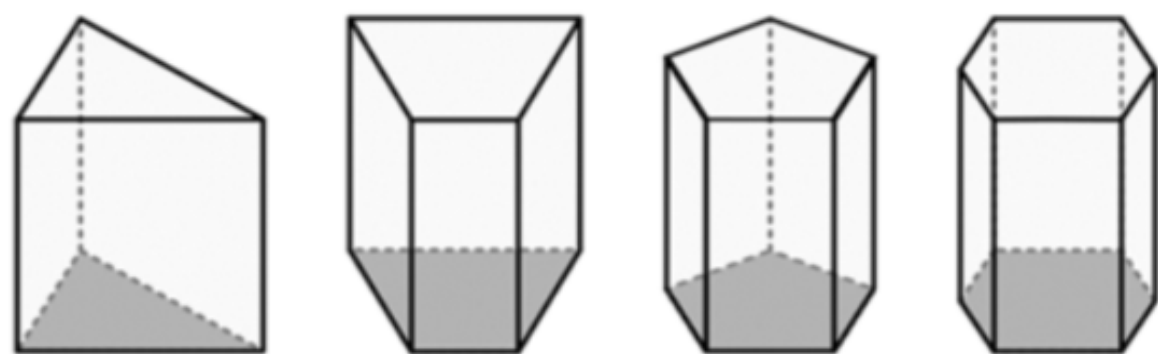
Наслідок. Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку площі основи на висоту.

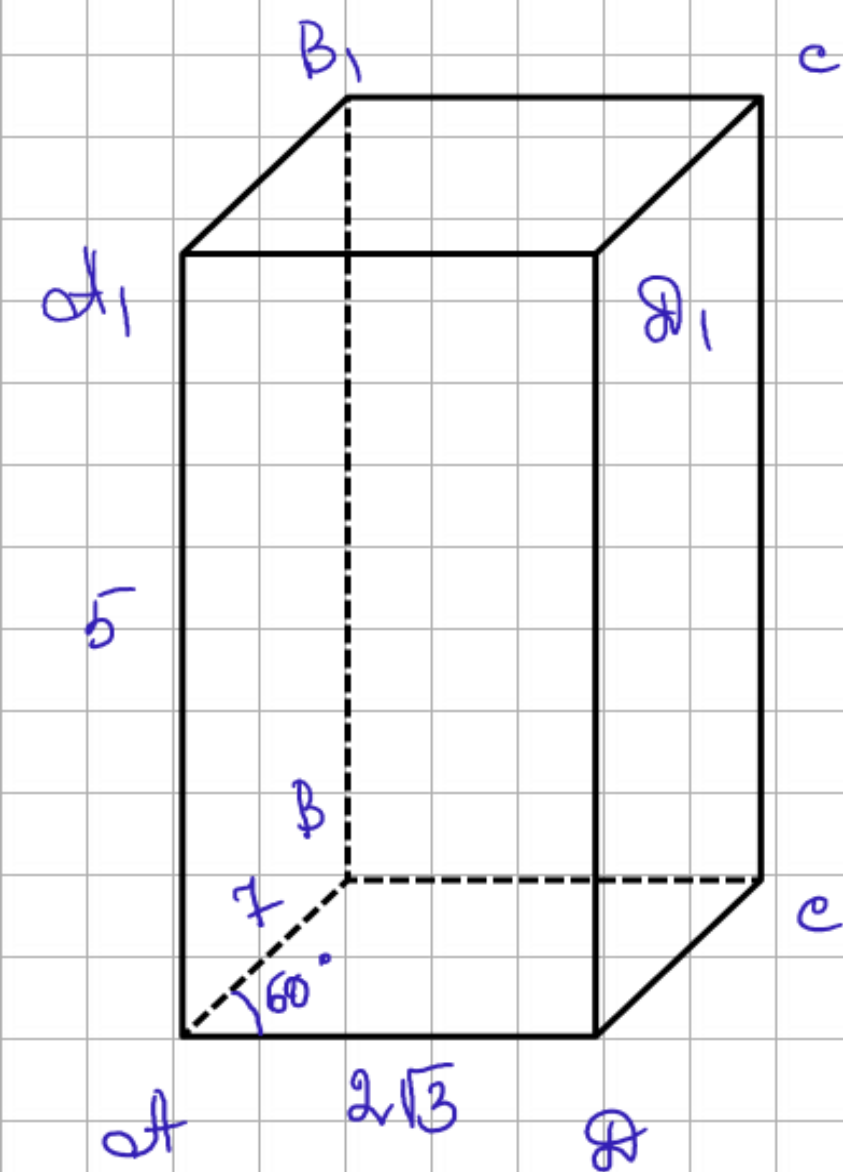
$$V = S_o \cdot H$$



Теорема 2 (про об'єм призми). Об'єм призми дорівнює добутку площі її основи на висоту.

$$V_{\text{призми}} = S_{\text{осн}} \cdot H$$





8.11. Сторони основи прямого паралелепіпеда дорівнюють $2\sqrt{3}$ см і 7 см та утворюють кут 60° . Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює 5 см.

$$S_{\text{осн}} = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

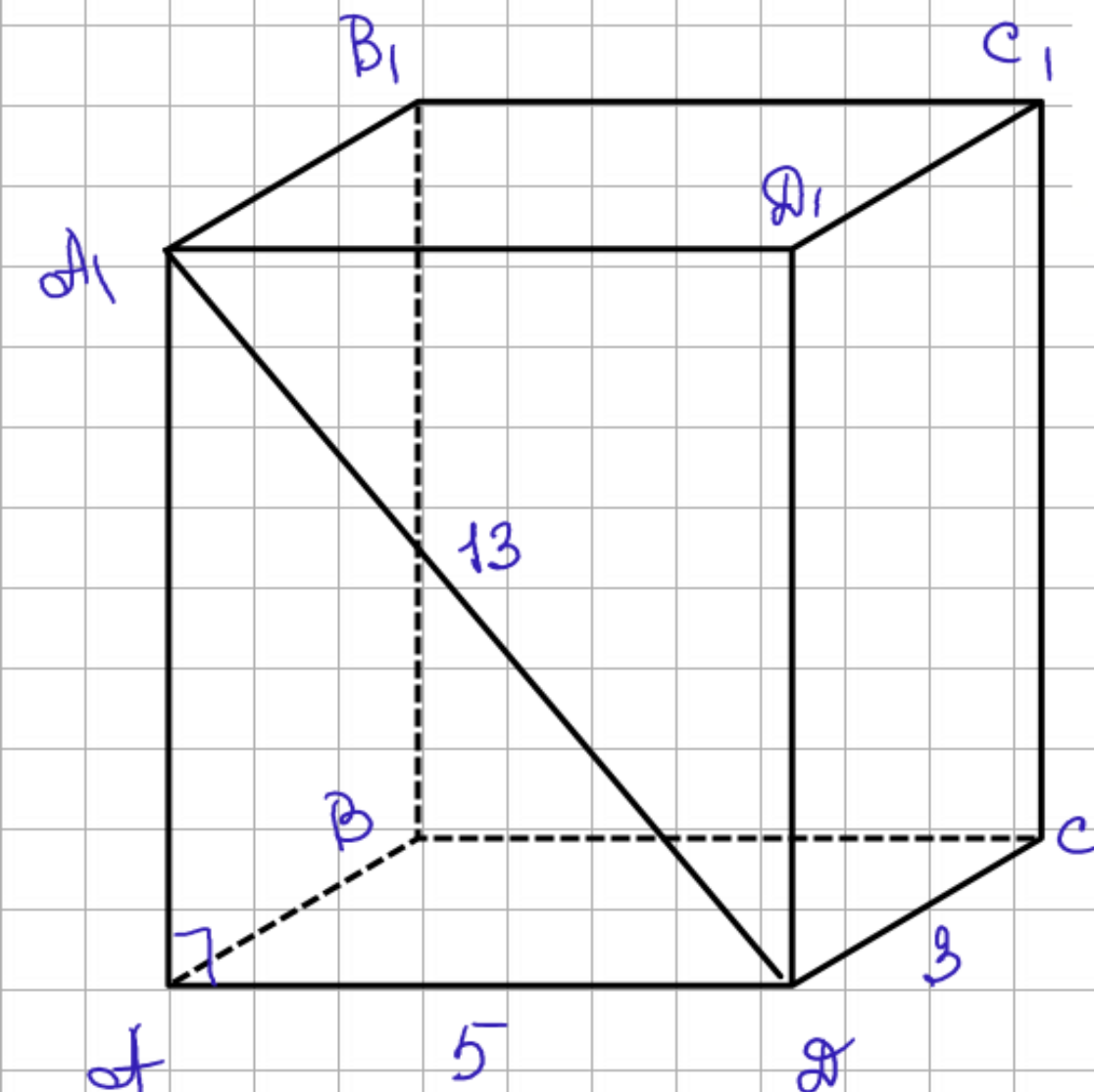
Дано: $\Delta ABCD$, AB, AD — пр. сторони паралелепіпеда.
 $AD = 2\sqrt{3}$ см, $AB = 7$ см, $\angle BAD = 60^\circ$, $AA_1 = 5$ см
 Знайти: V

Розв'язання

$$\begin{aligned} 1) S_{\text{осн}} &= S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle A = 7 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ = \\ &= 7 \cdot \cancel{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 7 \cdot 3 = 21 \text{ см}^2 \end{aligned}$$

$$2) V = S_{\text{осн}} \cdot H = 21 \cdot 5 = 105 \text{ см}^3$$

$$\text{Відповідь: } 105 \text{ см}^3$$



8.13. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 5 см, а діагональ більшої за площею бічної грані – 13 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда. $V = S_{\text{осн}} \cdot H$

Дано: $\square ABCD, A_1B_1C_1D_1$ – прямокутний пар-п
 $AD = 5 \text{ см}$, $DC = 3 \text{ см}$, $A_1D = 13 \text{ см}$
 З-ти: V

Розв'язання

1) $\square ABCD$ – прямокутник, $S_{\text{осн}} = AD \cdot DC = 5 \cdot 3 = 15 \text{ см}^2$

2) $\triangle AA_1D$ – прямокутний ($\angle A = 90^\circ$):

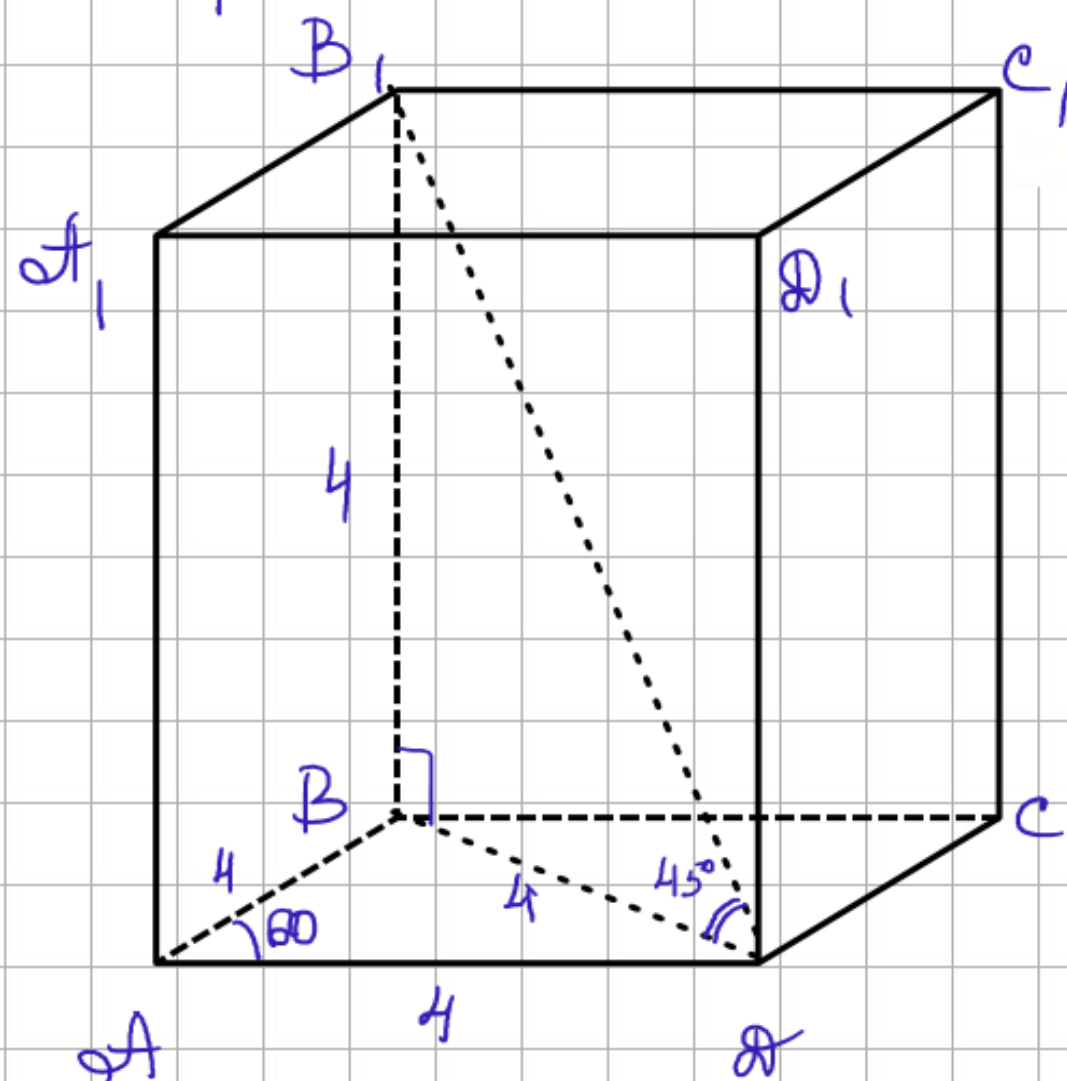
за т. Піфагора $AA_1 = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} =$
 $= \sqrt{144} = 12 \text{ см}$

3) $V = S_{\text{осн}} \cdot H = 15 \cdot 12 = 180 \text{ см}^3$

В: 180 см^3

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_p = a^2 \cdot \sin \alpha$$



8.15. Основа прямого параллелепіпеда – ромб зі стороною 4 см і кутом 60° . Менша діагональ параллелепіпеда нахилена до площини основи під кутом 45° . Знайдіть об'єм параллелепіпеда.

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямокутний паралелепіпед
 $ABCD$ – ромб, $AB = 4$ см, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B_1 D B = 45^\circ$.
 Знайти: V

Розв'язання

$$1) S_{\text{осн}} = S_{ABCD} = AD^2 \cdot \sin 60^\circ = 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ см}^2$$

$$2) \triangle ABD - \text{рівносторонній}; BD = 4 \text{ см}$$

$$3) \triangle BB_1 D (\angle B = 90^\circ): \operatorname{tg} \alpha = \frac{BB_1}{BD};$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{BB_1}{4}; BB_1 = 4 \cdot 1 = 4 \text{ см}.$$

або! 3) Розгл. $\triangle BB_1 D (\angle B = 90^\circ)$ – рівнобедр., отже $BB_1 = BD = 4$ см.

$$4) V = S_{\text{осн}} \cdot H = 8\sqrt{3} \cdot 4 = 32\sqrt{3} \text{ см}^3$$

8.19. Відро вміщує приблизно 12 л. Скільки відер води потрібно, щоб заповнити ванну, яка має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 50 см, 1 м 60 см і 70 см? (Відповідь округліть до цілих.)

$$1) V = a \cdot b \cdot c = 50 \text{ см} \cdot 1 \text{ м} 60 \text{ см} \cdot 70 \text{ см} = 560\,000 \text{ см}^3$$

$$2) 1 \text{ м} = 1 \text{ дм}^3$$

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ дм} \cdot 1 \text{ дм} = 1 \text{ дм}^2$$

$$1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ дм} \cdot 1 \text{ дм} \cdot 1 \text{ дм} = 1 \text{ дм}^3$$

$$560\,000 \text{ см}^3 = 560 \text{ дм}^3 = 560 \text{ л}$$

$$3) \begin{array}{r} 560 \cdot 12 \\ \underline{48} \\ 80 \\ \underline{72} \\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \underline{46} \\ 666 \end{array}$$

В : 47 відер

8.21. Класні кімнати повинні бути розраховані так, щоб на одного учня було не менше ніж 6 м^3 повітря. Чи можуть у класній кімнаті, яка має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 8 м , $5,5 \text{ м}$ і 3 м , навчатися 23 дітей без порушення санітарних норм?

$$1) V_{\text{кім}} = 8 \text{ м} \cdot 5,5 \text{ м} \cdot 3 \text{ м} = 132 \text{ м}^3$$

$$2) V_{\text{потрібний}} = 23 \cdot 6 = 138 \text{ м}^3$$

В: ні

8.24. Розміри цеглини $25 \text{ см} \times 12 \text{ см} \times 6,5 \text{ см}$. Знайдіть масу однієї цеглини, якщо її густина дорівнює 1700 кг/м^3 .

$$1) \quad V = 25 \cdot 12 \cdot 6,5 = 1950 \text{ см}^3$$

$$2) \quad 1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

$$1 \text{ м}^3 = 1000000 \text{ см}^3$$

$$\underline{1950 \text{ см}^3} = 0,00195 \text{ м}^3$$

$$3) \quad 0,00195 \text{ м}^3 \cdot 1700 \text{ кг/м}^3 = 3,315 \text{ кг}$$

$$B: 3,315 \text{ кг}$$