

Additions et soustractions de fractions

Caractéristiques

Année	S2
Champ	De l'arithmétique à l'algèbre – Nombres
Mise en contexte	Cette fiche propose des activités consacrées à l'addition et à la soustraction de fractions. Elle s'appuie sur des supports visuels (la droite graduée) permettant à l'élève de donner du sens à ces opérations et de comprendre les procédures de calcul associées. Ces activités s'inscrivent dans la continuité de l'activité FO304 Appréhender la fraction nombre avec du matériel proposée en S1.
Attendus visés	<ul style="list-style-type: none">- Énoncer les règles permettant d'additionner et de soustraire deux fractions.- Calculer une somme et une différence de deux fractions.
Ressources	Demonty, I., Fagnant, A., Géron, C., Halleux, R., Sacré, A. (2021). <i>Différencier en mathématiques au début de l'enseignement secondaire</i> : activités d'enseignement et fiches conceptuelles.

Des outils et des représentations

Faire des mathématiques suppose de manipuler des objets spécifiques de la discipline. Ces objets sont fondamentalement abstraits, ne sont pas directement accessibles par la perception (on ne peut toucher, montrer une fonction au même sens qu'on montre une table).

Tout au long de l'apprentissage, il est important de mettre à la disposition des élèves du matériel varié pour représenter/traduire des idées mathématiques, les rendre ainsi visuelles et accessibles à tous les élèves.

Plus on propose aux élèves des représentations différentes (avec des mots, du matériel de manipulation, des images, tant à l'écrit qu'à l'oral), plus on assure une compréhension des concepts. Dans le champ « De l'arithmétique à l'algèbre », la droite graduée est un outil qui est régulièrement utilisé pour soutenir la construction d'images mentales chez l'élève.



Activité 1 – Fraction nombre et droite graduée

✚ Complète chaque phrase par le(s) numéro(s) des droites graduées qui permettent de placer la fraction demandée **sans utiliser d'instruments de mesure**.

Ecris sur chaque droite graduée choisie, la fraction représentée.

a) Je suis capable de positionner $\frac{3}{4}$ sur les droites n°....

b) Je suis capable de positionner $\frac{1}{3}$ sur les droites n°....

c) Je suis capable de positionner $\frac{3}{6}$ sur les droites n°....

d) Je suis capable de positionner $\frac{10}{8}$ sur les droites n°....

e) Je suis capable de positionner $\frac{13}{8}$ sur les droites n°....

f) Je suis capable de positionner $\frac{6}{10}$ sur les droites n°....

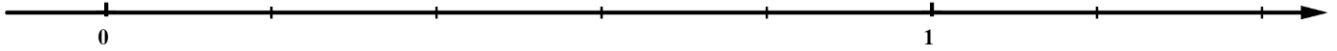
g) Je suis capable de positionner $\frac{4}{3}$ sur les droites n°....



Activité 2 – Addition de fractions

• Exercice 1

En t'aidant de la droite graduée ci-dessous, effectue les additions suivantes.



a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} =$

b) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$

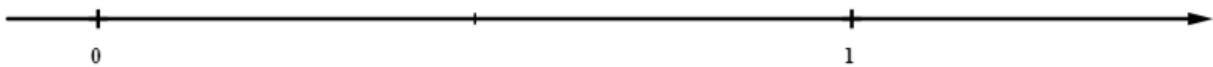
c) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} =$

d) $\frac{4}{5} + \frac{1}{5} =$

e) $1 + \frac{2}{5} =$

• Exercice 2

Calcule $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ au départ de la droite graduée **ci-dessous** :



- a) Peux-tu traduire l'addition à effectuer en un déplacement sur cette droite graduée ?
Si oui, quelle est ta démarche ? Traduis la sous la forme d'un calcul.
Si non, de quoi as-tu besoin ?

b) Si tu as besoin de soutien pour effectuer le calcul, suis les étapes ci-dessous :

- Complète chaque phrase par le(s) numéro(s) des droites graduées que tu choisis pour pouvoir placer la fraction demandée sans utiliser d'instruments de mesure.

Je suis capable de positionner $\frac{1}{2}$ sur les droites n°....

Je suis capable de positionner $\frac{1}{4}$ sur les droites n°....

- Identifie la droite graduée qui te permette de placer à la fois $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$

La droite numérique commune est la n° ...

- À partir de la droite graduée choisie, effectue le déplacement traduisant le calcul $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ et note le résultat obtenu :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$$

• Exercice 3

Effectue les additions suivantes.

- Identifie sur la feuille reprenant les 8 droites graduées (Annexe1), celle qui te permettra de trouver la réponse.

- Transforme le calcul en un autre qui te permettra de déterminer le résultat.

a) $\frac{3}{4} + \frac{3}{8} = \dots$

b) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \dots$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \dots$

d) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \dots$

e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \dots$

f) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \dots$

g) $\frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \dots$

h) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \dots$

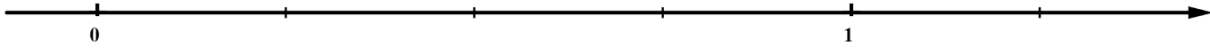
i) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \dots$



Activité 3 : Soustraction de fractions

• Exercice 1

En t'aidant de la droite graduée ci-dessous, effectue les soustractions suivantes.



$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \dots$$

$$\frac{5}{4} - \frac{2}{4} = \dots$$

$$1 - \frac{1}{4} = \dots$$

• Exercice 2

Pour chaque calcul :

- Identifie sur la feuille reprenant les 8 droites graduées (Annexe 1), celle qui te permettra de trouver la réponse.

- Transforme le calcul en un autre qui te permettra de déterminer le résultat.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \dots$

Droite graduée utile :

Calcul transformé :

• Exercice 3

Effectue les soustractions suivantes en t'aidant de la démarche appliquée à l'exercice 2.

a) $\frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \dots$

b) $\frac{11}{8} - \frac{3}{4} = \dots$

c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \dots$

d) $\frac{3}{2} - \frac{2}{4} = \dots$

e) $\frac{3}{2} - \frac{3}{5} = \dots$

f) $\frac{7}{3} - \frac{3}{4} = \dots$

g) $\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \dots$

Méthodologie

Préparation du matériel

En amont, l'enseignant conçoit les duos/trios et prépare le matériel :

- Photocopier Annexe 1 pour l'activité 1 (1 feuille par élève) ;
- Photocopier Annexe 2 sur transparent, découper de sorte que chaque bandelette reprenne une droite numérique. Placer les 8 bandelettes dans une enveloppe (1 enveloppe par groupe).

Pour chaque activité proposée, les élèves travaillent en duo/trio. Le travail en petit groupe favorise l'explicitation et la confrontation des différentes démarches élaborées pour répondre aux questions.

A l'issue de ce temps, la correction collective est l'occasion d'identifier/de réactiver les apprentissages incontournables, de mettre en mots (et parfois en débat) certaines idées/conceptions/représentations que l'élève se construit.

Activité 1 – La fraction nombre et la droite graduée

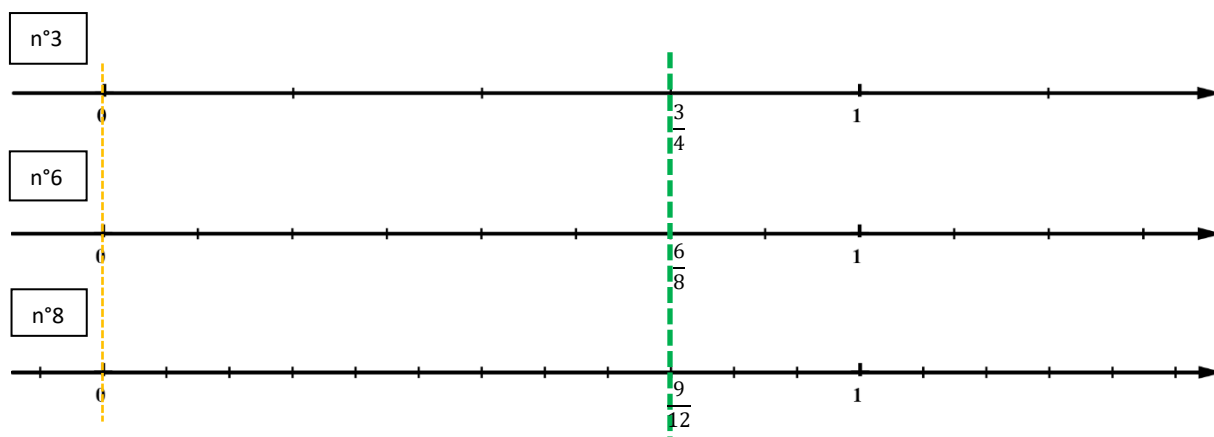
Chaque groupe reçoit la feuille Activité1 ainsi que la feuille Annexe1.

L'activité permet de réactiver certains apprentissages de S1 : repérer une fraction sur la droite graduée, écrire des fractions équivalentes.

La correction collective est l'occasion de :

- mettre en évidence qu'une même fraction peut être placée sur des droites fractionnées différemment ;
- réactiver l'écriture de fractions équivalentes.

Lorsque les droites graduées sont correctement alignées, cette équivalence peut se visualiser en tirant un trait vertical passant par la fraction donnée.



Exemple : Je suis capable de positionner $\frac{3}{4}$ les droites n° 3, 6 et 8.

Je peux donc écrire : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

Activité 2 - Addition de fractions

Les exercices de l'activité 2 permettent *en s'appuyant sur la droite graduée*, de travailler le sens de l'addition de deux fractions et d'expliquer pourquoi il est nécessaire de mettre les fractions au même dénominateur pour effectuer le calcul.

➤ **Exercice 1 : Les fractions ont le même dénominateur.**

L'élève calcule $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ en associant à l'addition un déplacement sur la droite graduée : un bond de $\frac{1}{5}$ vers la droite. Cette procédure a été exercée en S1 pour les opérations impliquant des nombres entiers.

A l'issue des 5 calculs, on invite les élèves à verbaliser leur démarche et à décrire les caractéristiques de la réponse obtenue après avoir mis en évidence la particularité des deux fractions impliquées.

- La deuxième addition $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ amène l'élève à réaliser une translation de $\frac{3}{5}$ vers la droite ce qui nécessite de dissocier le nombre repère et le nombre longueur.

L'élève reporte la longueur $\frac{3}{5}$ au départ de $\frac{1}{5}$ ou il associe au bond de $\frac{3}{5}$, 3 bonds de $\frac{1}{5}$ (prémices de l'égalité : $\frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5}$).

- Les deux derniers calculs permettent de revenir sur l'équivalence : $1 = \frac{5}{5}$.

➤ **Exercice 2 : Les fractions ont des dénominateurs différents.**

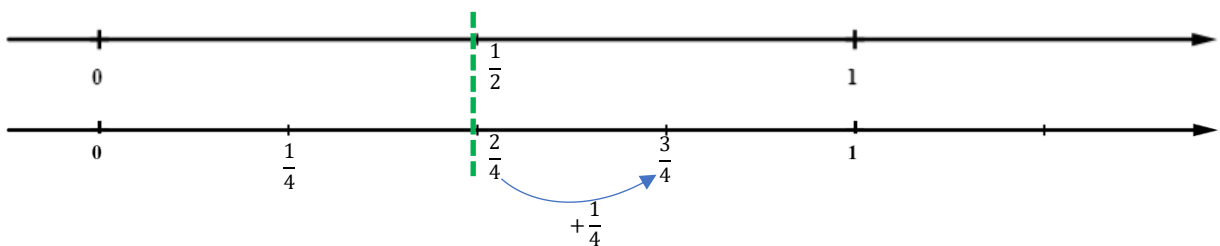
Appliquer le déplacement sur la droite graduée pour additionner amène l'élève à questionner le fractionnement de la bandelette.

⇒ Deux fractions différentes donc deux fractionnements différents donc deux bandelettes différentes.

- *Quelle graduation permet à la fois de placer le point de départ (1^{er} terme) et de représenter/ réaliser le déplacement (2^{ème} terme) ?*
- *Quelle graduation permet de placer sur la droite graduée les deux fractions impliquées dans la somme ?*

Afin de trouver la position exacte du résultat de l'addition, il convient de trouver une droite graduée « commune » aux deux fractions. Pour ce faire, les élèves superposent les droites fractionnées différemment au moyen des bandelettes transparentes. Après avoir choisi, il représente sur la droite graduée l'opération. Cette étape concrétise la recherche du dénominateur commun.

Exemple : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$



Il est nécessaire que l'élève choisisse la droite graduée en quarts pour que les deux fractions à additionner soient exprimées à l'aide de la même « graduation ». Autrement dit, les fractions sont mises au même dénominateur, pour pouvoir effectuer l'addition :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

➤ **Exercice 3 : Exercisation**

En groupe, les élèves réalisent les calculs demandés. Certains élèves devront encore réaliser le processus complet, avec l'utilisation de l'outil, pour trouver les réponses aux calculs proposées, d'autres pourront très rapidement s'en passer. Il importe de respecter le rythme de chacun tout en veillant à ce que l'automatisation ne tarde pas à s'installer

Les exercices proposés sont progressifs :

- Les premiers exercices peuvent être représentés sur les droites données contrairement aux derniers dont la réponse est située au-delà de la droite tracée.
- Les premiers calculs impliquent des dénominateurs multiples l'un de l'autre, ensuite ils sont des nombres premiers entre eux et pour finir ils ont un diviseur commun sans être multiple l'un de l'autre.
- Les premières sommes comportent deux termes, les suivantes en comportent 3.

Structuration des acquis

En groupe classe, les élèves verbalisent leur démarche : certains constatent qu'ils ont utilisé une autre droite « commune ». Le matériel mis à leur disposition permet de vérifier si les réponses obtenues sont équivalentes.

L'enseignant formalise la démarche poursuivie avec le matériel et met en place la procédure calculatoire nécessaire à l'addition de fractions.

Une synthèse - structuration des acquis à réaliser au tableau ou à projeter est proposée en Annexe 3.

Activité 3 – Soustraction de fractions

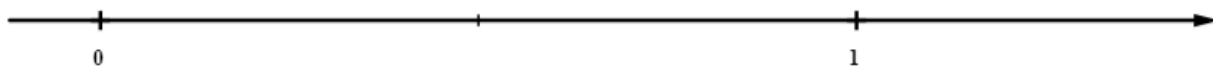
Une fois le procédé d'addition consolidé, on peut passer aux soustractions.

De la même manière, on installe d'abord la représentation de l'opération sur la droite graduée, par retrait ou écart (grâce à des calculs tels que $\frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \dots$ ou $\frac{11}{8} - \frac{9}{8} = \dots$). Ensuite, on met en évidence la nécessité de réduire au même dénominateur les fractions lorsque l'on veut les soustraire.

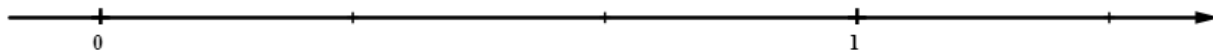


Annexe 1 - Droites graduées

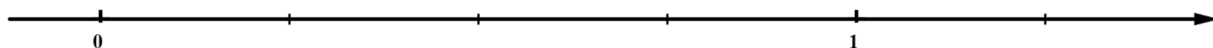
n°1



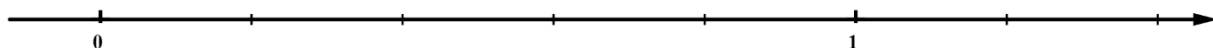
n°2



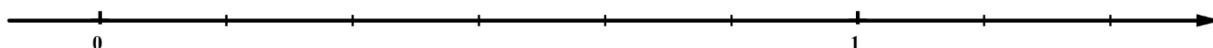
n°3



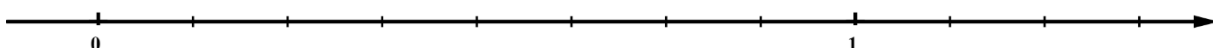
n°4



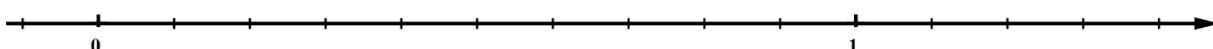
n°5



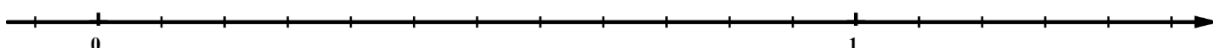
n°6



n°7



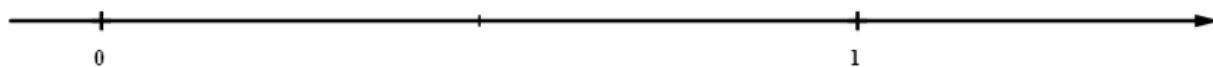
n°8



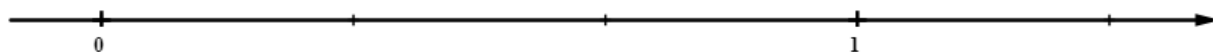
Annexe 2 - Droites graduées

Matériel pour les élèves (à photocopier sur transparent)

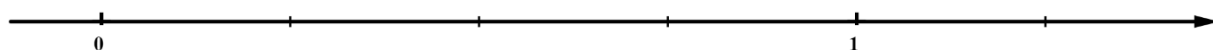
n°1



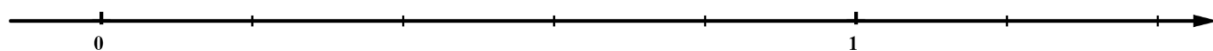
n°2



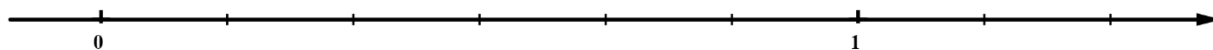
n°3



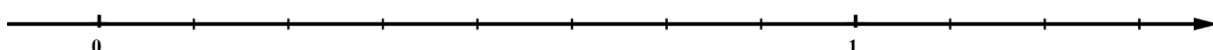
n°4



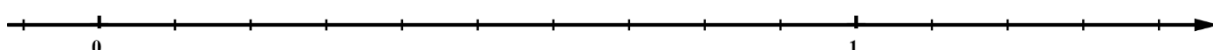
n°5



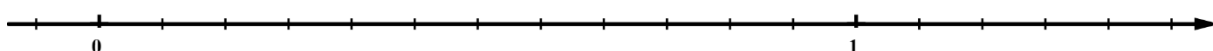
n°6



n°7



n°8



Annexe 3 - De l'activité à la structuration des acquis

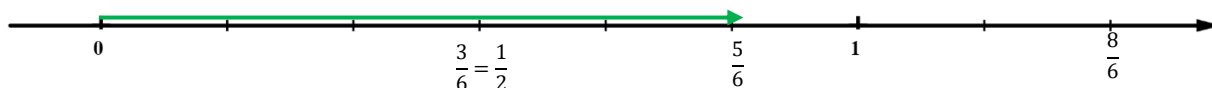
Addition de fractions

- Additionne deux fractions de dénominateurs différents :

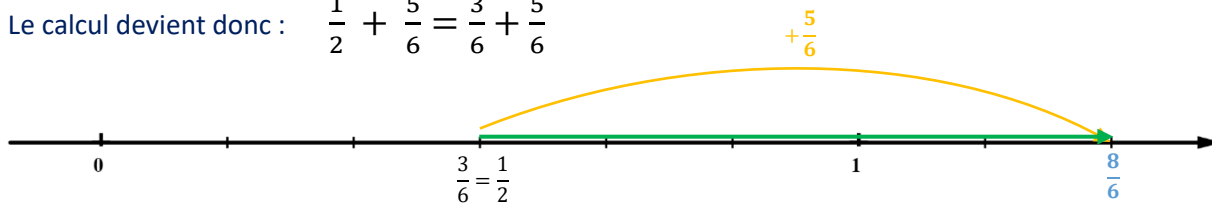
$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} =$$

Quelle est la droite graduée commune (la droite graduée dont le fractionnement permet de positionner les deux termes de la somme) ? Quel est le fractionnement commun ?

La droite graduée est celle dont le fractionnement est 6



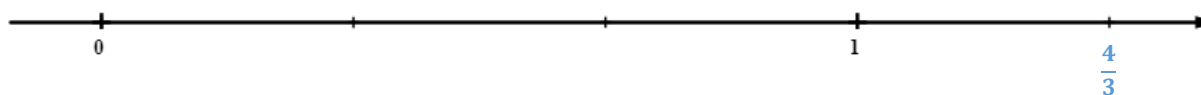
Le calcul devient donc : $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{5}{6}$



J'effectue le déplacement de $\frac{5}{6}$ vers la droite.

Je lis la réponse sur la droite : $\frac{8}{6}$

Je vérifie si une autre droite ne me permet pas d'exprimer la réponse sous forme irréductible :



$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} =$$

Je cherche un multiple commun aux dénominateurs 2 et 6.

6 est un multiple commun à 2 et 6.
6 est donc le dénominateur commun.

Je réduis les fractions au même dénominateur : je recherche une fraction équivalente à $\frac{1}{2}$ dont le dénominateur est 6 :

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{5}{6}$$

J'additionne les numérateurs et conserve le dénominateur :

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6}$$

Je rends la fraction irréductible :

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

