

Communiquer	Raisonner	Argumenter	Résoudre un problème			
Reconnaître	Interpréter	Calculer	Représenter	Démontrer	Modéliser	Résoudre un pb

Dessine-moi une expression algébrique !

Caractéristiques

Année S1-S2

Champ De l'arithmétique à l'algèbre

Mise en contexte

Cette fiche propose un parcours constitué de plusieurs activités qui soutiennent la construction de représentations mentales de la somme et du produit d'expressions algébriques en s'appuyant sur une interprétation géométrique. Ces supports visuels sont des outils pour construire du sens, rendre visibles et accessibles des objets mathématiques.

Une réflexion menée au départ des différentes expressions associées à une même représentation permet de retravailler le sens de l'égalité (relation d'équivalence), de donner du sens aux techniques algébriques. Pour consolider l'apprentissage, ces activités peuvent intégrer un rituel.

- S1-Associer une expression algébrique comportant une somme à la longueur d'un segment, un produit à l'aire d'une surface.
- S1-Associer le carré d'une expression algébrique à l'aire d'un carré, le cube d'une expression algébrique au volume d'un cube.
- S1-Elaborer une expression algébrique du périmètre et de l'aire d'une figure.
- S2-Associer, dans un contexte algébrique, une expression comportant une distributivité (simple ou double) à sa représentation géométrique.

Attendus visés

Références scientifiques

Académie de Créteil. (2017). *Mathématiques revisitées au cycle 4*. <https://maths.ac-creteil.fr/spip.php?article231>

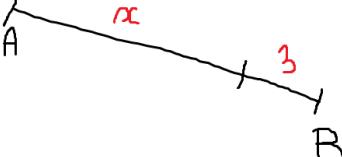
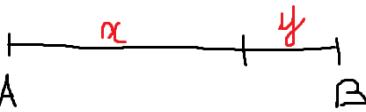
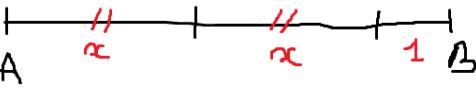
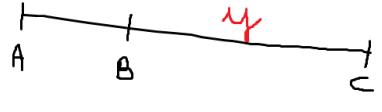
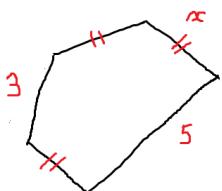
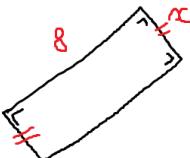
En quoi consiste un rituel pédagogique ?

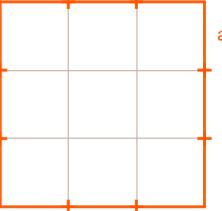
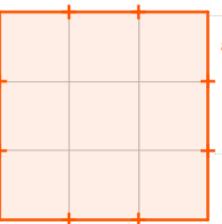
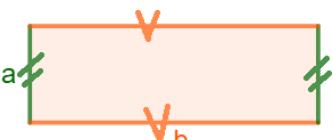
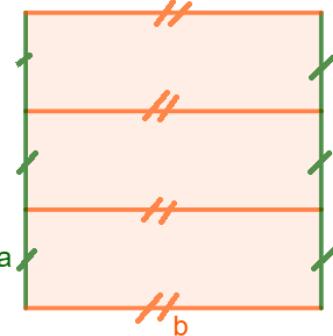
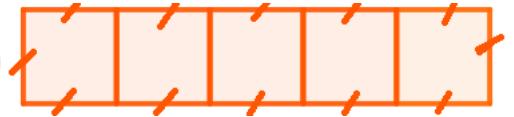
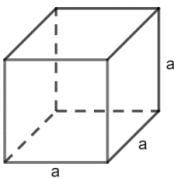
Un rituel pédagogique consiste à proposer une activité courte et répétée fréquemment.

Ces rituels permettent d'une part, de consolider les acquis et, d'autre part, d'automatiser les procédures, ce qui prend tout son sens lors de l'apprentissage du calcul algébrique. La répétition régulière de ces moments relativement courts vise le renforcement de réseaux neuronaux appropriés et de réflexes réfléchis chez l'élève, libérant de la charge mentale lors d'activités plus complexes, notamment en résolution de problèmes.

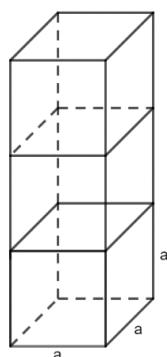
Ce type d'activités offre un cadre idéal pour fournir un feedback immédiat à l'élève et revenir, si nécessaire, sur l'interprétation géométrique et/ou le contrôle numérique. [Consulter la fiche](#)

S1 - Activité 1

1.		Exprime la longueur $ AB $ en fonction de x	
2.		Exprime la longueur $ AB $ en fonction de x et y	
3.		Exprime la longueur $ AB $ en fonction de x	
4.		Exprime la longueur $ AB $ en fonction de x	
5.		Sachant que $ AC = x$, exprime la longueur $ AB $ en fonction de x	
6.		Sachant que $ AC = x$, exprime la longueur $ AB $ en fonction de x et y	
7.		Exprime le périmètre du polygone en fonction de x	
8..		Exprime le périmètre du polygone en fonction de x	

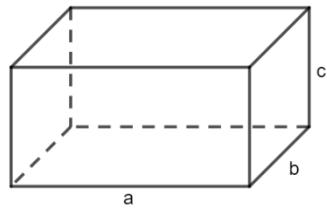
9.		Exprime le périmètre du polygone en fonction de a	
10.		Exprime l'aire du polygone en fonction de a	
11.		Exprime le périmètre du polygone en fonction de a et b	
12.		Exprime l'aire du polygone en fonction de a et b	
13.		Exprime l'aire du polygone en fonction de a et b	
14.		Exprime le périmètre du polygone en fonction de a	
15.		Exprime l'aire du polygone en fonction de a	
16.		Exprime le volume du cube en fonction de a	

17.



Exprime le volume du solide en fonction de a

18.

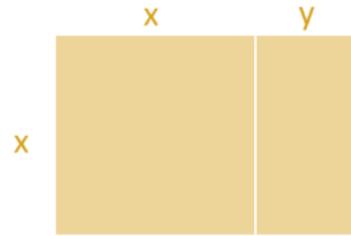


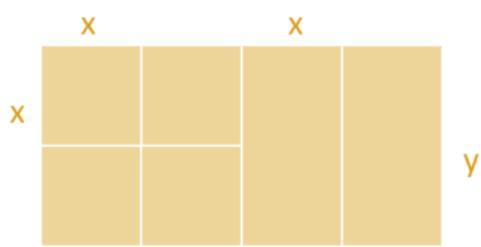
Exprime le volume du solide en fonction de a, de b et de c.

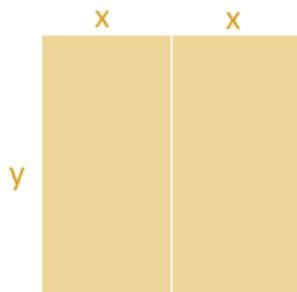
S1 - Activité 2

Exercice 1

Coche la (ou les) forme(s) géométrique(s) dont le périmètre vaut $4 \cdot x + 2 \cdot y$



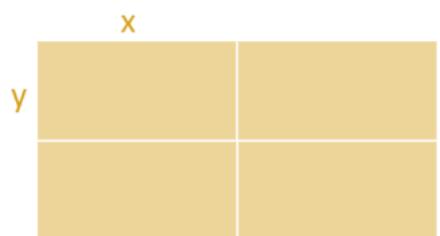


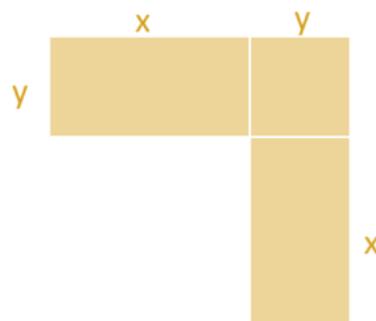


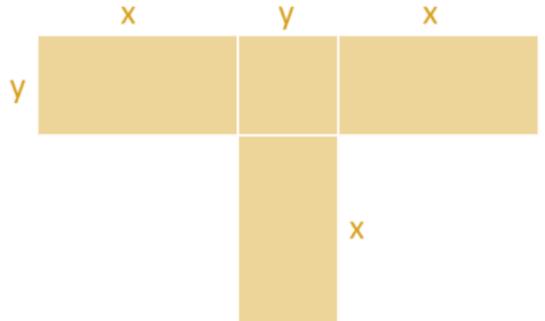
Exercice 2

Coche la (ou les) forme(s) géométrique(s) dont l'aire vaut $4 \cdot x \cdot y$



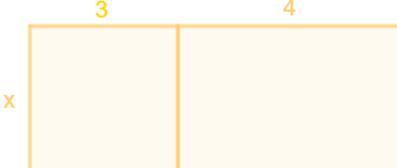
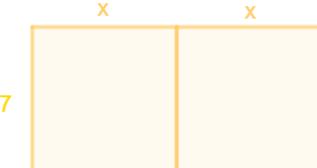






S1 - Activité 3

Coche la (ou les) case(s) où est représentée l'expression $3 \cdot x + 4 \cdot x$

<p>La longueur de ce segment</p>  <p><input type="checkbox"/></p>	<p>L'aire de cette figure</p>  <p><input type="checkbox"/></p>
<p>La longueur de ce segment</p>  <p><input type="checkbox"/></p>	<p>L'aire de cette figure</p>  <p><input type="checkbox"/></p>



S1 - Activité 4

Représente un objet géométrique dont

1. le périmètre vaut $2 \cdot a + 4 \cdot b$	
2. l'aire vaut $3 \cdot a \cdot b$	
3. le périmètre vaut $12 \cdot x$	
4. l'aire vaut $4 \cdot x \cdot y$	
5. l'aire vaut $9 \cdot a^2$	
6. le volume vaut $x \cdot y \cdot z$	
7. l'aire vaut $7 \cdot x^2$	
8. le périmètre vaut $6 \cdot x + 4 \cdot y$	
9. le volume vaut $a^2 \cdot b$	



S2 - Activité 5

- Représente géométriquement chaque expression algébrique.
- Transforme chaque expression algébrique en une expression équivalente à l'aide de la distributivité (simple et double).
- Vérifie la justesse de ta réponse en comparant la représentation géométrique avec l'expression algébrique obtenue.

Expression algébrique	Représente géométriquement l'expression algébrique	Transforme l'expression à l'aide de la distributivité (simple et double)	Vérifie la justesse de ta réponse
$x \cdot (x + 2)$		$x \cdot (x + 2) = x^2 + 2x$	
$x(2x + 3)$			
$3x(x + 2)$			
$(x + 2) \cdot (x + 3)$			
$3 \cdot (x + 4)$			

$(x + 5)^2$

$(2x + 3)^2$

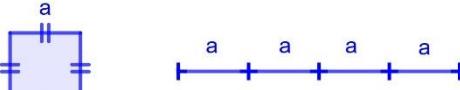
$(x + 1)x$

$x \cdot (x - 2)$

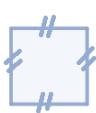
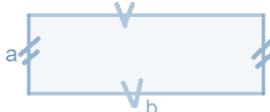
S1 - De l'activité à la structuration des acquis

Quand les lettres a, b, c désignent des longueurs, certaines expressions algébriques peuvent s'interpréter géométriquement.

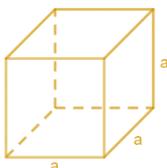
- Les expressions algébriques suivantes sont des sommes de longueurs : elles représentent une longueur ou un périmètre.

$a + b$ se note aussi $4 \cdot a$		$a + b$ correspond à la longueur d'un segment constitué d'un segment de longueur a et d'un segment de longueur b .
$b - c$		$b - c$ correspond à la longueur d'un segment obtenu en retirant d'un segment de longueur b un segment de longueur c .
		$4 \cdot a$ correspond à la longueur du segment obtenu en dépliant le pourtour du carré. Il correspond au périmètre carré de côté de longueur a .

- Les expressions algébriques suivantes sont des produits¹ de deux longueurs : elles représentent des aires.

$a \cdot a$ se note aussi a^2		a^2 correspond à l'aire d'un carré de côté de longueur a .
$a \cdot b$ se note aussi ab		$a \cdot b$ correspond à l'aire d'un rectangle de côtés mesurant respectivement a et b .

- Les expressions algébriques suivantes sont des produits de trois longueurs : elles représentent des volumes.

$a \cdot a \cdot a$ se note aussi a^3		a^3 correspond au volume d'un cube dont la longueur de l'arête vaut a .
$a \cdot b \cdot c$ se note aussi abc		$a \cdot b \cdot c$ correspond au volume d'un parallélépipède rectangle de côtés mesurant respectivement a, b et c .

¹ En S1, dans une expression algébrique comportant un produit, on autorise l'écriture du « point » pour rendre explicite la multiplication entre les facteurs.

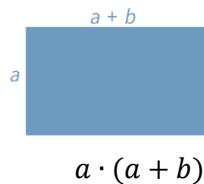
S2 - De l'activité à la structuration des acquis

Quand les lettres a, b, c, d désignent des longueurs, certaines expressions algébriques peuvent s'interpréter géométriquement.

➤ Simple distributivité

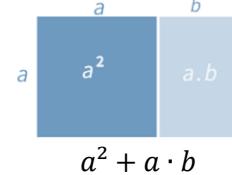
$a \cdot (a + b)$ correspond à l'aire d'un rectangle qui peut s'exprimer de deux façons différentes :

L'aire du rectangle de longueur $a + b$ et de largeur a



$$a \cdot (a + b)$$

La somme des aires d'un carré de côté a et d'un rectangle de côtés a et b



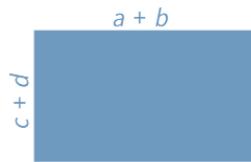
$$a^2 + a \cdot b$$

$$a \cdot (a + b) = a^2 + a \cdot b = a^2 + ab$$

➤ Double distributivité

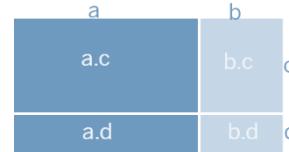
$(a + b) \cdot (c + d)$ correspond à l'aire d'un rectangle qui peut s'exprimer de deux façons différentes :

L'aire du rectangle de côtés mesurant respectivement $a + b$ et $c + d$



$$(a + b) \cdot (c + d)$$

La somme des aires des 4 rectangles ci-dessous :



$$a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d = ac + ad + bc + bd$$

➤ Le carré d'une somme

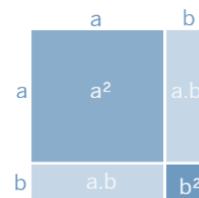
$(a + b)^2$ correspond à l'aire d'un carré qui peut s'exprimer de deux façons différentes :

L'aire du carré de côté mesurant $(a + b)$



$$(a + b) \cdot (a + b)$$

La somme des aires de deux carrés de côté mesurant respectivement a et b et de deux rectangles de côtés a et b



$$a^2 + b^2 + a \cdot b + a \cdot b$$

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + b^2 + a \cdot b + a \cdot b = a^2 + b^2 + 2ab$$



Difficultés rencontrées...

Cette fiche-outil a été présentée et commentée par les enseignants lors des journées « Ateliers Tronc Commun ».

Les participants ont fréquemment décrit la difficulté de leurs élèves à associer l'expression de la longueur d'un segment à une addition comme demandé dans l'exercice 1 de l'activité 1.



S1 - Regardons d'un peu plus près...

Le périmètre, la longueur d'un segment !

Plus on propose aux élèves des représentations différentes (avec des mots, du matériel de manipulation, des images...), plus on assure une compréhension des concepts. Dans le champ « De l'arithmétique à l'algèbre », la droite graduée pour les nombres ou les tuiles algébriques² pour le calcul algébrique sont des outils régulièrement utilisés pour soutenir la construction d'images mentales chez l'élève.

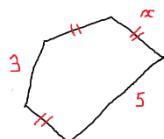
Dans le bloc « Opérer sur la lettre », les attendus du programme nous invitent à apprêhender une expression algébrique simple en lui associant son interprétation géométrique.

Dans un contexte algébrique :

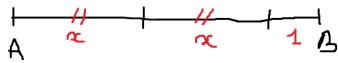
- associer une expression algébrique comportant une somme à la longueur d'un segment, un produit à l'aire d'une surface ;
- associer le carré d'une expression algébrique à l'aire d'un carré, le cube d'une expression algébrique au volume d'un cube.

Les exercices 1 et 7 de l'activité 1 amènent les élèves à associer à l'expression de la longueur d'un segment, une addition. Cette opération semble plus évidente dans le cadre de l'expression du périmètre d'une figure (ex 7) que dans l'expression de la longueur d'un segment donné.

Exercice 7



Exercice 1



Or,

Le périmètre d'une figure = la longueur du segment obtenu en dépliant celle-ci.

Cette définition du périmètre d'un polygone est apprêhendée dès la 2^{ème} primaire.

⇒ L'élève qui hésite à lier la longueur d'un segment à une addition ne visualise peut-être pas le périmètre d'une figure comme la longueur d'un segment obtenu en dépliant le pourtour de la figure.

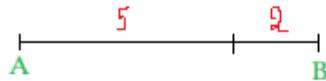
² L'utilisation des tuiles algébriques est décrite dans la vidéo : [ici](#)



Pistes d'accompagnement des élèves en difficulté

- 1) Dans un contexte numérique, proposer aux élèves de calculer la longueur d'un segment

Exemple Exprime la longueur du segment AB



- 2) Dans un contexte numérique et algébrique, inviter l'élève à lier le calcul du périmètre d'une figure au calcul de la longueur de son contour et de le représenter.

Polygone	Représentation du contour en identifiant les côtés	Expression du périmètre du polygone
		$P = 2.6 + 1.6 + 2.1 + 2.2 + 1.5 = 10.0 \text{ cm}$
		$\begin{aligned} P &= \overline{AB} = x + x + 5 + x + 3 \\ &= 3x + 8 \end{aligned}$

Pour visualiser l'équivalence entre le périmètre d'un polygone et la longueur d'un segment, cliquez [ici](#)

✚ S2- Aire ou périmètre ?

Dans l'activité 5, l'énoncé $3 \cdot (x + 4)$ amène plusieurs représentations géométriques équivalentes :

- l'aire du rectangle de côtés mesurant respectivement 3 et $x + 4$;
- le périmètre d'un triangle équilatéral de côté mesurant $x + 4$;
- l'aire d'un triangle dont la base mesure $x + 4$ et la hauteur mesure 6 ;
- la longueur d'un segment formé de 3 segments de même longueur $x + 4$.

La correction de cet exercice est l'occasion d'ouvrir un débat autour de l'équivalence de ces propositions.