

*Центр професійного розвитку педагогічних працівників
Управління освіти
Департаменту гуманітарної політики
Львівської міської ради*

*Інститут професійного розвитку вчителів
Світова Координаційна Виховно-Освітня Рада
Світовий Конгрес Українців*

Як цікаво і ефективно навчати дітей математики

Христя Желтвай (Канада)

Наталія Слоцька, Марія Бадзо,
Ольга Березовська, Ірина Ковальчук (Україна)

Чорновик посібника
для професійного розвитку вчителів математики

ЛЬВІВ – ТОРОНТО
липень 2021

Зміст

ВСТУПНЕ СЛОВО	3
ТЕОРЕТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ	
Математична грамотність	4
Концептуальне розуміння	7
Запам'ятовування	9
Таксономія Блума	10
Орієнтація на учня – дитиноцентризм	18
Диференційований підхід	20
Індивідуальні особливості учнів. Стили навчання	21
Уроки на основі задачі (створення проблемної ситуації)	26
Ефективне опитування	29
ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ - ЕФЕКТИВНІ СТРАТЕГІЇ НАВЧАННЯ	
Предметні або лічильні (конкретні) матеріали	35
Кооперативні стратегії	36
ОПИС ЗАНЯТЬ	
Модель Фраєр	40
Гра з кубиками: значення місця – ймовірність	45
Гра з дробами № 1	49
Гра з дробами № 2	52
ВИСНОВКИ	55
ВИКОРИСТАНІ РЕСУРСИ	56
ДОДАТКИ	
Стили навчання (анкета – опитувальник)	58
Таксономія Блума - Приклади питань з підручника	60

Посібник для вчителя

Вступне слово



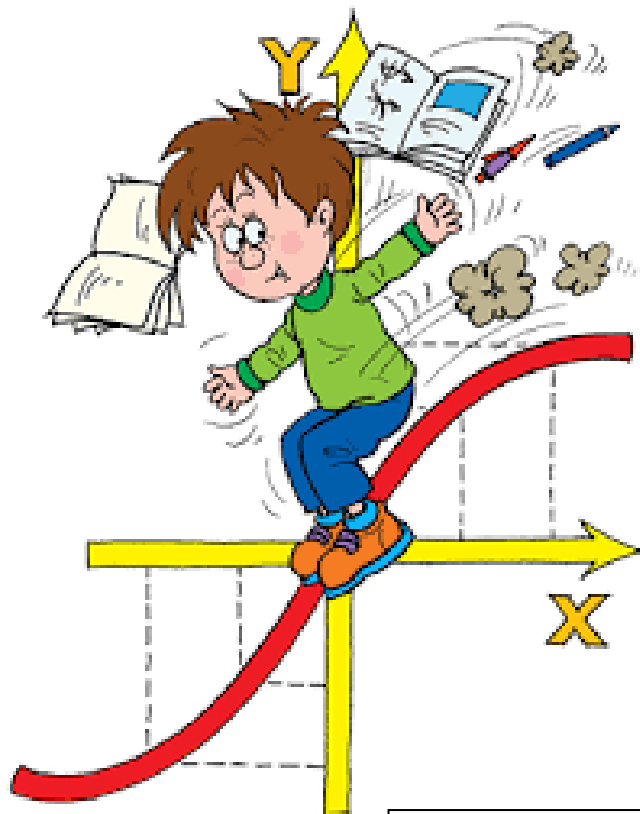
Метою нашого посібника є допомогти вчителю так викладати математику, щоб це було цікаво і ефективно, щоб посилити позитивне сприйняття математики учнями і зацікавленість нею.

Тут ми намагаємося дати відповіді на запитання сучасного вчительства про те, як викладати математику, щоб учні досягали високих навчальних результатів і отримували задоволення від процесу пізнання. Вона може стати незамінним путівником для вчителів математики, висвітлюючи переваги й недоліки різних практик викладання й навчання, вплив соціально-економічних, індивідуально-мотиваційних чинників на те, як учні вчать математику та як ставляться до неї.

МАТЕМАТИЧНА ГРАМОТНІСТЬ

Визначення математичної грамотності

Математична грамотність – це здатність (здібність) людини формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику в різноманітних контекстах. (PISA: [МАТЕМАТИЧНА ГРАМОТНІСТЬ](#), Київ 2018)



<https://vseosvita.ua/>

Оскільки тепер Україна разом з іншими країнами бере участь у міжнародному моніторингу PISA, то ми рекомендуємо вчителям математики ознайомитися з посібником

«10 ЗАПИТАНЬ ВІД УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ... І ЯК PISA МОЖЕ ДОПОМОГТИ ВІДПОВІСТИ НА НИХ».

http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/02/PISA_10-questions_MATH_UKR_OECD.pdf

10 **запитань**
від
учителів
математики

... і як **PISA** може
допомогти
відповісти на них

Запитання, які увійшли до книги «10 ЗАПИТАНЬ ВІД УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ... І ЯК PISA МОЖЕ ДОПОМОГТИ ВІДПОВІСТИ НА НИХ».

1	Навчальні стратегії	Якою мірою я маю спрямовувати вивчення математики учнями на моїх уроках?	
2	Когнітивна активація	Чи ефективніші одні методи навчання математики за інші?	
3	Атмосфера в класі	Наскільки важливо те, які в мене як у вчителя математики стосунки з моїми учнями?	
4	Запам'ятовування	Що нам відомо про запам'ятовування й вивчення математики?	
5	Контроль	Чи можу я допомогти моїм учням навчитися вивчати математику?	
6	Стратегії опрацювання	Чи варто мені заохочувати учнів творчо підходити до вивчення математики?	
7	Соціально-економічний статус	Чи впливає походження й попередній досвід учнів на те, як вони навчаються математики?	
8	Чиста й прикладна математика	У процесі викладання я маю приділяти особливу увагу математичним поняттям чи тому, як ці поняття застосовуються в реальному світі?	
9	Ставлення до математики	Чи маю я перейматися ставленням моїх учнів до математики?	
10	Отримані уроки	Чого можуть навчитися вчителі завдяки проєкту PISA?	

http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/02/PISA_10-questions_MATH_UKR_OECD.pdf

«У кожного учня є улюблений навчальний предмет, а також той, який він любить найменше. Серед факторів, які спричиняють певне ставлення до навчального предмета, можуть бути ті, які пов'язані з учителем, викладанням або результатами навчання. Ставлення учня до конкретного предмета впливає на мотивацію, успіх у навчанні та вибір майбутньої професії.

Дослідження говорять про те, що і позитивне ставлення до математики, і впевненість учня у власних математичних здібностях тісно пов'язані з його умінням розв'язувати задачі. Одним словом, учителі мають перейматися ставленням учнів до математики й робити все, щоб посилювати позитивне сприйняття математики й зацікавленість нею, а також впевненість учнів у собі.»

ВАЖЛИВІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ПОСІБНИКА

- 1) «Вчителі не навчають у вакуумі. Кожного дня ваші учні можуть надавати вам інформацію про ваше викладання, як і колеги, які можуть мати інші знання й досвід. У сприятливому навчальному середовищі ви не одні несете відповідальність за успіхи дітей у навчанні. Прислухайтеся до своїх учнів, співпрацюйте з іншими вчителями, беріть участь у прийнятті рішень у закладі освіти, спілкуйтеся з батьками й вивчайте досвід експертів у вашій галузі.»
- 2) «Переконайтеся, що ваше викладання й оцінювання збалансовані, щоб учні могли розвивати всі навички, необхідні їм для продовження навчання. Крім традиційних письмових іспитів, використовуйте різні типи оцінювання, зокрема й усне опитування, колективне розв'язування задач і довготривалі проекти. Саме стандартизовані тести можуть іноді використовуватися для порівняння результатів навчання учнів вашого класу з учнями інших класів, шкіл, районів, міст і країн. Скористайтеся завданнями PISA, які були оприлюднені ОЕСР, або дослідженням «PISA для шкіл» для досягнення цієї мети.»
- 3) «..., учителі обмежені навчальними програмами й освітніми стандартами, але все ж варто запитати себе: «Що важливо людині знати й уміти, щоб знаходити рішення в ситуаціях, пов'язаних із математикою?» Навіть у межах вашої навчальної програми це може допомогти вам вирішити, які теми пропонувати вашим учням для вивчення, а також як їх представити, щоб ваші учні були краще підготовлені до продовження навчання та до подальшого життя. Багато вчителів у всьому світі вже приділяють особливу увагу математичним умінням і навичкам з метою оцінити не тільки знання змісту (те, що учні знають), але й прикладні знання дітей (що вони можуть робити з тим, що вони знають). Знову ж таки, ознайомлення з деякими опублікованими завданнями PISA може наштовхнути вас на нові ідеї, корисні для вашого викладання.»
- 4) «Навчайте й оцінюйте учнів справедливо, залучайте до навчання кожного з них незалежно від статі, соціально-економічного статусу або здібностей. Цей посібник надає декілька різних рекомендацій, пов'язаних зі справедливістю з боку вчителів стосовно певних характеристик учнів...»

КОНЦЕПТУАЛЬНЕ РОЗУМІННЯ

(Ministry of Education, Ontario – “A Guide to Effective Instruction in Mathematics”)

https://assets.savvas.com/asset_mgr/current/201922/DevConceptUnderstanding-JC_WP.pdf

Навчання, яке зосереджене лише на виконання алгоритмів – це недостатня підготовка до життя в сучасному світі. Учні повинні мати більш комплексне уявлення про світ, вони мають розуміти, що вони роблять і для чого .

- Навчання з математики повинно підкреслювати концептуальне розуміння, а не тільки процесуальні знання.
- Концептуальне розуміння існує тоді, коли учні впізнають відношення в цифрах і встановлюють зв'язки між математичними ідеями через вирішення проблем, комунікацію, активну побудову математичних уявлень.

• **Концептуальне знання** - це знання, яке розуміють.

• **Процесуальні знання** - це знання правил і символів математики.

Концептуальне розуміння та процесуальні знання доповнюють одне одного. Концептуальне розуміння допомагає студентам з довготривалим розумінням; Процесуальні знання допомагають студентам поєднати концептуальне розуміння з символічною мовою.

Учні пам'ятають те, що має сенс. Якщо вони розуміють поняття, вони можуть вирішувати проблеми.



Концептуальне розуміння

Це щось більше, ніж знання фактів та прості процедурні обчислення. Воно передбачає комплексні знання, і дає відповідь на питання чому математичні ідеї важливі і корисні.

Якщо математика не стає нічим іншим, як процедурами (механічним виконанням дій), учні з часом отримують лише поверхове розуміння.

Це розуміння є найбільш потрібним, щоб пояснити зв'язок математичних понять з методами та обчислювальними процедурами.

Концептуальне розуміння формується з часом, коли учні організовують свої знання у цілісну, інтегровану структуру.

Викладання для розуміння

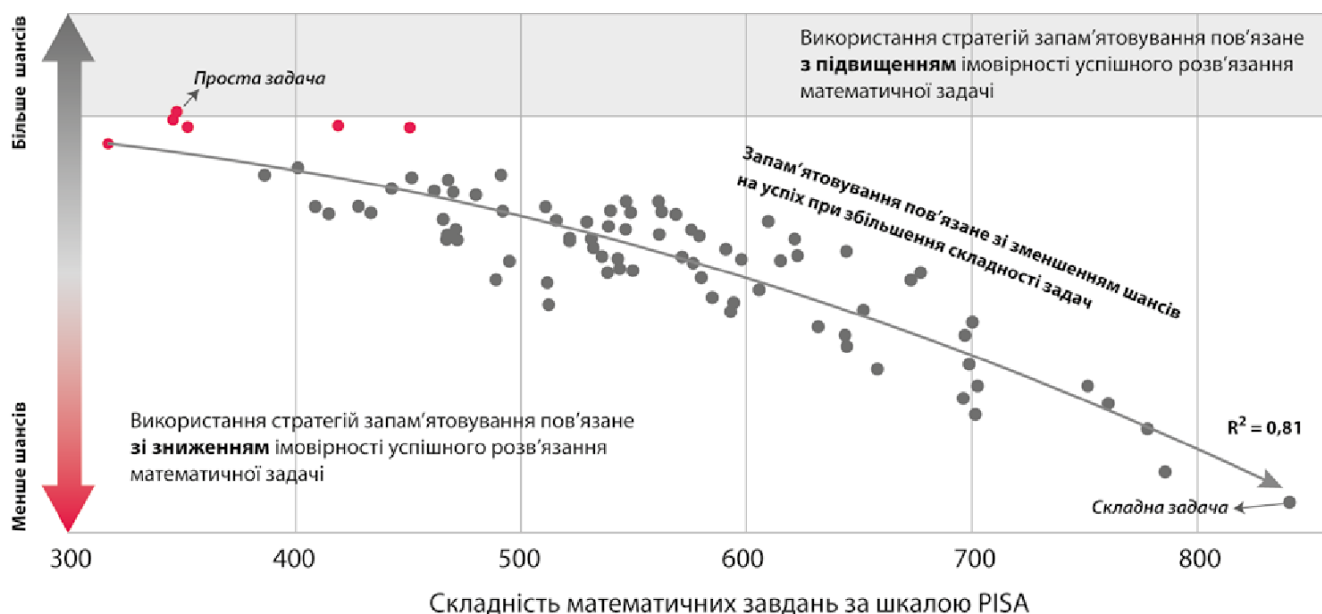
- Учні, які не розуміють матеріал, часто почуваються настільки знеохоченими, що вони відмовляються навіть намагатися вчитися.
- Коли учні знають для чого і що вони роблять, то вони краще будуть це пам'ятати.
- Діти роблять більш точні обчислення, коли вони розуміють усі поняття пов'язані з задачею.
- Розуміння є важливим для вирішення проблем. Якщо учні мають глибоке розуміння концепції, то вони можуть легше застосувати цю концепцію у різних ситуаціях.
- Коли учні розуміють поняття, вони зможуть пов'язати ідеї разом. Математика – це не про
- механічне запам'ятовування або про те як отримати правильні відповіді; йдеться про розпізнавання та використання базових структур та схем.
- Учні, які розуміють поняття, вміють застосовувати математичні практики і процедури, і представляти аргументи та пояснення їхнього мислення.

ЗАПАМ'ЯТОВУВАННЯ

Механічне запам'ятовування дуже добре зарекомендувало себе при розв'язуванні найпростіших задач репродуктивного характеру, але його не достатньо при розв'язуванні складніших задач високого рівня.

Згідно з дослідженнями PISA, коли учні зустрічаються зі складнішими завданнями, особливо прикладного характеру, то вони менш схильні правильно їх вирішувати з допомогою тільки запам'ятовування.

Стратегії запам'ятовування й складність завдань



Діаграма 4.3. Стратегії запам'ятовування й складність завдань (Відношення шансів дати правильну відповідь залежно від використання учнями стратегії запам'ятовування, дані 48 освітніх систем)

Примітки: Статистично значимі відношення шансів позначені темнішим кольором. Чилі й Мексика не включені до середнього показника ОЕСР.

Джерело: OECD, PISA 2012 Database, adapted from Echazarra, A. et al. (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", OECD Education Working Paper, no. 130.

Statlink: <http://dx.doi.org/10.1787/888933414854>.



INNOVATION
HOUSE



/innovationhouse.org.ua

ТАКСОНОМІЯ БЛУМА

СТВОРЕННЯ

Створення нової ідеї з непов'язаних частин
або ж пропонування альтернативних шляхів розв'язання.

ВИГАДУВАННЯ,
ПОЄДНАННЯ,
КОНСТРУВАННЯ,
УЯВЛЕННЯ,
ПОБУДОВА,
ВИНАЙДЕННЯ

ОЦІНЮВАННЯ

Скласти судження про об'єкт або ідею на підставі
обраних доказів і критеріїв.

ДАВАТИ ВИСНОВКИ,
ОЦІНЮВАТИ,
РЕКОМЕНДУВАТИ,
КРИТИКУВАТИ,
РОБИТИ ВИСНОВКИ

АНАЛІЗ

Поділ об'єктів чи ідей на складові, щоб знайти
спільні риси або різницю між ними.

ДОСЛІДИТИ,
ПОРІВНЯТИ,
ПРОТИСТАВИТИ,
РОЗДІЛИТИ,
ІНТЕРПРЕТУВАТИ,
ДІБРАТИ,
КЛАСИФІКУВАТИ

ЗАСТОСУВАННЯ

Практичне застосування знань у реальній ситуації.

ВИРІШИТИ,
СПЛАНУВАТИ,
ПОЯСНИТИ,
ЗОБРАЗИТИ,
ПОКАЗАТИ,
НАВЧИТИ,
ПРОДЕМОНСТРУВАТИ

РОЗУМІННЯ

Розуміння суті ідеї.

ПОЯСНИТИ,
ОПИСАТИ,
ВИЗНАЧИТИ,
СФОРМУЛЮВАТИ,
ПРОІЛЮСТРУВАТИ

ЗНАННЯ

Запам'ятовування раніше вивченої інформації.

ВИВЧИТИ,
ЗАПАМ'ЯТАТИ,
ПОВТОРИТИ,
ПЕРЕЛІЧИТИ,
НАЗВАТИ,
ДАТИ ВИЗНАЧЕННЯ

ЗНАТИ



Приклади завдань



1. Чи можете ви визначити розряд, у якому стоїть дана цифра?

2. Укажіть моду, середнє значення, медіану та розмах вибірки.

3. Як ви будете коло за допомогою циркуля?

РОЗУМІТИ



Приклади завдань

1. Класифікуйте багатокутники за різними характеристиками: опуклі та неопуклі, кількість осей симетрії, кількість кутів і т. д.



2. Поясніть, як перетворити звичайний дріб у десятковий та у відсотки.

3. Яке ваше тлумачення даних зображених на графіку?

ЗАСТОСОВУВАТИ



Приклади завдань

1. Як ви шукаєте відсоток від цілого числа?

2. Знайдіть площу прямокутника за допомогою формули $S = ab$.

3. Які дані вам потрібні, щоб графічно зобразити результати опитування?

АНАЛІЗУВАТИ



Приклади завдань

1. Які методи можна використовувати для порівняння і впорядкування дробів?



2. Проаналізуйте зв'язок між змінними на графіку.

3. Що потрібно врахувати, коли плануєте розв'язання задачі?

ОЦІНИТИ



Приклади завдань

1. Як зміниться вираз після зміни порядку дій?



2. Обґрунтуйте хід своїх міркувань.

3. Проаналізуйте кроки розв'язання задачі. Які стратегії можна використовувати, щоб знайти суму натуральних чисел від 1 до 100?

ТВОРИТИ



Приклади завдань

1. Опишіть закономірності, які ви побачили при утворенні трикутника Паскаля.



2. Яку діаграму ви можете створити, спостерігаючи зміну температури за добу?

3. З допомогою чотирьох цифр 4 та математичних дій (додавання, множення, ділення, віднімання, піднесення до степеня, добування кореня, факторіал) запишіть вирази, значення яких дорівнюють всім натуральним числам від 1 до 100.

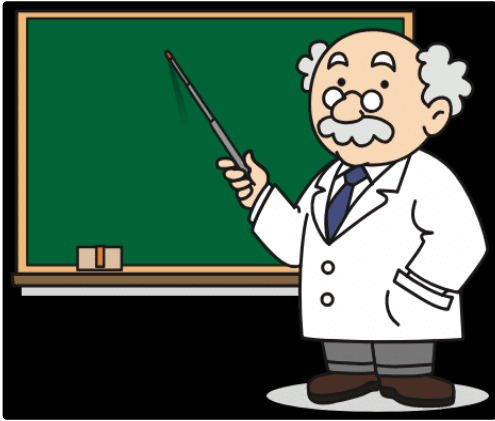
Математична таблиця таксономії Блума

Рівні	Дієслова	Зразки завдань
ЗНАТИ Розрізняти терміни, факти, методи, процедури, формулювання	Малювати, розпізнавати, рахувати, групувати, відтворювати, запам'ятовувати, з'ясовувати, складати таблицю, визначати, вказати, дотримуватись інструкцій	1. Чи можете ви визначити розряд, у якому стоїть дана цифра? 2. Укажіть моду, середнє значення, медіану та розмах вибірки. 3. Як ви будете коло за допомогою циркуля?
РОЗУМІТИ Зрозуміти використання та значення термінів, факти, методи, процедури, концепції	Змінити, класифікувати, перетворити, округлити, інтерпретувати, міряти, впорядковувати, показувати, пропонувати, формулювати іншими словами	1. Класифікуйте многокутники за різними характеристиками: опуклі та неопуклі, кількістю осей симетрії, кількість кутів і т.д. 2. Поясніть, як перетворити звичайний дріб у десятковий та у відсотки. 3. Яке ваше тлумачення даних зображених на графіку?
ЗАСТОСОВУВАТИ Застосовувати теорію, розв'язувати задачі, використовувати математичні поняття в нових ситуаціях?	Обчислювати, будувати, демонструвати, виводити, будувати діаграму, оперувати фактами, використовувати формули, практикувати, доводити, вирішувати	1. Як ви шукаєте відсоток від цілого числа? 2. Знайдіть площу прямокутника за допомогою формули $S = ab$. 3. Які дані вам потрібні, щоб графічно зобразити результати опитування?
АНАЛІЗУВАТИ Проаналізувати структуру (завдання), зробити припущення, розбити завдання на частини	Розбити, вивести, проаналізувати діаграму, розпізнавати, сформулювати, групувати, впорядкувати, відокремити, спростити, сортувати	1. Які методи можна використовувати для порівняння і впорядкування дробів? 2. Проаналізуйте зв'язок між змінними на графіку. 3. Що потрібно врахувати, коли плануєте розв'язання задачі?
ОЦІНИТИ Встановити теоретичне обґрунтування, висловити гіпотези і перевірити: прийняти чи відхилити на основі критеріїв	Оцінити, вибирати, порівняти, зробити висновок, вирішувати, описувати, обґрунтовувати, вимірювати, підтвердити	1. Як зміниться вираз після зміни порядку дій? 2. Проаналізуйте кроки розв'язання задачі. Які стратегії можна використовувати, щоб знайти суму натуральних чисел від 1 до 100? 3. Обґрунтуйте хід своїх міркувань.
ТВОРИТИ Синтез інформації на новий та творчий шлях.	Конструювати, створювати, виводити, розвивати, документувати, генерувати, інтегрувати, планувати, передбачити, підготувати, запропонувати, вказати, розповісти	1. Опишіть закономірності, які ви побачили при утворенні трикутника Паскаля. 2. Яку діаграму ви можете створити спостерігаючи зміну температури за добу? 3. З допомогою чотирьох цифр 4 та математичних дій (додавання, множення, ділення, віднімання, піднесення до степеня, добування кореня, факторіал) запишіть вирази, значення яких дорівнюють всім натуральним числам від 1 до 100.

Від предметоцентризму до дитиноцентризму

Традиційний спосіб навчання – спрямоване на вчителя – складається з того, що:

- учні сидять за столами, пасивно слухають;
- вчитель стоїть перед класом і читає лекції або демонструє щось на дошці чи екрані;
- вчитель запланував урок, знає зміст, і передає його.



МЕНШЕ МИ

БІЛЬШЕ ВОНИ



Стратегії навчання, орієнтовані на учнів,
ставлять учня в центр діяльності,
надаючи їм більш активну роль на уроці

Як я запитую?

Кого я навчаю?

Як я навчаю?



Диференційований підхід.

Як працювати вчителю?

Плануйте уроки математики так, щоб залучити учнів усіх рівнів у класі.

- Дослідження показують користь в диференційованого підходу для учнів різних рівнів.
- Викладачі повинні враховувати це при плануванні уроків математики. Подумайте про додаткові завдання для ваших більш здібних учнів і про те, як ви можете допомогти тим, хто має труднощі.
- Приклади – складніші завдання та завдання прикладного характеру для здібних, але менше репродуктивних завдань. Менше завдань для тих, хто має труднощі або більше легших завдань.

Вживати різні стратегії, орієнтовані на вчителя та учня.

- Часто вчителі покладаються на підручник як на основне джерело інформації на своїх уроках, використовуючи його для пояснення нового матеріалу учням і для домашніх завдань.
- Цей вид уроку орієнтований на учителя і не враховує відмінностей у здібностях і мотивації учнів.
- Спробуйте додати нові завдання, які дозволять учням працювати разом або використовувати нові інструменти, такі як ігри та предметні або лічильні (конкретні) матеріали, щоб закріпити розуміння математичних понять.

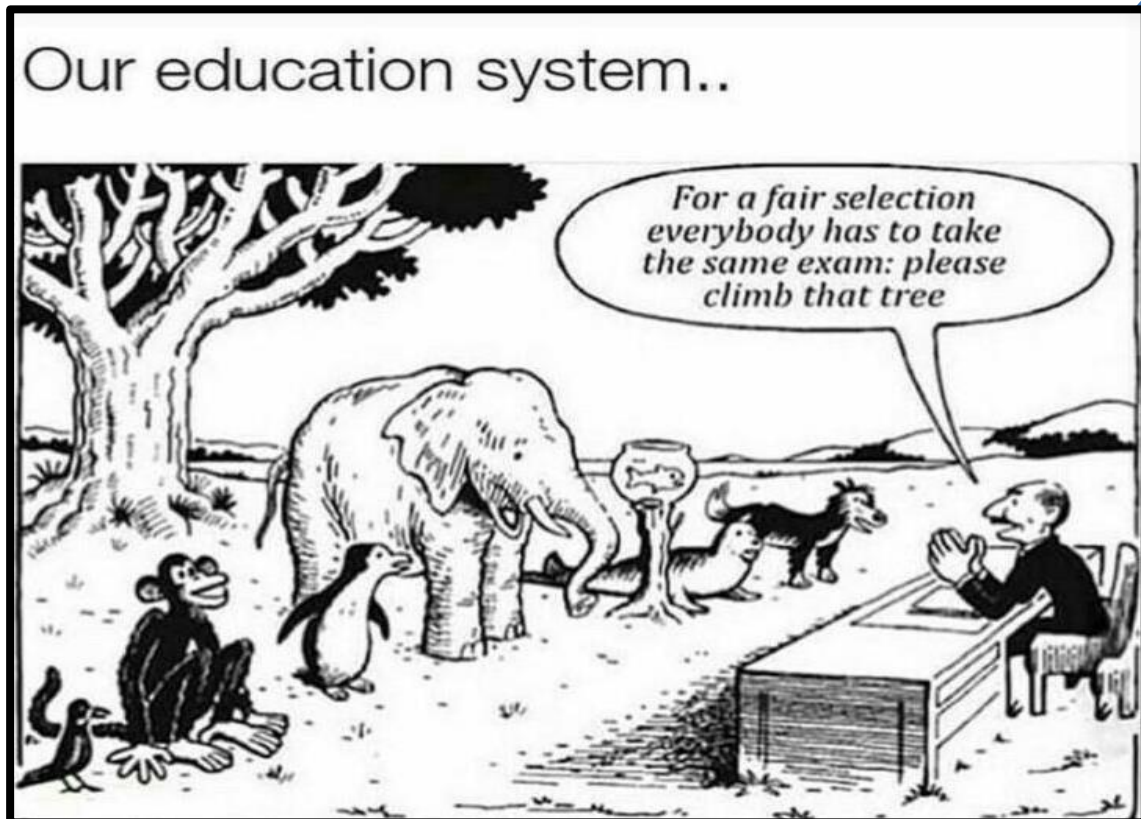


<https://endangsriwahyunie.files.wordpress.com/2011/01/a.jpg>

Індивідуальні особливості учнів

Стилі навчання

Для ЧЕСНОГО вибору всім вам буде
ОДНАКОВЕ завдання – Вилізти на дерево!



Hans Traxler, 1975

Стилі навчання

“Те, що я чую – я забуваю.

Те, що я бачу – я пам’ятаю.

Те, що я роблю – я
розумію.”



Візуальний стиль

- мусять бачити нову інформацію, щоб навчитися.
- 60% людей так вчуться



Слуховий/аудіальний стиль

- мусять почути нову інформацію, щоб сприйняти її



Кінестичний стиль

- потрібно активно робити щось під час навчання

Багато людей –мають комбінації цих 3 стилів або іноді один стиль є домінуючим

Аудіальні (слухові) учні

Як можуть вчителі підтримати цей вид учня?



Як навчаються аудіальні учні	Сильні сторони	Навчання та навчальні стратегії аудіальних учнів
- Вони повинні чути інформацію, щоб засвоїти її; зазвичай пам'ятають, що каже вчитель/викладач	- Зазвичай дуже задіяні в класі - Звертають увагу на зміну тону голосу - Пишуть відгуки на лекції - Добре складають усні іспити - Розповідають історії, пояснюють речі - Працюють в групі - Вирішують проблеми - Добре виконують інструкції	- Усна участь - Записують лекції - Читають вголос - Навчаються з партнером або групою та обговорюють інформацію - Можуть запам'ятовувати факти, читаючи їх вголос - Говорять/викладають голосно

Adapted from: https://www.southwesterncc.edu/sites/default/files/VAK_Learning_Styles.pdf

Lviv Summer Institute, 2018 С. Yurchuk

Developing Strategies to Support "Student Success": What Can You Do?

Візуальні учні

Як можуть вчителі підтримати цей вид учня?



Як навчаються візуальні учні	Сильні сторони	Навчання та навчальні стратегії візуальних учнів
- Візуальні учні повинні побачити нову інформацію, щоб вивчити її; - Можуть мати фотографічну пам'ять – можуть візуалізувати інформацію або відтворити її	- Добре виконують інструкції - Вміють візуалізувати об'єкти - Мають добрі організаторські навички -Просторово обізнані – кольори, простір - Можуть бути вербальними (бачити слова) або візуальними (бачити малюнки)	- Нотатки з кольоровим кодуванням - Організація дуже важлива – чіткий, організований, акуратний зошит - Занотовують інформацію - Використовують картки-підказки - Використовують схеми, блок-схеми, діаграми, інформаційну графіку, ілюстрації (кольорове кодування) -Малюють діаграми, малюнки («малюнок вартує 1000 слів») -Дивляться відео, документальні фільми -Використовують концептуальні мапи – візуальний мозковий штурм і графічне зображення зв'язків

Adapted from: https://www.southwesterncc.edu/sites/default/files/VAK_Learning_Styles.pdf

Lviv Summer Institute, 2018 С. Yurchuk

Developing Strategies to Support "Student Success": What Can You Do?

Кінестетичні учні

Як можуть вчителі підтримати цей вид учня?



Як навчаються кінестетичні учні	Сильні сторони	Навчання та навчальні стратегії кінестетичних учнів
-Вони вчаться діючи або рухаючись -Повинні щось активно робити під час навчання, для того, щоб зрозуміти те, що вони вчать -Їм важко сидіти на місці і слухати	- Добра координація між рухами рук та очима -Швидка реакція -Відмінна рухова пам'ять (можуть скопіювати рухи дивлячись на те, як їх виконують інші) -Вчаться, використовуючи всі 5 відчуттів -Добре виконують експерименти -Добрі спортсмени, актори, митці -Зазвичай мають багато енергії	- Якщо вони нервують – дайте їм обгорнути гумку навколо ручки, погратися з м'ячиком, або зробити щось інше, коли вони навчаються чи відповідають на питання -Напруження та розслаблення м'язів -Під час навчання вони повинні підкреслювати, виділяти, робити нотатки, говорити -Навчаються шляхом спроб і помилки -Для них корисні поїздки і екскурсії

Adapted from: https://www.southwesterncc.edu/sites/default/files/VAK_Learning_Styles.pdf

Lviv Summer Institute, 2018 С. Yurchuk

Developing Strategies to Support "Student Success": What Can You Do?

РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОБЛЕМНОЇ СИТУАЦІЇ

(problem solving)

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ (ПРОБЛЕМ)

Проблема – це не проблема, коли
ви знаєте, що робити або як діяти.



Проблема існує тоді, коли ви
не знаєте, що робити!

ПЛАНУВАННЯ ЗАНЯТТЯ – УРОК ІЗ ТРЬОХ ЧАСТИН

Традиційні уроки, коли учні спочатку слухають пояснення вчителя, а потім розв'язують вправи, приводять до того, що учні часто зосереджуються на процедурі, роблять це механічно.

Вчителям часто доводиться пояснювати новий матеріал декілька разів.

Це суттєво контрастує з уроком, побудованим навколо однієї проблеми - підходу, який є досить типовим для учнів азіатських країн. На таких уроках учні здобувають набагато більше знань. А вчитель може оцінити всіх учнів, коли клас працює над однією проблемою та бере участь у дискусії про обґрунтованість рішення.

Навчання через «розв'язання проблем» не означає просто поставити проблему чи завдання і сидіти склавши руки та чекати, коли відбудеться магія. Вчитель несе відповідальність за атмосферу роботи на уроці. Для цього подумайте про урок, що складається з трьох основних частин: **«Перед»**, **«Під час»** і **«Після»**. Кожна частина містить певний порядок та вимагає певних дій вчителя, щоб зробити урок ефективним.

«Перед»:

- Мета цієї частини уроку полягає в тому, щоб підготувати учнів розумово до роботи над проблемою та задуматися, які ідеї допоможуть їм найбільше. Переконайтеся, що вони розуміють завдання. Переконайтеся, що вони розуміють свої обов'язки.
- Наприкінці цієї частини уроку не повинно бути питань щодо завдання чи того, що потрібно зробити. Учні вже починають обмірковувати відповідні ідеї і готові братися за роботу.

«Під час»:

- Багато вчителів вважають цей крок найважчим.
- Вашим першим завданням тут є **ВІДПУСТИТИ!** Майте віру у ваших учнів. Дайте їм можливість працювати без вашого постійного керівництва, щоб вони використовували свої ідеї, а не просто дотримувалися вказівок.



- Будьте активним слухачем. Дізнайтеся, як різні діти або групи думають, які ідеї вони використовують, як вони наближаються до проблеми. Це час для роздумів та аналізу. Робіть нотатки. Не бійтеся пропонувати натяки, але не направляйте учнів до того, що ви повернетеся до спрямованого навчання.

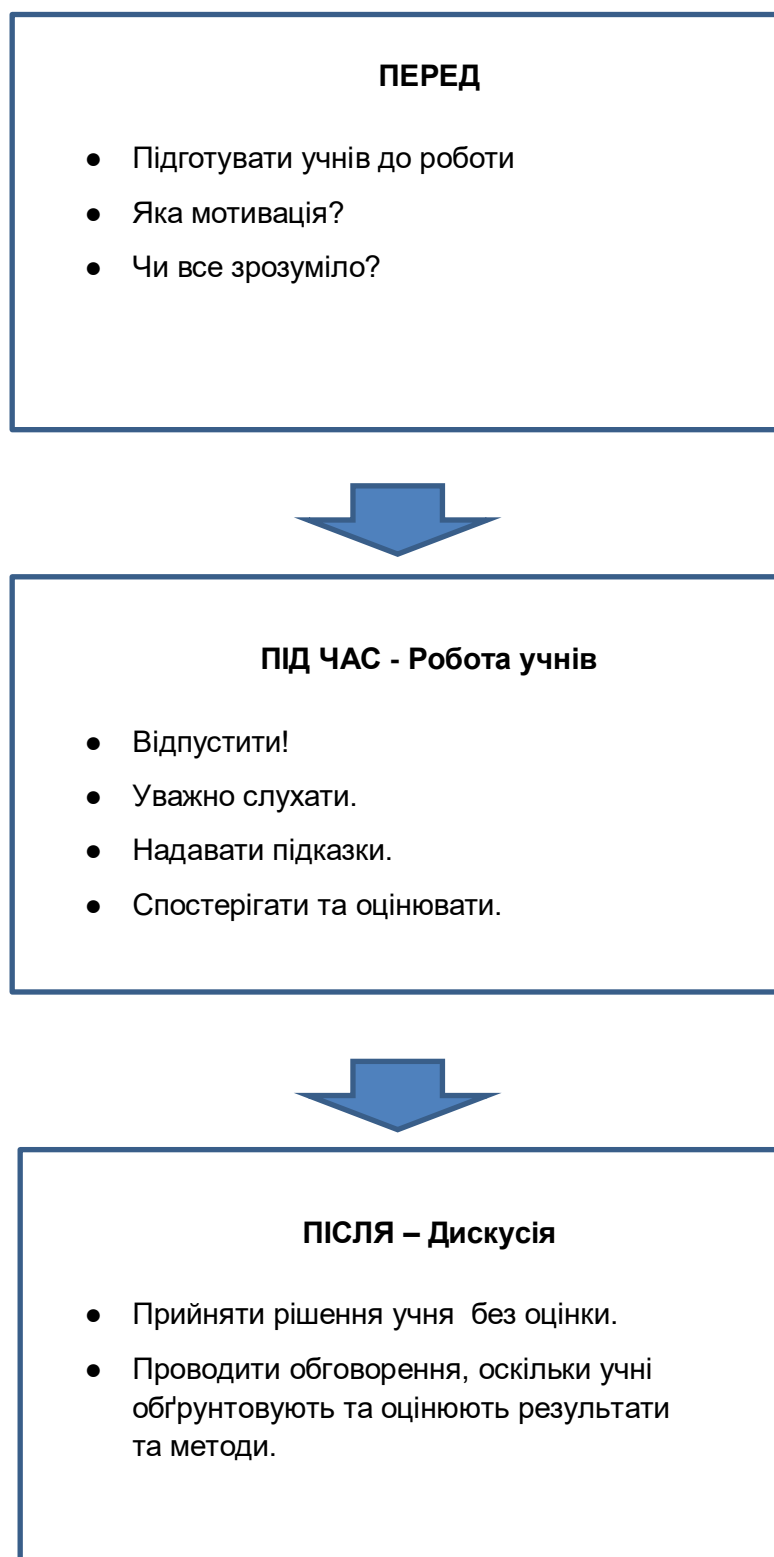
«Після»:

- Надайте можливість групам або окремим учням поділитися своїми розв'язками, висновками, підходами і аргументами. Не оцінюйте. Станьте уважним слухачем - як добрих, так і не дуже добрих ідей. Вимагайте від усіх учнів слухати та оцінювати ідеї інших команд.
 - «Тимофію, що ви думаєте про метод групи Люби?»
 - «Чи ви би могли використати цей метод, щоб вирішувати інші завдання?»
 - « Чи вважаєте ви, що це працює весь час?»
- Підтримуйте їх зусилля та очікуйте, що учні зроблять хорошу роботу. Не хваліть і не критикуйте, а заохочуйте дітей до кращої роботи.
- Заплануйте достатньо часу для цієї частини, бо часто під час цієї частини заняття відбувається найрезультативніше навчання. Виділіть двадцять хвилин або більше для обговорення в класі та обміну ідеями.



Урок вирішення проблем повинен завжди мати три частини:

Перед, Під час і Після.



(Adapted -*Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* by John Van de Walle)

Ефективне опитування

Починати вчити мисленню треба
насамперед з розвитку здатності правильно
ставити запитання.

Е. Ільєнков



Джерело: http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/cbs_askingeffectivequestions.pdf
<https://www.nctm.org/Conferences-and-Professional-Development/Tips-for-Teachers/Asking-Questions-and-Promoting-Discourse/>

Ставте питання, які розвивають мислення учнів.

- Ці питання повинні дати учням можливість повідомити про свій процес міркування - чому вони вибрали конкретний метод і яке значення мав їхній вибір.

- Перетворіть деякі свої **закриті** питання, на **відкриті** – ті, які потребують пояснення.

- Будьте обережні, щоб зробити це перетворення поступово. Деякі учні можуть не відповідати на відкриті запитання, тому що їм незручно, вони можуть бути невпевнені в собі. Щоб допомогти учням набратися впевненості в таких відкритих

питаннях, використовуємо метод «Подумай – Парий - Поділися». (ст.

Закриті питання –
*ті, на які можна
відповісти одним
словом, або «так» або
«ні».*

Відкрите питання має
*ту перевагу, що
дозволяє вам залучити
декількох учнів до*

Залиште запитання без відповіді в кінці періоду заняття.

Не давайте учням знати яка відповідь правильна. Спочатку це може здатися незручним для вчителя, але це більше схоже на вирішення проблем у реальному світі.

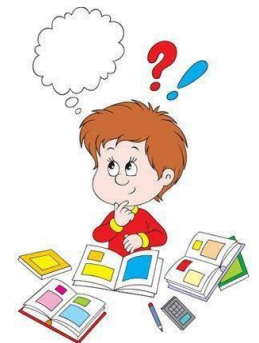
Деякі учні почнуть оцінювати цей виклик і працювати поза межами класу, щоб повернутися з новими підходами.

Ставте питання, які можуть мати багато відповідей

- Це можуть бути питання, в яких немає жодної «правильної» відповіді, або не одна правильна відповідь.
- Такі питання спонукають до дискусії між учнями. Треба дати учням нагоду обговорити свої відповіді парами або невеликими групами перш, ніж обговорювати їх усім класом.
- Перефразуйте відповіді учнів і заохочуйте інших додавати свої відповіді

Важливо дозволити учням ставити питання один одному - важливо створити спільноту, де можна сказати, що я не впевнений або не розумію.

- Чи хтось може по-іншому сказати те, що вони сказали?
- Чи згодні ви з тим, що вони сказали?
- Чому? Чому б ні?
- Чи є питання, яке ви хотіли б поставити - що ви не розумієте?



Використовуйте гру або іншу цікаву діяльність

але обов'язково посилюйте навчання, попросивши учнів подумати про свій процес мислення.

Вимагайте від учнів подумати над своїм досвідом, ставлячи серйозні запитання. Чітко розкажіть учням, що ви хотіли б, щоб вони пояснили свої міркування і їх зміст.

Ставте питання про їх стратегію.

Використовуючи закриті запитання, заохочуйте кожного учня до відповіді.

Добре б змішувати питання, які ви ставите.

При використанні запитань «Так / Ні», наприклад, попросіть учнів використовувати великі пальці для того, щоб показати так чи ні.



Це дасть змогу залучити всіх і матиме подвійну мету: кожен учень буде більш уважним, якщо його участь часто вимагається протягом усього уроку, і ви зможете робити неформальну оцінку, побачивши кількість учнів, що правильно відповіли.

Використовуйте питання Фермі

Питання Фермі заохочує численні підходи, підкреслює процес, а не продукт, і підкреслює нетрадиційні стратегії вирішення проблем.

Заохочуйте учнів працювати парами, щоб побудувати власний аргументований спосіб розв'язування і представити його класу. Після презентацій запитайте учнів, розв'язок якої пари вони

Питання Фермі - несподівані питання про природний світ, відповіді на які є грубими кількісними оцінками.

Наприклад:

- "Скільки крапель води знаходиться в Чорному Морі?"
- "Скільки повітряних куль може вміститися в спортивному залі?"

☒ **Дальші інформації про питання Фермі – ст. 35**



VectorStock®

VectorStock.com/789945

Проблеми Фермі - Наближене обчислення кількості

(Джерело інформації :*Impact Math, Ontario Ministry of Education*)

- ☒ Проблеми Фермі формують види роботи і мислення, які лежать в основі математичної грамотності.
- ☒ Є часто кілька підходів і більше ніж одна можлива відповідь.
- ☒ Оскільки важлива інформація відсутня, учні повинні поставити собі більше запитань(що вони повинні знати і що вони вже знають для вирішення цієї проблеми).
- ☒ Потім вони повинні побудувати спосіб оцінювання, який приведе від знань, які вони мають, до знань, які вони повинні отримати.
- ☒ **У центрі уваги цієї діяльності є спрямування саме на процес, а не на відповідь** - процес, який віддзеркалює «числовий сенс», який ми застосовуємо у щоденному житті.

***Проблеми Фермі виробляють
гнучкість мислення.***

Приклад: Скільки часу потрібно, щоб порахувати вголос від одиниці до одного мільярда?

- ☒ Ця діяльність присвячена допомозі учням зрозуміти відносні розміри мільйон і мільярд. Багато людей ставляться до мільйонів і мільярдів, як до величезних чисел, що виходять за межі норми розуміння.
- ☒ Щоб допомогти учням зрозуміти відносність величини мільйона та мільярда можна використовувати аналогії, такі як:
 - ☒ --Мільйон годин тому було наприкінці 19 століття, але мільярд годин тому - понад 100 000 років тому - коли людське населення було у невеликій кількості.
 - ☒ -- Якщо скляну кульку діаметром 1 см збільшити так, щоб її діаметр був у мільйон разів більший, це була б куля діаметром близько 13 км. Якщо цю кульку збільшували б так, щоб її діаметр був у один мільярд разів більший, то вона стане кулею розміром як Земля.

- ☒ Припустимо, ви нарахували один мільярд, починаючи з одного і оголошуючи кожне число, доки не досягнете одного мільярда. Уявіть, що ви змогли зробити це, не зупиняючись на їжу, пиття або сон.
- ☒ Оцініть, скільки пройде років, щоб вам порахувати до одного мільярда. Опишіть, які стратегії ви використовували для оцінки.

Створення бібліотеки проблем Фермі

- ☒ Скільки тринадцятирічних дітей в Україні?
- ☒ Яка вага учнів у вашій школі?
- ☒ Скільки листочків на цьому дереві?
- ☒ Скільки футбольних м'ячів вміститься в нашому класі?
- ☒ Скільки горняток води у ванні?
- ☒ Скільки кілометрів можеш пройти за один рік?
- ☒ Скільки часу знадобилося б, щоб написати своє ім'я сто разів?

Процес важливіший за відповідь!

Дальші інформації

<https://www.edgalaxy.com/journal/2012/5/29/an-excellent-collection-of-fermi-problems-for-your-class.html>

<https://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teaching-in-Middle-School/Blog/Making-Sense-with-Fermi-Problems/>

Предметні або лічильні (конкретні) матеріали

Учні досліджують математичні поняття, використовуючи різні інструменти та стратегії.

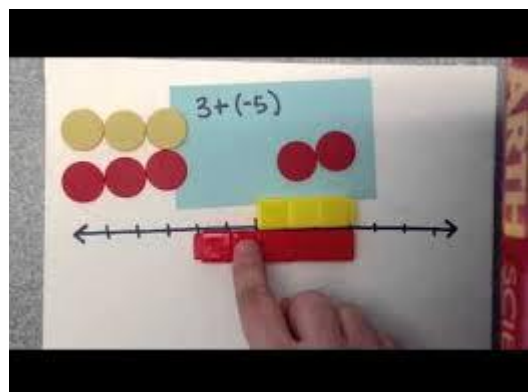
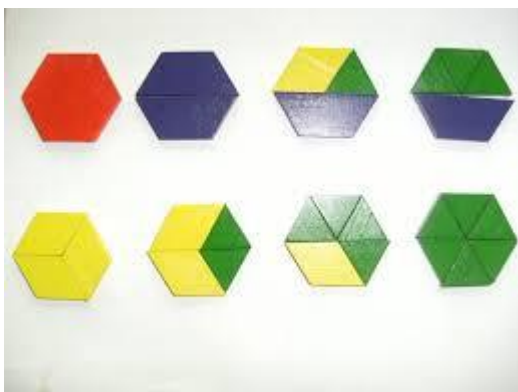
Роздаткові матеріали (моделі многокутників, кубики, моделі геометричних фігур, конструктори Лего, гральні карти) є необхідними інструментами для підтримки ефективного вивчення математики усіма учнями. Ці конкретні засоби навчання допомагають учням досліджувати та представляти абстрактні математичні ідеї різноманітними, конкретними, тактильними та візуально багатими способами. Більше того, використання різноманітних засобів допомагає поглибити та розширити розуміння учнями математичних понять.



Ці засоби також є цінною допомогою для вчителів. Аналізуючи конкретні уявлення учнів про математичні поняття та уважно слухаючи їх міркування, викладачі можуть зрозуміти мислення учнів та надати їм необхідну допомогу.

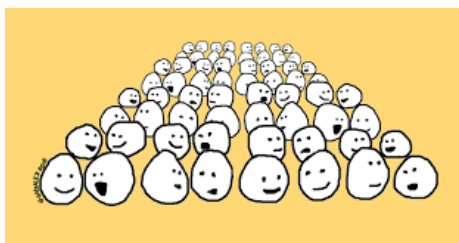
При цьому формуються і комунікативні навички учнів, які є важливою складовою при вивченні математики. З допомогою вмілого ведення дискусій у класі учні краще розуміють навчальний матеріал і закріплюють вивчене. Дискусії дають учням можливість задавати запитання, робити припущення, ділитися ідеями, пропонувати і порівнювати стратегії та пояснювати їх міркування. Обговорюючи власні ідеї зі своїми однолітками, учні вчаться розрізняти ефективні та неефективні стратегії вирішення проблем.

- Ministry of Education, Ontario, Mathematics Curriculum 2005



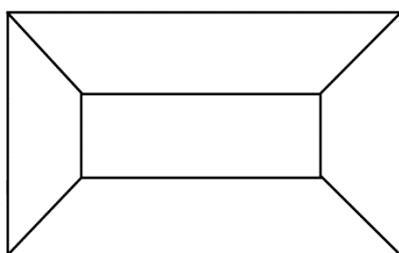


Подумай, паруй, поділися



Підкладки

Модель Фраєр



КООПЕРАТИВНА СТРАТЕГІЯ:

Подумай, паруй, поділися

Ця стратегія надає можливість усім учням поділитися своїми думками замість традиційної відповіді одного учня на запитання вчителя. Цей метод дозволяє залучати більше учнів до навчання.

Цю стратегію можна використовувати в різноманітних ситуаціях у класі, таких як узагальнення знань, дискусійні питання, мозковий штурм тощо.

Вчитель представляє питання або задачу.



ПОДУМАЙ

- учні думають самостійно протягом заданого часу залежно від питання (від пів хвилини до трьох хвилин)
- за цей час вони не піднімають руки і не розмовляють з іншими.



<http://clipart-library.com/clipart/1208843.htm>

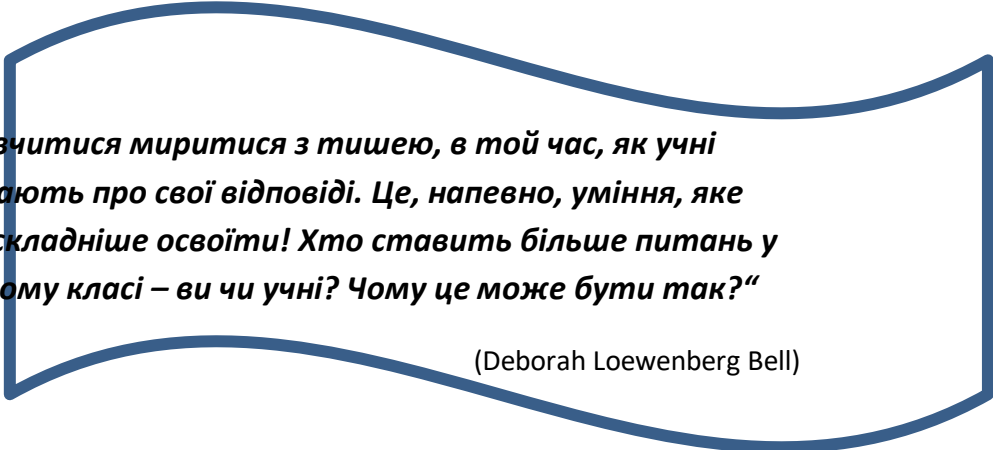
ПАРУЙ

- після закінчення відведеного часу вони діляться своїми ідеями з партнером.



ПОДІЛИСЯ

- після обговорення зі своїми партнерами, вчитель запитує, чи може хто-небудь поділитися своїми відповідями з класом.



***“Навчитися миритися з тишею, в той час, як учні
думають про свої відповіді. Це, напевно, уміння, яке
найскладніше освоїти! Хто ставить більше питань у
вашому класі – ви чи учні? Чому це може бути так?”***

(Deborah Loewenberg Bell)

КООПЕРАТИВНА СТРАТЕГІЯ:

Модель Фраєр

Модель Frayer - це стратегія, розроблена для того, щоб допомогти учням зрозуміти й усвідомити поняття. Ця стратегія використовує графічний органайзер, щоб допомогти учням зрозуміти поняття, використовуючи означення, характеристики, приклади та неприклади, щоб прояснити значення.



Це можна використати на початку теми, щоб дізнатися що учні пам'ятають з минулого року, або коли закінчуєте вивчення теми і хочете зробити коротке повторення.

КООПЕРАТИВНА СТРАТЕГІЯ:

Підкладки

**Детальний опис лекції на застосування моделі
Фраєра на сторінці 43**

☒ Мозковий
шторм:

- ☒ Групи з чотирьох учнів ідеально підходять для цієї стратегії, але може працювати з 3 - 5 учнями. Лише треба змінити шаблон.

ПЕРЕД

- ☒ Об'єднати учнів у групи (в ідеалі 4)
- ☒ Вибрати центральне питання / концепцію / проблему
- ☒ Роздати шаблон кожній групі
- ☒ Якщо у групі більше або менше 4 учнів, попросіть учнів розділити чистий аркуш паперу на частини, що дорівнюють кількості учнів у групі, залишивши прямокутник у центрі аркуша для запису групового консенсусу.

ПІДЧАС

- ☒ Повідомити дітей, про що кожний член групи має подумати і, без розмови, відповісти / написати / зробити список / і т.д. ідеї / інформацію, що стосуються питання. Це вони записують у свої частині паперу.
- ☒ Дайте учням конкретний проміжок часу.

ПІСЛЯ

- ☒ Дайте час для учнів кожної групи, щоб обговорити свою ідею та інформацію і написати відповідь від групи, яка буде представлена усьому класу. Цю відповідь записати в центрі аркуша.
- ☒ Викликайте одного члена з кожної групи, щоб поділитися висновком своєї групи з усім класом
- ☒ Оцініть розуміння, слухаючи відповіді учнів (дайте можливість учням проаналізувати відповіді інших та/або поставити питання чи зауваження
- ☒ Використовуйте інформацію, отриману в ході діяльності, для формування подальших рішень і стратегій навчання

Методика «підкладки» може бути використана з різними завданнями і активностями. Це адаптований мозковий штурм.

Наприклад,

- **Заохочує учнів до обміну ідеями та досягнення консенсусу щодо теми / ідеї**
- **Активізує попереднє знання теми серед учнів**
- **Допомагає учням ділитися методами вирішення проблем**
- **Підсумовує результати навчання після заняття або може використовуватись на початку наступного уроку**



clipart-library.com

ПОРАДИ:

- ☒ 1. Обговоріть, запишіть і розмістіть на дошці діаграму (шаблон), щоб учні завжди мали візуальне посилання на організацію та необхідні дії.
- ☒ 2. Розгляньте склад малих груп та змініть склад членів відповідно до стилів навчання учнів та їх взаємодії, особливостей знань та ін. Деякі групи будуть потребувати більше підтримки вчителя у виконанні завдання.
- ☒ 3. Можете використовувати заповнені підкладки як запис колективного мислення учнів і вивісити в класі.

ОПИС ЗАНЯТЬ: МОДЕЛЬ ФРАЄР

НАЗВА	МОДЕЛЬ ФРАЄР
СКІЛЬКИ ЧАСУ	20-25 хв.
КОРОТКИЙ ОПИС ЗАНЯТТЯ	
Модель Frayer - це стратегія, розроблена для того, щоб допомогти учням зрозуміти, усвідомити і закріпити математичне поняття. Ця стратегія використовує графічний органайзер (шаблон). Учні записують визначення, характеристики, приклади та неприклади, щоб пояснити поняття.	
ДЖЕРЕЛО	https://www.nbss.ie/sites/default/files/publications/frayer_model_-_vocabulary_strategy_handout_copy_3.pdf
СПИСОК ВИМОГ З ПРОГРАМИ МАТЕМАТИКИ І КЛАС (ДЕРЖАВНИЙ СТАНДАРТ)	
Теми згідно Програми математики (5-11 клас). МАО 1.2 (Досліджує, аналізує дані та зв'язки між ними, оцінює їх достовірність та доцільність використання)	
ПОТРІБНІ МАТЕРІАЛИ	
Означення: Характеристики (властивості): Математичне поняття Приклади: Неприклад: Заготовлені заздалегідь паперові шаблони “Модель Фраєр” для кожної групи, маркери	
ДЕТАЛЬНИЙ СПИСОК (ОПИС) КРОКІВ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ГРИ – «Перед» (активізація опорних знань та вмінь учнів), «Під Час» (представлення проблеми, ознайомлення з правилами гри, інструкції, об'єднання учнів у пари), «Після» (рефлексія, дискусія і висновки)	
ПЕРЕД Вибір понять згідно вивченої теми. Підготовка шаблонів і пояснення принципу роботи на окремому прикладі. Об'єднання учнів у групи.	ЗАПИТАННЯ - Як ви розумієте терміни “означення”, “приклад”, “неприклад”?

ПІД ЧАС

Кожна група отримує поняття, яке опрацьовує. Наприклад, це можуть бути “Квадрат”, “Паралелограм”, “Ромб” ... при вивченні теми “Чотирикутники”.

Вчитель спостерігає за роботою і дискусією учнів у групах та пропонує визначити доповідача для представлення результату.



ЗАПИТАННЯ

- Чим я вам можу допомогти?
- Як ви думаєте, якими є кути паралелограма?
- Коли ви думаєте про квадрат, яка асоціація у вас виникає?

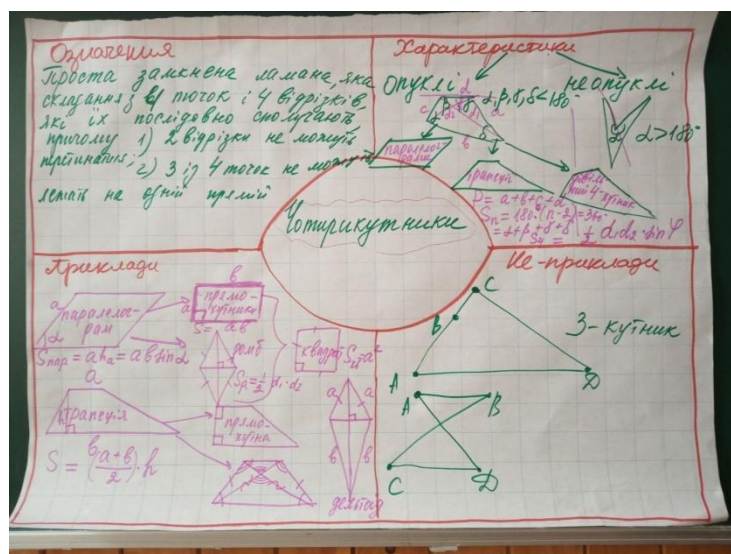
ПІСЛЯ

Кожна група представляє свою роботу. Слухачі можуть поставити питання і за бажанням доповнити відповідь.

Вчитель організовує дискусію, пропонує учням назвати спільні характеристики та відмінності вказаних фігур.

Педагог дає можливість висловитись представникам усіх груп.

ЗАПИТАННЯ



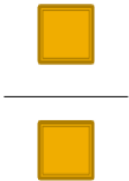
ОПИС ЗАНЯТЬ: **ГРА З КУБИКАМИ: ЗНАЧЕННЯ МІСЦЯ – ЙМОВІРНІСТЬ**

НАЗВА	ГРА З КУБИКАМИ: ЗНАЧЕННЯ МІСЦЯ – ЙМОВІРНІСТЬ «ХТО БІЛЬШЕ»		
СКІЛЬКИ ЧАСУ	15 – 20 хв.		
КОРОТКИЙ ОПИС ЗАНЯТТЯ			
Гра полягає у створенні чотиризначних(не обов'язково) натуральних чисел, використовуючи цифри, які випадають при киданні грального кубика. Можливе виконання дій з отриманими числами.			
ДЖЕРЕЛО	THE PLACE VALUE GAME Burns, Marilyn. (1996). 50 Problem-Solving Lessons, Grades 1-6 . Sausalito, CA: Math Solutions Publications		
СПИСОК ВИМОГ З ПРОГРАМИ МАТЕМАТИКИ І КЛАС (ДЕРЖАВНИЙ СТАНДАРТ)			
5 клас. Тема 1. НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ. (Натуральні числа. Число нуль. Цифри. Десятковий запис натуральних чисел. Порівняння натуральних чисел. Арифметичні дії з натуральними числами та їх властивості.) (МАО 1.2(Досліджує, аналізує дані та зв'язки між ними, оцінює їх достовірність та доцільність використання) , МАО 1.3 (Прогнозує результат розв'язання проблемної ситуації)). Рекомендація: можна використовувати для теми «Десяткові дроби та дії з ними» у 5 класі			
ПОТРІБНІ МАТЕРІАЛИ (якщо матеріали невідомі учителям - де можна закупити, фото, і лінк)			
Шаблон з клітинками			
ВідкинUTE число комплект гральних кубиків (1 кубик для пари (групи) учнів)			
ДЕТАЛЬНИЙ ОПИС КРОКІВ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ГРИ – «Перед» (активізація опорних знань та вмінь учнів), «Під Час» (представлення проблеми, ознайомлення з правилами гри, інструкції, об'єднання учнів у пари), «Після» (рефлексія, дискусія і висновки)			
ПЕРЕД		ЗАПИТАННЯ	
Демонстрація гри вчителем: «Я збираюся п'ять разів кидати кубик. Кожен раз, коли я кидаю, я кажу вам цифру, яка випала, і ви напишете її в одній з ваших клітинок. Після того, як ви цифру написали, вам не дозволяється змінювати її. Після п'яти разів кидання, кожен з вас матиме чотирицифрове число і одну цифру у додатковому квадраті. Додаткова комірka - це відкинута цифра. Вона не враховується.		Що таке натуральне число? Що таке цифра? Скільки цифр ми знаємо? Скільки натуральних чисел ми знаємо? Пригадайте розрядні одиниці натурального числа? попросіть учнів зробити 3-значне число за допомогою 1, 2 і 3 перелічити номери, які вони вносять у клітинки запитайте: Яке найбільше число я можу зробити? Яке	

Ідея полягає в тому, щоб спробувати розмістити свої цифри так, щоб у вас вийшло найбільше число.»	найменше число я можу зробити? запитайте: Яке найменше та найбільше число, які можна зробити з чотирьох цифр 3, 2, 5 і 8
ПІД ЧАС <i>Двоє учнів по черзі кидають гральний кубик. Цифру, яка випала, учень вписує в будь-яку порожню клітинку шаблону. (Шаблон може містити не тільки 4 порожні клітинки, а й більше). Завдання гравців – утворити своє число. Виграє той, чиє число більше. Одну цифру ми можемо відкинути (не використати).</i> Учні грають у парах (групах): - кожна пара(група) має один кубик і по черзі кидає його. Всі члени групи записують цифру, яка випала у будь-якій комірці. - дати можливість учням провести декілька раундів гри. Вчитель під час гри переходить від однієї групи до іншої і ставить навідні питання: “Чи ви можете запам’ятати те, що мені пояснили?”, “Чи ви можете пояснити це потім усім?”	ЗАПИТАННЯ Важливо: Можливий діалог (вчителя і учня): - Я бачу, що випала цифра 5. Чому ви ставите її на друге місце? - (слухаємо відповідь учня, щоб зрозуміти його спосіб мислення) - А якщо випала б цифра 2, де би ви її поставили? Чому?
ПІСЛЯ Зупинити гру і розпочати дискусію: Вчитель просить кожну групу, щоб представити своє найбільше число і записати на таблиці. Назвати цифри, які стоять на місці кожного розряду. Дискусія – чи хтось змінив свої стратегії? Чому ви змінили стратегії? Обґрунтуйте. Тут можемо попросити учнів, з якими узгодили попередньо, пояснити. Зауваження: (під час дискусії записуйте ймовірнісні терміни на таблиці – ймовірність, неможливо, можливо, рівноможливий, вірогідний) – теоретична ймовірність – експериментальна ймовірність - Запишіть свою "стратегію виграшу"(як ви вибирали у який розряд записати певну цифру -одиниці, десятки, сотні, тисячі) Приклади можливих додаткових завдань: 1. Виберіть 5 чисел з тих, що створили. Напишіть в порядку від найбільшого до найменшого. 2. Знайдіть різницю між вашим найбільшого і найменшого числа? 3. Знайдіть суму всіх ваших чисел. 4. Напишіть числа у вигляді суми розрядних доданків.	ЗАПИТАННЯ Запитайте в учнів, що робити з цифрою 1, якщо вона випала вдруге? В який розряд її варто поставити? Яка ваша стратегія? А де поставити 5? Дати нагоду знову зіграти.
ПОРАДИ (для практичного і успішного проведення) 1. Роздаємо кубики після пояснення правил і демонстрації гри. 2. Запитати чи всі все зрозуміли.	

3. Нагадати про необхідність дотримання дисципліни і толерантного ставлення один до одного. 4. Для вчителя важливо «відпустити» учнів у їхній творчий пошук, дати можливість зробити помилки і проаналізувати їх. (теоретичне обґрунтування “10 запитань від вчителів математики...і як PISA може допомогти відповісти на них” с.18-23, http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/02/PISA_10-questions_MATH_UKR_OECD.pdf)
ПОЯСНЕННЯ МАТЕМАТИКИ – СПОСТЕРЕЖЕННЯ (Що учні помітять? Де тут математика? Можливі труднощі в розумінні)
Під час гри учні наочно використовують правила порівняння натуральних чисел. Роблять міркування, оцінки і висновки щодо запису натуральних чисел та дій з ними. Труднощі можуть виникати на початкових етапах, поки учні не зроблять для себе відповідні висновки щодо стратегії гри.
ДОДАТКОВІ (НЕ ОБОВ’ЯЗКОВІ) – діаграми, графіки, фото, відео (приклад або інструкції), лінки в інтернеті, пов’язані з темою (це може бути список ідей для розвитку в майбутньому)

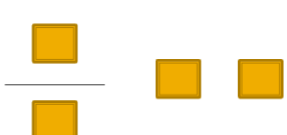
ОПИС ЗАНЯТЬ: ГРА З ДРОБАМИ № 1

НАЗВА	ГРА З ДРОБАМИ № 1
СКІЛЬКИ ЧАСУ	20 - 30 хв.
КОРОТКИЙ ОПИС ЛЕКЦІЇ	
Гра полягає у створенні звичайних дробів, використовуючи цифри, які випадають при киданні грального кубика. Утворені дроби зобразити на малюнку з допомогою шаблона. Учні навчаються розуміти, які є правильні дроби, які неправильні, та вчать зображати їх на малюнках.	
ДЖЕРЕЛО	THE PLACE VALUE GAME Burns, Marilyn. (1996). 50 Problem-Solving Lessons, Grades 1-6 . Sausalito, CA: Math Solutions Publications https://www.mobt3ath.com/uplode/book/book-25970.pdf
СПИСОК ВИМОГ З ПРОГРАМИ МАТЕМАТИКИ І ДЕРЖАВНОГО СТАНДАРТУ	
5 - 6 клас Тема : Дробові числа та дії з ними. (Звичайні дроби. Правильні та неправильні дроби. Звичайні дроби і ділення натуральних чисел. Мішані числа. Порівняння звичайних дробів.) (МАО 2.3 (Створює математичну модель проблемної ситуації), МАО 2.4 (Представляє результати розв'язання проблемної ситуації та конструктивно обговорює їх)	
ПОТРІБНІ МАТЕРІАЛИ (якщо матеріали невідомі учителям - де можна закупити, фото, і лінк)	
  ☒ ☒ гральні кубики (1 кубик для кожної пари) шаблон з дробами	

ДЕТАЛЬНИЙ ОПИС КРОКІВ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ГРИ – «Перед» (активізація опорних знань та вмінь учнів, ознайомлення з правилами гри), «Під Час» (представлення проблеми, інструкції, об'єднання учнів у пари), «Після» (рефлексія, дискусія і висновки)	
ПЕРЕД Намалюйте прямокутники. Зобразіть дріб за допомогою малюнка (Наприклад $-\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$) 	ЗАПИТАННЯ - Що означає чисельник дробу? - Що означає знаменник дробу?
ПІД ЧАС Демонстрація гри: “Ця гра для двох осіб. Щоб грати в цю гру, ми використовуємо звичайні гральні кубики. Ми кидаємо кубики чотири рази, по черзі. Кожен раз, коли я кидаю, я пишу цифру, яка випадає, в одну з моїх клітинок. Мій партнер буде робити те ж саме для цифр, які йому випадають. Після того, як ви напишете цифру, її не можна перемістити в іншу клітинку шаблону. Коли ми закінчимо, у кожного з нас буде дріб і дві додаткові цифри. Додаткові комірки - це відкинуті цифри, які ми не враховуємо. Наступна частина гри полягає в тому, щоб зробити малюнок для представлення вашого дробу. Правила гри. 1. Кидайте кубики чотири рази, по черзі і кожен по черзі записує викинуте число в одну із 4 клітинок. 2. Зробіть малюнок для представлення вашого дробу 3. Порівняйте утворені дроби. Запишіть нерівність. Важливо: Вчитель звертає увагу на випадки, які потрібно розібрати і пояснити всім, і узгоджує чи могла б дитина пояснити це пізніше під час дискусії.	ЗАПИТАННЯ Вчитель запитує, зважаючи на конкретні випадки і приклади учнів. Наприклад: - Які дроби складно намалювати і чому? - Як на вашу думку порівняти такі дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{3}{5}$? (одинакові чисельники) - або $\frac{5}{2}$ та $\frac{5}{3}$?
ПІСЛЯ <u>Зупинити гру і розпочати дискусію:</u> -Вчитель просить кожну групу, щоб представити свій приклад і пояснити хід думок. Дискусія – чи хтось змінив свій спосіб мислення? Чому ви змінили свою думку? Обґрунтуйте. Тут можемо попросити учнів, з якими узгодили попередньо, пояснити. <u>Приклади можливих додаткових завдань:</u> 1. Який найбільший дріб ви можете створити з цифр, що вам випали? 2. Який найменший дріб ви можете створити з цифр, що вам випали? 3. В перший рядок записати дроби, в яких чисельник менший за знаменник. В другий - дроби, в яких знаменник менший від чисельника.	ЗАПИТАННЯ - Якими способами ще можна зображати дроби? - Який дріб було найважче зобразити? - Як зобразити дріб $\frac{3}{1}$? - А дріб $\frac{5}{3}$? - Як ви вважаєте, чи можна записати натуральне число у вигляді дробу? І як його зобразити?

Далі можемо ввести поняття правильного і неправильного дробу. - Що ви думаєте про дріб $\frac{5}{5}$? - До якої групи такі дроби можна віднести?	
ПОРАДИ (для практичного і успішного проведення)	
1. Роздаємо кубики після пояснення правил і демонстрації гри. 2. Запитати чи всі все зрозуміли. 3. Нагадати про необхідність дотримання дисципліни і толерантного ставлення один до одного. 4. Для вчителя важливо «відпустити» учнів у їхній творчий пошук, дати можливість зробити помилки і проаналізувати їх. (теоретичне обґрунтування “10 запитань від вчителів математики...і як PISA може допомогти відповісти на них” с.18-23, http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/02/PISA_10-questions_MATH_UKR_OECD.pdf)	
ПОЯСНЕННЯ МАТЕМАТИКИ – ОБСЕРВАЦІЇ (що учні помітять? Де математика? Можливі труднощі в розумінні)	
Учні помітять, що дріб може бути і неправильним. Що будь - яке натуральне число можна зобразити у вигляді дробу. Труднощі в учнів виникають при зображенні правильного і неправильного дробу.	
ДОДАТКОВІ (НЕ ОБОВ’ЯЗКОВІ) – діаграми, графіки, фото, відео (приклад або інструкції), лінки на інтернеті пов’язані з темою (це може бути список ідей для розвитку в майбутньому)	

ОПИС ЗАНЯТЬ: ГРА З ДРОБАМИ № 2

НАЗВА	ГРА З ДРОБАМИ № 2
СКІЛЬКИ ЧАСУ	20-30 хв.
КОРОТКИЙ ОПИС ЛЕКЦІЇ	
Гра полягає у створенні найбільших(найменших) звичайних дробів та порівнянні їх використовуючи цифри, які випадають при киданні грального кубика. Учні навчаються розуміти, які є правильні дроби, які неправильні та порівнювати їх.	
ДЖЕРЕЛО	THE PLACE VALUE GAME Burns, Marilyn. (1996). 50 Problem-Solving Lessons, Grades 1-6. Sausalito, CA: Math Solutions Publications https://www.mobt3ath.com/uplode/book/book-25970.pdf
СПИСОК ВИМОГ З ПРОГРАМИ МАТЕМАТИКИ І ДЕРЖАВНОГО СТАНДАРТУ	
5 - 6 клас Тема : Дробові числа та дії з ними. (Звичайні дроби. Правильні та неправильні дроби. Звичайні дроби і ділення натуральних чисел. Мішані числа. Порівняння звичайних дробів.) (МАО 2.3 (Створює математичну модель проблемної ситуації), МАО 2.4 (Представляє результати розв'язання проблемної ситуації та конструктивно обговорює їх), МАО 3.1(Оцінює дані проблемної ситуації, необхідні і достатні для її розв'язання).	
ПОТРІБНІ МАТЕРІАЛИ (якщо матеріали невідомі учителям - де можна закупити, фото, і лінк)	
 ☒ гральні кубики (1 кубик для кожної пари) ☒ шаблон з дробами	
ДЕТАЛЬНИЙ ОПИС КРОКІВ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ГРИ – «Перед» (активізація опорних знань та вмінь учнів, ознайомлення з правилами гри), «Під Час» (представлення проблеми, інструкції, об'єднання учнів у пари), «Після» (рефлексія, дискусія і висновки)	
ПЕРЕД Намалюйте прямокутники. Зобразіть дріб за допомогою малюнка (Наприклад – $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$)	ЗАПИТАННЯ - Що означає чисельник дробу? - Що означає знаменник дробу? - Які дроби називаються правильними, які - неправильними?
	
ПІД ЧАС Демонстрація гри: “Ця гра для двох осіб. Щоб грати в цю гру, ми використовуємо звичайні гральні кубики. Ми кидаємо кубики чотири рази, по черзі. Кожен раз, коли я кидаю, я пишу цифру, яка випадає, в одну з моїх клітинок. Мій партнер буде робити те ж саме для цифр, які йому випадають. Після того, як ви напишете цифру, її не можна перемістити в іншу клітинку шаблону. Коли ми закінчимо, у кожного з нас буде дріб і дві додаткові цифри. Додаткові комірки - це відкинуті цифри, які ми не враховуємо. Порівнюємо отримані дроби” Перемагає більша частка. Правила гри. 1. Кидайте кубики чотири рази, по черзі і кожен по черзі записує викинуте число в одну	ЗАПИТАННЯ Як на вашу думку порівняти такі дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{3}{5}$? (однакові чисельники) або $\frac{5}{2}$ та $\frac{5}{3}$? (вчитель запитує, зважаючи на конкретні випадки і приклади учнів)

із 4 клітинок. 2. Дві цифри можна відкинути (в окремі комірки справа). 3. Порівняйте утворені дробу. Запишіть нерівність. За бажанням учень може зробити ілюстрацію даного дробу. 4. Грати гру кілька раундів (3-4). Важливо: Вчитель звертає увагу на випадки, які потрібно розібрати і пояснити всім, і узгоджує чи могла б дитина пояснити це пізніше під час дискусії.	
ПІСЛЯ <u>Зупинити гру і розпочати дискусію:</u> Вчитель просить кожну групу, щоб представити свої нерівності та пояснити хід думок. Дискусія – чи хтось змінив свої стратегії? Чому ви змінили стратегії? Обґрунтуйте. Тут можемо попросити учнів, з якими узгодили попередньо, пояснити. <u>Приклади можливих додаткових завдань:</u> 1. Який є дріб найбільшим з утворених вами? 2. Який найменший? 3. Яка, на вашу думку, стратегія утворення найбільшого дробу?	ЗАПИТАННЯ 1. Чи було вам комфортно під час гри? 2. Які емоції виникають під час гри? 3. Що Вам допомогло? Які стратегії?
ПОРАДИ (для практичного і успішного проведення)	
1. Роздаємо кубики після пояснення правил і демонстрації гри. 2. Запитати чи всі все зрозуміли. 3. Нагадати про необхідність дотримання дисципліни і толерантного ставлення один до одного. 4. Для вчителя важливо «відпустити» учнів у їхній творчий пошук, дати можливість зробити помилки і проаналізувати їх. (теоретичне обґрунтування “10 запитань від вчителів математики...і як PISA може допомогти відповісти на них” с.18-23, http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/02/PISA_10-questions_MATH_UKR_OECD.pdf)	
ПОЯСНЕННЯ МАТЕМАТИКИ – СПОСТЕРЕЖЕННЯ (Що учні помітять? Де тут математика? Можливі труднощі в розумінні)	
Учні помітять, що неправильний дріб завжди більший за правильний. Навчаться порівнювати правильні і неправильні дробу з 1. Що будь - яке натуральне число можна зобразити у вигляді дробу. Труднощі в учнів виникають під час обґрунтування власної “виграшної” стратегії.	
ДОДАТКОВІ (НЕ ОБОВ’ЯЗКОВІ) – діаграми, графіки, фото, відео (приклад або інструкції), лінки в інтернеті, пов’язані з темою (це може бути список ідей для розвитку в майбутньому)	

Висновки

“Навчаючи, вчителі дуже легко забувають, наскільки важливо надавати учням – та й самим собі – час для міркувань і рефлексії. Під тиском екзаменів, показників учнівської успішності, виконання навчальної програми й тематичного оцінювання, які постійно супроводжують процес навчання, зазвичай простіше просуватися за навчальним планом день за днем, задача за задачею. Упродовж своєї кар’єри вчителі можуть пристосуватися до викладання в той або інший спосіб, не зупиняючись і не озираючись на те, чи насправді їхні методи викладання є найкращими для навчання учнів. Зараз саме час для всіх нас зупинитися й замислитися.»

---“Десять запитань від учителів математики ... і як PISA може допомогти відповісти на них”

Під час роботи над посібником ми намагалися зосередити увагу вчителів над питаннями математичної грамотності, зокрема застосування таксономії Блума, прикладів та рекомендацій PISA. Рекомендували вчителям при створенні своїх уроків орієнтуватися на учнів, а не на предмет, враховуючи індивідуальні особливості учнів та різноманітні стилі навчання. Розглядали різноманітні методи вивчення математики, зокрема створення проблемної ситуації, ефективне опитування, лекції з трьох частин «Перед»-«Під час»-«Після». Запропонували опис занять з практичним використанням кооперативних стратегій та використанням лічильних матеріалів.

Сподіваємося, що наш посібник допоможе вчителям здобути, вивчити і застосовувати нові стратегії викладання математики, та знайти нові найкращі методи викладання математики.

Використані ресурси:

Burns, Marilyn. (2007). **About Teaching Mathematics, a K-8 Resource. (3rd ed).** Sausalito, CA: Math Solutions Publications

Burns, Marilyn. (1996). **50 Problem-Solving Lessons, Grades 1-6.** Sausalito, CA: Math Solutions Publications. <https://www.mobt3ath.com/uplode/book/book-25970.pdf>

Caldwell, Dr. Janet H. (2020). **Developing Conceptual Understanding: The Case of Place Value.** https://assets.savvas.com/asset_mgr/current/201922/DevConceptUnderstanding-JC_WP.pdf

Expert Panel on Mathematics in Grades 4 to 6 in Ontario. (2004). **Teaching and Learning Mathematics: The report of the Expert Panel on Mathematics in Grades 4 to 6 in Ontario.** Toronto: Ontario Ministry of Education. <http://www.edu.gov.on.ca/eng/document/reports/numeracy/panel/numeracy.pdf>

Kelly, B., & Impact Math Team: Adam, E., Cook, L., McDougall, D., Quinn, J., & Rolheiser, C. (1999). **Number Sense.** Toronto, ON: Queen's Printer for Ontario.

National Behaviour Support Service. **Frustration Model.** https://www.nbss.ie/sites/default/files/publications/frustration_model_vocabulary_strategy_handout_copy_3.pdf

National Council of Teachers of Mathematics. **Asking Questions and Promoting Discourse.** <https://www.nctm.org/Conferences-and-Professional-Development/Tips-for-Teachers/Asking-Questions-and-Promoting-Discourse/>

Ontario. (2006). **A Guide to Effective Instruction in Mathematics, Kindergarten to Grade 6, A Resource in Five Volumes.** Toronto: Ontario Ministry of Education. <https://sites.google.com/site/ocdsbministryresources/Home/numeracy-support-resources/guides-to-effective-instruction-in-mathematics>

Ontario. (2007). Capacity building series. Asking Effective Questions. Toronto: Literacy and Numeracy Secretariat. http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/cbs_askingeffectivequestions.pdf

Ontario. (2020). **The Ontario Curriculum, Grades 1-8. Mathematics 2020.** Toronto: Ontario, Ministry of Education. [THE ONTARIO CURRICULUM - Mathematics 2020 - Grades 1 - 8 \(kc-usercontent.com\)](https://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/grade1-8/mathematics2020/index.html)

U.S.Department of Education. National Center for Education Statistics (1999). **The TIMSS Videotape Classroom Study: Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan, and the United States**, NCES 99-074, by James W. Stigler, Patrick Gonzales, Takako Kawanaka, Steffen Knoll, and Ana Serrano. Washington,DC: U.S. Government Printing Office. <https://nces.ed.gov/pubs99/1999074.pdf>

Van de Walle, John A. (2004). **Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally** (5th ed.). Toronto: Pearson Education, Inc.

Інфографіка Таксономія Блума <https://innovationhouse.org.ua>

PISA. (2018). уклад. Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко; перекл. К. Є. Шумова. **Математична грамотність**. Київ: УЦОЯО. https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2018/02/Math_PISA_Framework-1.pdf

Український центр оцінювання якості освіти. (2019). **Десять запитань від учителів математики ... і як PISA може допомогти відповісти на них / перекл. з англ.** Київ : УЦОЯО, 2019. http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/02/PISA_10-questions_MATH_UKR_OECD.pdf

Виберіть твердження, яке найкраще характеризує Вас і обведіть відповідну літеру. Ви можете вибрати більше, ніж одне твердження.

1. Якщо я повинен навчитися щось робити, я краще навчаюся, коли я:
(V) побачу, як хтось покаже мені, як це робити;
(A) послухаю, як хтось скаже мені, як це робити;
(K) спробую зробити це самостійно.
2. Коли я читаю, я часто:
(V) візуалізую те, що я читаю в моїй свідомості;
(A) читаю голосно або чую слова в моїй голові;
(K) переживаю прочитане і намагаюсь «відчути» його зміст.
3. Коли мене просять надати інструкції про те, як кудись дістатись, я:
(V) уявляю собі фактичні місця, коли про них розповідаю, або намагаюся їх намалювати ;
(A) не маю труднощів надати вказівки усно;
(K) маю вказувати рухами або рухати моє тіло, коли надаю вказівки.
4. Якщо я не знаю, як щось зробити, я:
(V) записую це, щоб визначити, чи це правильно на вигляд;
(A) промовляю це вголос, щоб визначити, чи це правильно звучить;
(K) записую це, щоб визначити, чи це почувається добре.
5. Коли ви пишете, ви:
(V) стурбовані тим, чи слова та літери добре розташовані і мають акуратний вигляд;
(A) часто промовляєте до себе літери і слова;
(K) натискаєте на свою ручку чи олівець, щоб краще відчувати потік слів.
6. Якщо я повинен запам'ятати список предметів, я краще його запам'ятаю, якщо:
(V) запишу їх;
(A) перелічу їх собі усно кілька разів;
(K) використовуватиму свої пальці і рухи, щоб перелічити їх.
7. Я віддаю перевагу вчителям, які:
(V) використовують дошку або проектор під час лекції;
(A) розмовляють з експресією;
(K) використовують практичні види занять.
8. Мені важко зосередитись, коли:
(V) приміщення захаращене, або по ньому хтось рухається;
(A) у приміщенні багато шуму;
(K) я повинен сидіти нерухомо протягом певного часу.

9. При вирішенні проблем я:
(V) роблю записи або маюю діаграми, щоб візуалізувати проблему;
(A) промовляю до себе можливе вирішення;
(K) використовую своє тіло або переміщую предмети, щоб допомогти собі думати.
10. Коли ви отримуєте письмові інструкції про те, як зібрати або побудувати щось, ви:
(V) читаете їх мовчки та намагаєтесь візуалізувати, як частини складатимуться разом;
(A) читаете інструкції вголос і промовляєте їх до себе, коли складаєте частини разом;
(K) спробуєте спершу скласти частини разом, а потім прочитаєте інструкції.
11. Щоб залишатися зайнятим під час очікування, ви:
(V) роздивляєтесь довкола, дивитесь на щось або читаете;
(A) розмовляєте чи слухаете інших;
(K) прогулюєтесь довкола, граєтесь речами, які тримаєте в своїх руках або рухаєте, трясете ногами, коли сидите.
12. Якщо б вам довелося словесно описати щось іншій людині, ви б:
(V) розмовляли коротко, тому що ви не любите розмовляти довго;
(A) розповідали все з багатьма подробицями, тому що ви любите порозмовляти;
(K) жестикулювали і пересувалися навколо під час розмови.
13. Якби хтось інший словесно описував щось іншій людині, ви б:
(V) спробували візуалізувати те, що він або вона кажуть;
(A) насолоджувалися слуханням, але хотіли би перервати і говорити самі;
(K) нудилися, якщо опис був надто довгим та деталізованим.
14. Намагаючись згадати імена, ви пригадуєте:
(V) обличчя, але забуваєте імена;
(A) імена, але забуваєте обличчя;
(K) ситуацію, коли ви познайомилися з людиною, радше ніж ім'я чи обличчя тієї людини.

Інструкції щодо оцінки: додайте кількість відповідей для кожної літери та введіть загальну суму нижче. Спосіб з найбільшою кількістю відповідей – це ваш основний спосіб навчання.

V(візуальний) = _____ A(слуховий)= _____ K(кінестетичний)= _____

<https://www.gadoe.org/Curriculum-Instruction-and-Assessment/Special-Education-Services/Documents/IDEAS%202014%20Handouts/LearningStyleInventory.pdf>

ПРИКЛАДИ ПИТАНЬ З ПІДРУЧНИКА: МЕРЗЛЯК А.Г. МАТЕМАТИКА. 5 КЛАС. (2018)
Харків "Гімназія"

РОЗДІЛ 1 -Натуральні числа та дії з ними

Ряд натуральних чисел. Цифри. Десятковий запис натуральних чисел.

ЗНАТИ	№ 18 (стор 9) Назвіть розряд, у якому стоїть цифра 4 в записі числа: 1)34; 2)246; 3)473; 4)24569.
РОЗУМІТИ	№2 (стор 6) Якого числа не вистачає в записі, щоб він позначав натуральний ряд: 1;2;3;4;5;6;7;9;10; 11;....? №6 (стор 6) Яке число в натуральному ряду передує числу: 1)58; 2)631; 3)4500.
ЗАСТОСОВУВАТИ	№ 9 (стор 7) На уроці фізкультури всі 26 учнів класу вишикувались в одну шеренгу. Відомо, що Петро стояв чотирнадцятим, рахуючи зліва направо, а Олена -двадцятю, рахуючи справа наліво. Скільки учнів стояло між Петром і Оленою?
АНАЛІЗУВАТИ	№ 11 (стор 7) Деяке натуральне число, більше за 3,позначили буквою а . Запишіть для числа а два попередніх та три наступних натуральних числа.
ОЦІНИТИ	№ 32 (стор 11) Двоцифрове число записали два рази поспіль. У скільки разів отримане чотирицифрове число більше за дане двоцифрове число? № 33 (стор 11) Трицифрове число записали два рази поспіль. У скільки разів отримане шестицифрове число більше за дане трицифрове число?
ТВОРИТИ	№35 (стор 11) Для нумерування сторінок книжки надрукували 2004 цифри. Скільки сторінок у цій книжці? № 36 (стор 11) Яких трицифрових чисел більше: тих, усі цифри яких парні, або тих, усі цифри яких непарні?

ПРИКЛАДИ ПИТАНЬ З ПІДРУЧНИКА: МЕРЗЛЯК А.Г. МАТЕМАТИКА. 5 КЛАС. (2018)
Харків "Гімназія"

РОЗДІЛ 1 -Натуральні числа та дії з ними

Додавання Натуральних чисел

ЗНАТИ	№167 (стор 49) Знайдіть суму: 14238+18345; 25726+46177; 32662+4879; 7892+34608; 295361+475829; 28713486+733982; 28177246+42989511; 75392867428+9671635803.
РОЗУМІТИ	№169 (стор 49) Наталка і Миколка розв'язували задачі .Миколка розв'язав 26 задач,а Наталка - на 16 задач більше. Скільки задач розв'язали Миколка і Наталка разом?
ЗАСТОСОВУВАТИ	№ 173 (стор 49) Три білочки- Руденька, Жовтенька та Сіренька збирали горішки.Руденька зібрала 38 горішків,що на 16 менше,ніж Жовтенька,а Сіренька - на 23 горішки більше,ніж Руденька. Скільки всього горішків вони зібрали?
АНАЛІЗУВАТИ	№ 187 (стор 50) Замість зірочок поставте такі цифри,щоб додавання було виконано правильно: 1) $\begin{array}{r} *62* \\ + 84*7 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 294* \\ +*76*1 \\ \hline \end{array}$ $*2*62$; $6**24$.
ОЦІНИТИ	№190 (стор 51) 1) На скільки сума $1+3+5+.....+90$ менша від суми $2+4+6+...+100$? 2)Яка із сум $1+3+5+....+2001$ і $2+4+6+...+2000$ більша та на скільки?
ТВОРИТИ	№198 (стор 52) Чи можна таблицю яка містить 5 рядків і 6 стовпчиків, заповнити такими натуральними числами ,щоб сума чисел у кожному рядку дорівнювала 30, а сума чисел у кожному стовпчику дорівнювала 20 ?

ПРИКЛАДИ ПИТАНЬ З ПІДРУЧНИКА: МЕРЗЛЯК А.Г. МАТЕМАТИКА. 5 КЛАС. (2018)
Харків "Гімназія"

РОЗДІЛ 1 -Натуральні числа та дії з ними

Множення. Переставна властивість множення. (парагр. 3, пункт 16)

ЗНАТИ	Скільки буде $7 \cdot 5$; $6 \cdot 8$? (знати таблицку множення)
РОЗУМІТИ	№390. Запишіть суму у вигляді добутку: 1)$6+6+6+6+6+6+6+6$ 2)$9+9+9+9+9$. №391. Виконайте множення: 1)$516 \cdot 32$; 2)$418 \cdot 46$;...; 9)$2984 \cdot 4006$. № 397. Виконайте множення: 1)$693 \cdot 100$ 2)$974 \cdot 1000$; ...; 6)$460 \cdot 1800$.
ЗАСТОСОВУВАТИ	№390(3,4,5).Запишіть суму у вигляді добутку: 3)$n+n+n+n+n+n+n+n$; 4)$2+2+\dots+2$ (101 доданок); 5)$5+5+\dots+5$(m доданків). № 401. На фермі є 78 корів, кожна з яких дає за день 12 л молока. Молоко з ферми вивозять у бідонах ємністю 40 л. Одного дня на фермі був 21 порожній бідон. Чи вистачить бідонів, щоб вивезти з ферми молоко, яке надійшло за цей день?
АНАЛІЗУВАТИ	№390(6).Запишіть суму у вигляді добутку: $m+m+\dots+m$ (k доданків). №417. Замість зірочок поставте такі цифри, щоб множення було виконано правильно: 1) $\begin{array}{r} 43 \\ 2* \\ \hline 3*4 \\ + \quad 8* \\ \hline 12*4 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 52 \\ * * \\ \hline 1** \\ **8 \\ \hline **8* \end{array}$
ОЦІНИТИ	№ 419. Сума і добуток чотирьох натуральних чисел дорівнюють 8. Що це за числа? №415. Як зміниться добуток двох натуральних чисел, якщо: 1) один з множників збільшити у 8 разів 2) один із множників зменшити у 5 разів 3) кожен із множників збільшити у 6 разів 4) один множник збільшити у 13 разів, а другий - у 40 разів 5) один множник збільшити у 12 разів, а другий зменшити у 3 рази
ТВОРИТИ	№420. У записі $1*2*3*4*5$ замініть зірочки на знак "+"(додавання) або знак "x"(множення) та поставте дужки так, щоб значення отриманого виразу дорівнювало 100. №421. У записі $1*2*3*4*5$ замість кожної зірочки можна поставити знак "+" або "x". Чому дорівнює найбільше значення виразу, який можна отримати?

РОЗДІЛ 1 -Натуральні числа та дії з ними

Види кутів. Вимірювання кутів. (параграф 2, пункт 12)

ЗНАТИ	№ 300. Знайти на рис. 97 гострі, тупі та прямі кути. № 308. Який із кутів, зображених на рис.102, найбільший? найменший?
РОЗУМІТИ	№ 299. Накресліть: 1)гострий кут EFC; 2)прямий кут ORT; 3) тупий кут D; 4) розгорнутий кут KAP. № 304.Накресліть кут, градусна міра якого дорівнює 1)38° 2)124° 3)92° 4)90° 5)87° 6)54° 7)170° 8)65°. Визначте вид кожного кута.
ЗАСТОСОВУВАТИ	№309. Накресліть кут CDE , що дорівнює 152 градуси. Променем DA розділіть його на два кути так, щоб кут CDA дорівнював 98 градусів. Обчислити величину кута ADE. №314. Знайдіть градусну міру кута між стрілками годинника, якщо вони показують: 1)3 год; 2)6 год; 3) 4год; 4) 11 год; 5) 7 год.
АНАЛІЗУВАТИ	№313. Чи правильне твердження: 1)будь який кут, менший від тупого, - гострий; 2)кут, менший від розгорнутого,- тупий; 3)бісектриса тупого кута ділить його на два гострі кути; 4)сума градусних мір двох гострих кутів більша за 90 градусів; 5)кут, більший за прямий, - тупий.
ОЦІНИТИ	№318. Проведіть 6 прямих, що перетинаються в одній точці. Чи правильно, що серед кутів, які при цьому утворилися. є кут, градусна міра якого менша від 31° градуса?
ТВОРИТИ	№319. Як використовуючи шаблон кута, градусна міра якого дорівнює 13 градусів, побудувати кут, градусна міра якого дорівнює 2° градуси?