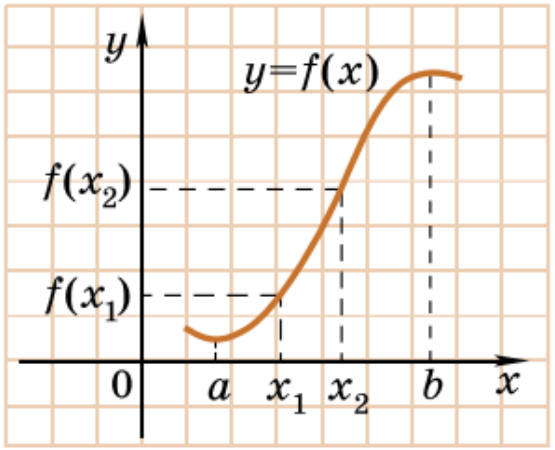
§ 2. МОНОТОННІСТЬ І НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ. ПАРНІ ТА НЕПАРНІ ФУНКЦІЇ

1. Монотонність функції

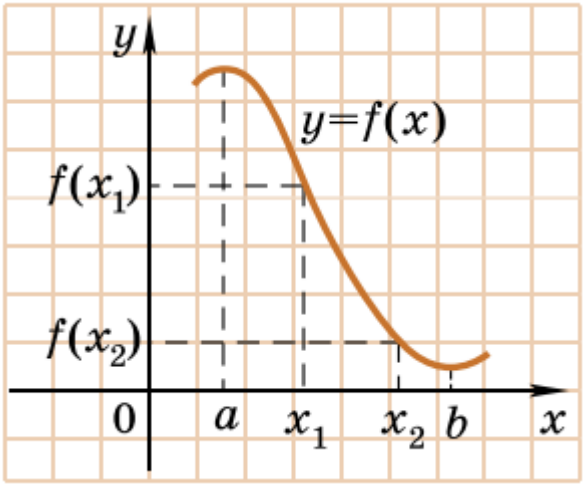
Функцію $y = f(x)$ називають *зростаючою* на деякому проміжку, якщо більшому значенню аргументу із цього проміжку відповідає більше значення функції.



На малюнку 2.1 зображено графік функції $y = f(x)$, яка зростає на проміжку $[a; b]$, при цьому проміжок $[a; b]$ називають *проміжком зростання функції*.

$$x_2 > x_1 \Longrightarrow f(x_2) > f(x_1)$$

Функцію $y = f(x)$ називають *спадною* на деякому проміжку, якщо більшому значенню аргументу із цього проміжку відповідає менше значення функції.



На малюнку 2.2 зображено графік функції $y = f(x)$, яка спадає на проміжку $[a; b]$, при цьому проміжок $[a; b]$ називають *проміжком спадання функції*.

$$x_2 > x_1 \Longrightarrow f(x_2) < f(x_1)$$

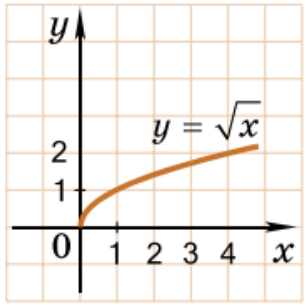
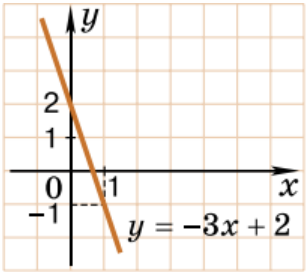
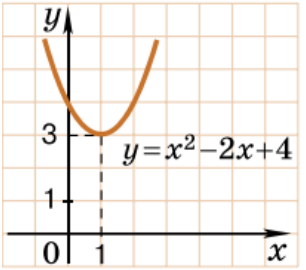
Функцію $y = f(x)$ називають *монотонною* на деякому проміжку, якщо вона на цьому проміжку або зростає, або спадає.

Задача 1. Знайти проміжки зростання і спадання функції:

1) $y = \sqrt{x}$; 2) $y = -3x + 2$; 3) $y = x^2 - 2x + 4$.

Розв'язання. 1) Графік функції $y = \sqrt{x}$ зображено на малюнку 2.3. Функція зростає на проміжку $[0; +\infty)$.

2) Графіком функції $y = -3x + 2$ є пряма, для побудови якої знайдемо дві її точки: $(0; 2)$ і $(1; -1)$. Графік зображено на малюнку 2.4. Функція спадає на $(-\infty; +\infty)$.

3) Графіком функції $y = x^2 - 2x + 3$ є парабола, гілки якої напрямлені вгору. Знайдемо абсцису і ординату вершини параболи: $x_в = -\dfrac{-2}{2 \cdot 1} = 1$; $y_в = y(x_в) = 1 - 2 \cdot 1 + 3 = 2$.

Графік зображено на малюнку 2.5. Функція спадає на проміжку $(-\infty; 1]$ і зростає на проміжку $[1; +\infty)$.