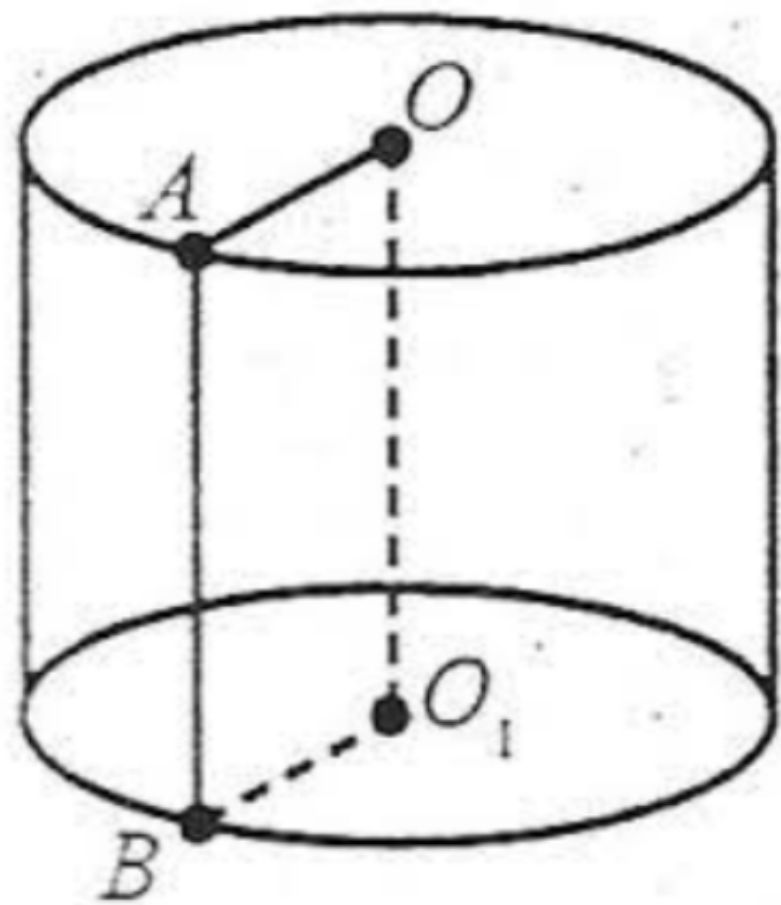


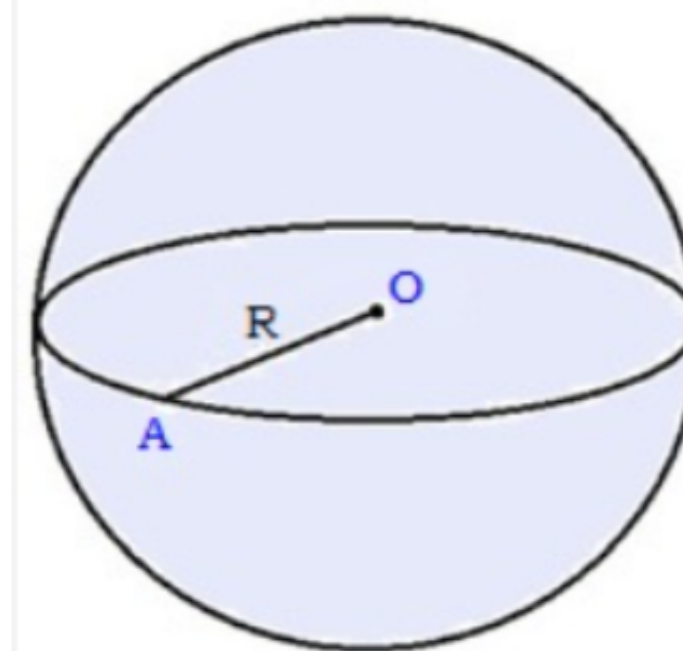
§ 10. ОБ'ЄМИ ТІЛ ОБЕРТАННЯ



Т Теорема 1 (про об'єм конуса). Об'єм конуса дорівнює третині добутку площі його основи на висоту.

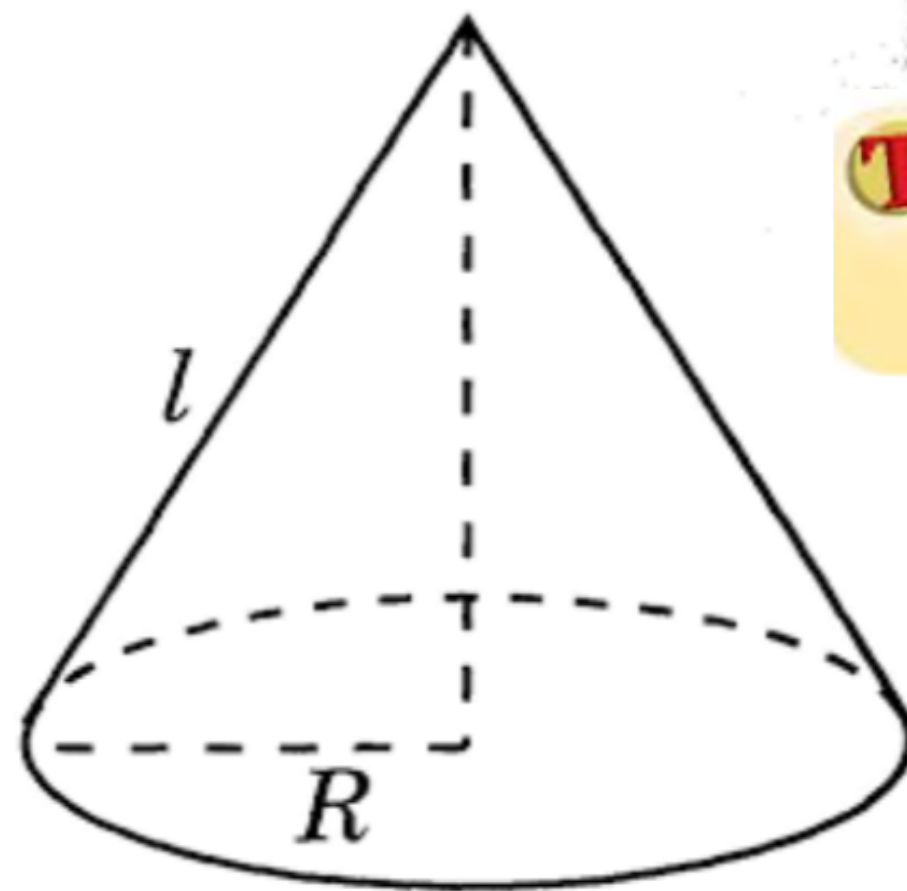
Н Наслідок. Якщо радіус основи конуса дорівнює r , а висота — h , то об'єм конуса

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$$



Т Теорема (про об'єм кулі). Об'єм кулі V , радіус дорівнює r , обчислюється за формулою

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3.$$



Т Теорема (про об'єм циліндра). Об'єм циліндра дорівнює добутку площі його основи на висоту.

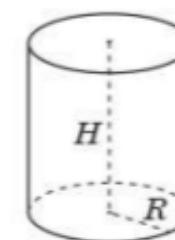
Н Наслідок. Якщо радіус циліндра дорівнює r , а висота — h , то об'єм циліндра $V = \pi r^2 h$.

Знаємо

$$V = S_o \cdot H$$

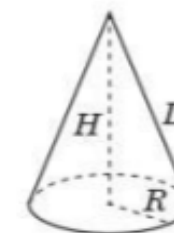
$$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$$

Циліндр



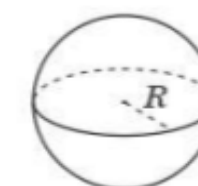
$$V = \pi R^2 H$$

Конус



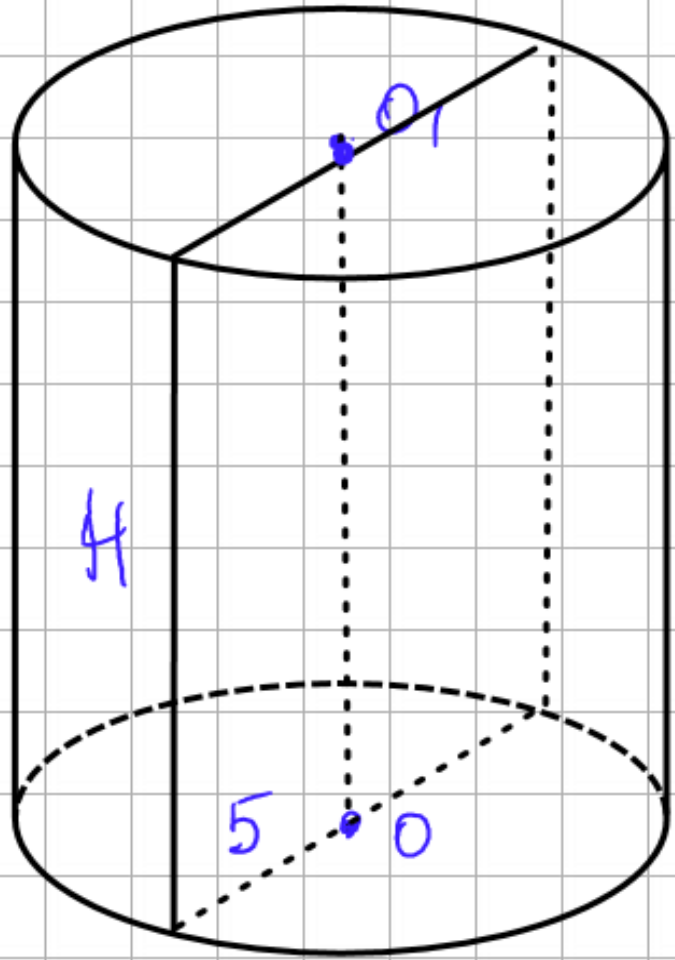
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

10.15. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник, площа якого 40 см^2 . Радіус основи циліндра дорівнює 5 см . Знайдіть об'єм циліндра.



$$S_{\text{пер}} = 40 \text{ см}^2$$

$$H \cdot d = 40 \text{ см}^2$$

$$H = 40 : 10 = 4 \text{ см}$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H = \pi R^2 \cdot H$$

$$V = \pi \cdot 25 \cdot 4 = 100\pi \text{ см}^3$$

10.17. Об'єм циліндра дорівнює 45π см³, а його висота – 5 см.
Знайдіть радіус основи циліндра.

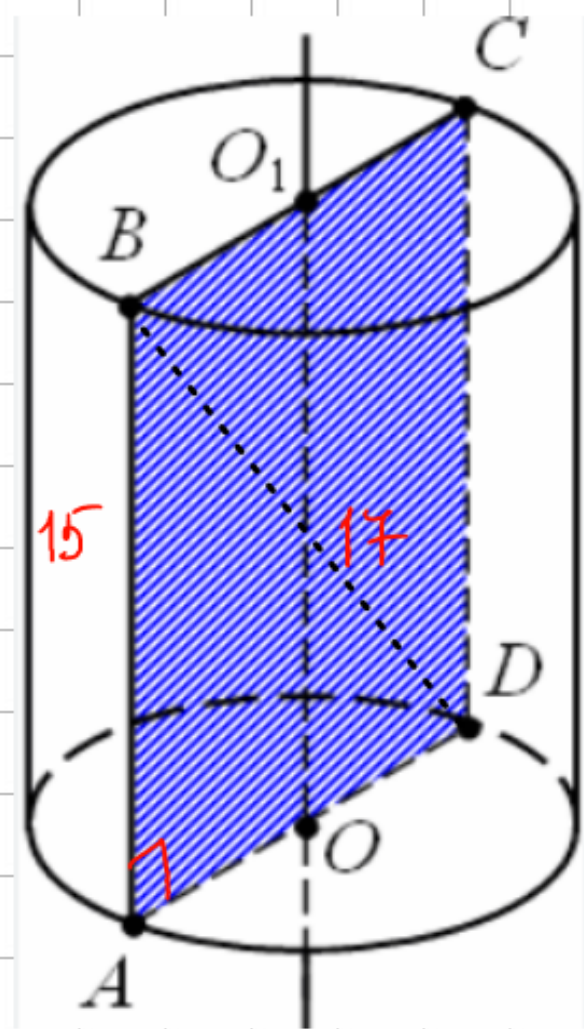
$$V = \pi R^2 \cdot H$$

$$45\pi = \pi R^2 \cdot 5 \quad | : 5\pi$$

$$9 = R^2$$

$$R = 3$$

10.19. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 17 см,
а висота – 15 см. Знайдіть об'єм циліндра.



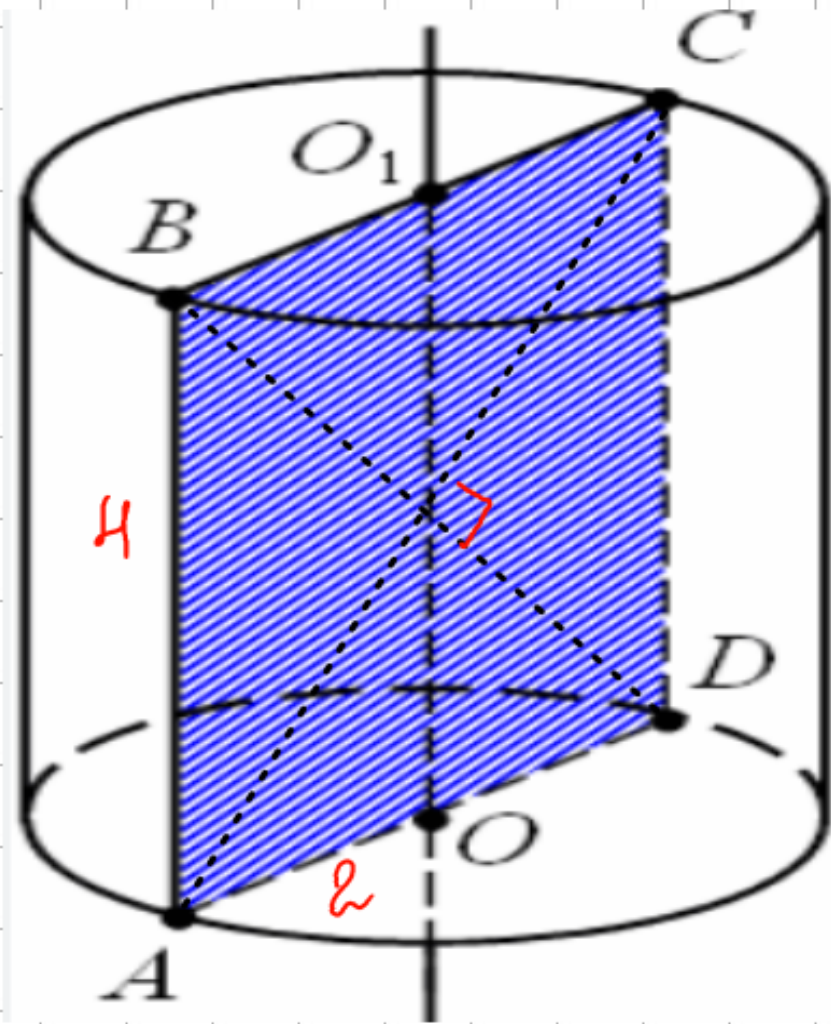
$$V = \pi R^2 H$$

$$1) \triangle ABD (\angle A = 90^\circ) : AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{289 - 225} = \\ = \sqrt{64} = 8 \text{ см.}$$

$$2) R = AD : 2 = 4 \text{ см.}$$

$$3) V = \pi \cdot 16 \cdot 15 =$$

10.21. Діагоналі осевого перерізу циліндра взаємно перпендикулярні, а периметр осевого перерізу дорівнює 16 см. Знайдіть об'єм циліндра.



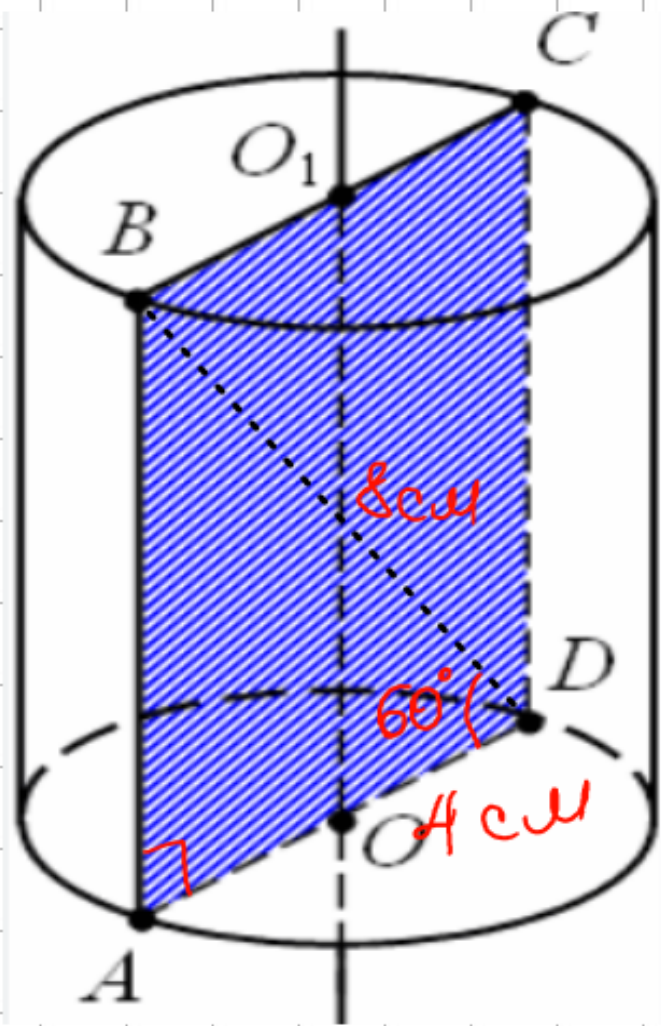
1) Якщо $BD \perp AC$, то $ABCD$ - квадрат.

2) $P_{ABCD} = 16$ см, $AB = P : 4 = 4$ см і
 $AO = 2$ см

3) $V = \pi R^2 \cdot H = \pi \cdot 4 \cdot 4 = 16\pi$ (см³).

10.22. Осьовий переріз циліндра – прямокутник, діагональ якого дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут 60° . Знайдіть об'єм циліндра.

$$V = \pi R^2 \cdot H$$



$$1) \triangle ABC (\angle A = 90^\circ): AC = BC : 2 = 4 \text{ см}, \angle C = 30^\circ$$

тоді $R = 2 \text{ см}$.

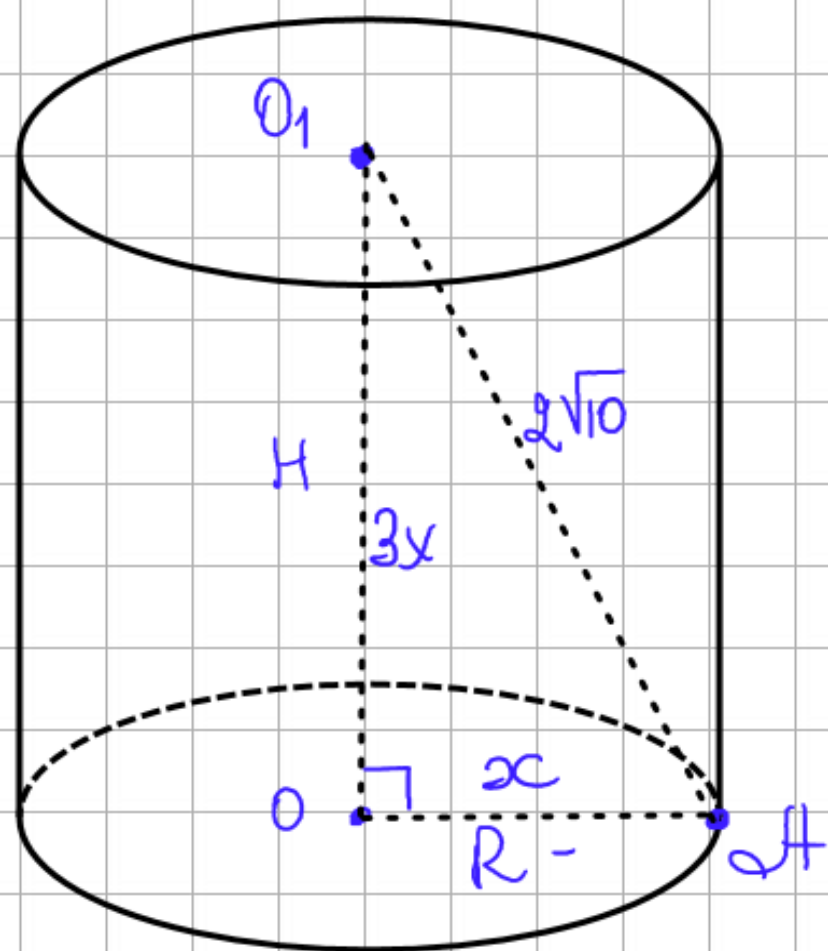
$$2) AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ см}.$$

16.3

$$3) V = \pi R^2 \cdot H = \pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \pi \text{ см}^3$$

10.24. Радіус основи циліндра втричі більший за його висоту, а відрізок, що сполучає центр верхньої основи з точкою кола нижньої, дорівнює $2\sqrt{10}$ см. Знайдіть об'єм циліндра.

$$V = \pi R^2 \cdot H$$



$$1) R = 3H, \quad R = x \text{ см}, \quad H = 3x \text{ см}$$

$$2) \triangle OO_1A (\angle O = 90^\circ): OA^2 + OO_1^2 = AO_1^2$$

$$x^2 + (3x)^2 = (2\sqrt{10})^2$$

$$10x^2 = 40$$

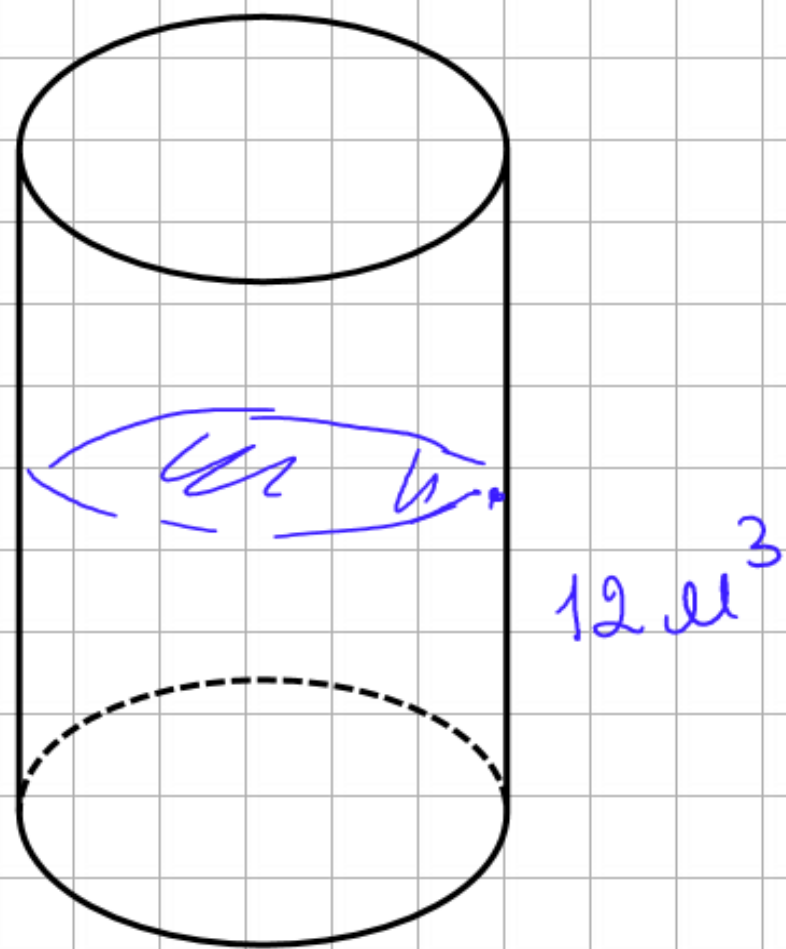
$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$

$$3) V = \pi R^2 \cdot H = \pi \cdot 4 \cdot 6 = 24\pi$$

$$\boxed{24\pi \text{ см}^3}$$

10.25. У циліндричну посудину, у якій 12 м^3 води, опустили деталь. При цьому рівень води в посудині піднявся в 1,5 раза. Знайдіть об'єм деталі.



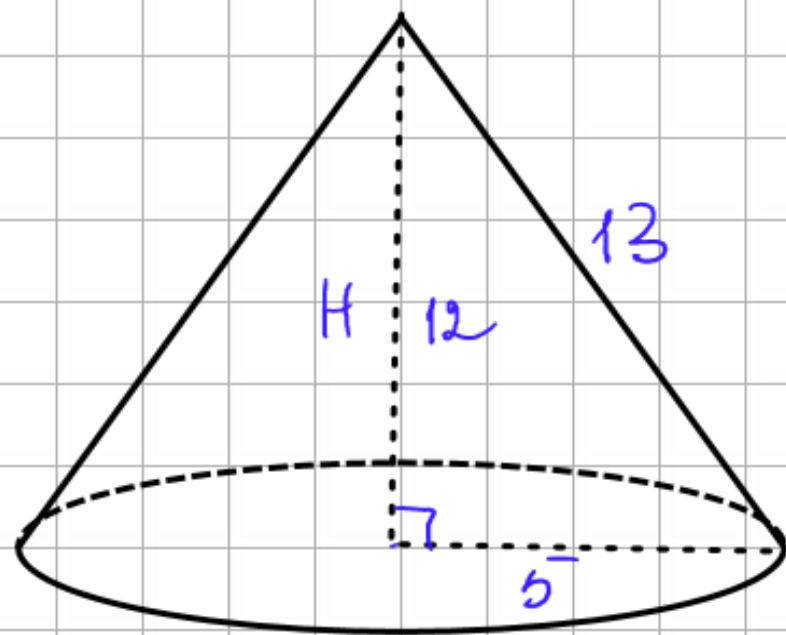
$$V_1 = \pi R^2 \cdot H = 12$$

$$V_2 = \underbrace{\pi R^2 \cdot H}_{12} \cdot 1,5 = 18$$

$$V_{\text{деталі}} = V_2 - V_1 = 18 - 12 = 6 \text{ м}^3$$

10.29. Твірна конуса дорівнює 13 см, а радіус основи – 5 см.
Знайдіть об'єм конуса.

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H$$



$$1) H = \sqrt{169 - 25} = 12$$

$$2) V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25 \cdot 12 = 100 \pi \text{ см}^3$$