2	Mathématiques	1ère Bac Pro
	Exercices	Les probabilités

CORRECTION ACTIVITES ET EXERCICES

Je m'échauffe ...

1) On lance un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6. La probabilité d'obtenir :
   - la face "6" est de : ☒ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{5}$ ☐ $\frac{1}{4}$
   - un nombre pair est de : ☐ $\frac{1}{6}$ ☒ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$

2) Une urne contient **6 jetons rouges** dont 4 notés A et 2 notés B et **4 jetons verts** dont 2 notés A et 2 notés B.
   a) Compléter le tableau ci-contre.
   b) On pioche au hasard un jeton. Calculer :
   - la probabilité de piocher un jeton rouge : *6/10 = 0,6 soit 60%*
   - la probabilité de piocher un jeton noté B : *4/10 = 0,4 soit 40%*
   - la probabilité de piocher un jeton rouge noté A : *4/10 = 0,4 soit 40%*

	Rouge	**Vert**	**Total**
Noté "A"	*4*	*2*	*6*
Noté "B"	*2*	*2*	*4*
Total	*6*	*4*	*10*

Activité 1 Trier des données : Le dé à 20 faces

Dans un jeu utilisant un dé à 20 faces, on gagne des points lorsqu'on obtient un multiple de 3 ou un multiple de 5 sinon on laisse la main à l'autre joueur.
On considère l'**expérience aléatoire** du lancer d'un dé à **20 faces** utilisé dans ce jeu.
L'ensemble des **issues possibles** constituent l'ensemble appelé **univers** et noté ***Ω*** :

Ω = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 }

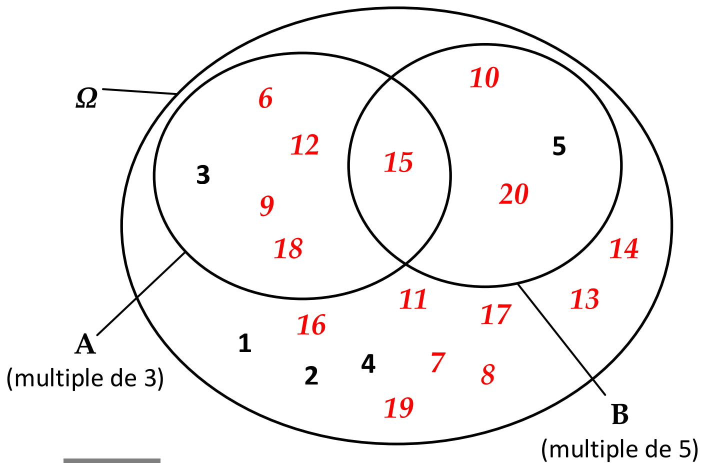
Problème : Quelle est, en pourcentage, la probabilité de gagner lorsque le dé est lancé ?

1) S'approprier Donner les **issues favorables** des **évènements** suivants :

   Evènement A : *"Obtenir un nombre multiple de 3"* A = { *3, 6, 9, 12, 15,18* }

   Evènement B : *"Obtenir un nombre multiple de 5"* B = { *5, 10, 15, 20* }

2) Analyser/Raisonner Finir de compléter le diagramme puis compléter le tableau.



	Multiple de 5 (B)	Non multiple de 5 ($\overline{B}$)	TOTAL
Multiple de 3 (A)	*1*	*5*	*6*
Non multiple de 3 ($\overline{A}$)	*3*	*11*	*14*
TOTAL	*4*	*16*	*20*

3) Réaliser Calculer les **probabilités** des évènements suivants :
   a) Evènement A : *"Obtenir un nombre multiple de 3"*

   $P(A)$ = *6/20 = 0,3 soit 30%*

b) <u>Evènement $\overline{A}$:</u> *"Ne pas obtenir un nombre multiple de 3"*

$P(\overline{A})$ **= 14/20 = 0,7 soit 70%**

c) <u>Evènement B :</u> *"Obtenir un nombre multiple de 5".*

P(B) = 4/20 = 0,2 soit 20%

4) Réaliser **Nommer** chaque évènement, donner les **issues favorables** et calculer les **probabilités** des évènements suivants :

a) <u>Evènement $A \cap B$:</u> "*Obtenir un nombre multiple de 3 <u>et</u> de 5* "

$A \cap B = \{ 15 \}$

$P(A \cap B)$ = **1/20 = 0,05 soit 5%**

b) <u>Evènement $A \cup B$:</u> " *Obtenir un nombre multiple de 3 <u>ou</u> de 5* "

$A \cup B = \{ 3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20 \}$

$P(A \cup B)$ = **9/20 = 0,45 soit 45%**

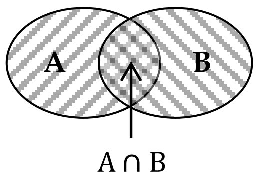
5) Valider Montrer que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

$P(A \cup B) = 0,45$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,2 - 0,05 = 0,45$

On a bien l'égalité : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,45$

6) Analyser/Raisonner A partir du schéma ci-contre, expliquer pourquoi dans la relation il faut soustraire $P(A \cap B)$.



En additionnant les probabilités de A et B, la partie commune A∩B a été comptée deux fois, il faut donc la soustraire une fois.

7) Valider Répondre à la question du problème.

La probabilité de gagner lorsque le dé est lancé est donnée par $P(A \cup B)$, soit une probabilité de 45%.

Entrainement 1

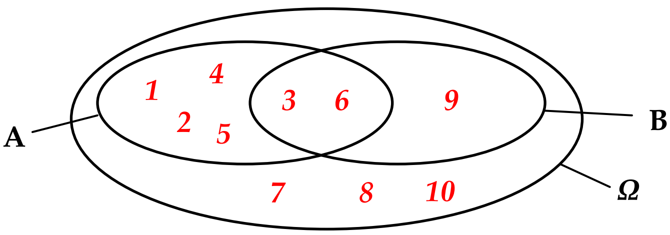
<u>Exercice 1.1 :</u> Tri et probabilités

Un sac contient dix jetons numérotés de 1 à 10. On pioche un jeton au hasard.

1) Donner l'ensemble des **issues possibles** : $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

2) Soit les deux évènements : A : ***"Le jeton pioché porte un numéro inférieur ou égal à 6"***
B : ***"Le jeton pioché porte un numéro multiple de 3".***

a) Donner l'ensemble des **issues favorables** de chaque évènement A et B puis compléter le diagramme.



$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

$B = \{ 3, 6, 9 \}$

b) Calculer la probabilité de l'évènement A :

$P(A) = \frac{6}{10} = 0,6$ *soit 60%*

Calculer la probabilité de l'évènement B : $P(B) = \frac{3}{10} = 0,3$ *soit 30%*

c) Calculer la probabilité de l'évènement A ∩ B: $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{2}{10} = 0,2$ *soit 20%*

Calculer la probabilité de l'évènement A ∪ B:

$$P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,3 - 0,2 = 0,7 \quad \textit{soit } 70\%$$

Exercice 1.2 : Réunion et intersection

On considère deux évènement A et B, tels que :

a) $P(\mathrm{A}) = 0{,}45$; $P(\mathrm{B}) = 0{,}33$ et $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}15$. Calculer $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$.

$P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B}) - P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0,45 + 0,33 - 0,15$ $\quad$ $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0,63$ *soit 63%*

b) M et N sont deux évènements incompatibles. $P(\mathrm{M}) = 0{,}55$ et $P(\mathrm{N}) = 0{,}25$.
Donner $P(\mathrm{M} \cap \mathrm{N})$ puis calculer $P(\mathrm{M} \cup \mathrm{N})$.

$P(\mathrm{M} \cap \mathrm{N}) = 0$ $\quad$ $P(\mathrm{M} \cup \mathrm{N}) = P(\mathrm{M}) + P(\mathrm{N}) = 0,55 + 0,25$ $\quad$ $P(\mathrm{M} \cup \mathrm{N}) = 0,80$ *soit 80%*

Exercice 1.3 : Tableau croisé

Le tableau ci-contre donne les résultats d'une étude sur des hommes (H) et des femmes (F) selon un critère A.

Calculer les probabilités suivantes :

$P(\mathrm{H}) = \frac{150}{400} = 0,375$ $\quad$ $P(\mathrm{A}) = \frac{230}{400} = 0,575$

$P(\mathrm{F} \cap \mathrm{A}) = \frac{140}{400} = 0,35$ $\quad$ $P(\mathrm{H} \cap \overline{\mathrm{A}}) = \frac{60}{400} = 0,15$

	A	$\overline{\mathrm{A}}$	Total
H	90	60	150
F	140	110	250
Total	230	170	400

Exercice 1.4 : Diagrammes

Soit E et F deux évènements dont les effectifs sont donnés dans le tableau ci-dessous.

a) Compléter les cases vides du tableau.

b) Calculer $P(\overline{F})$: $P(\overline{F}) = \frac{57}{100} = 0,57$

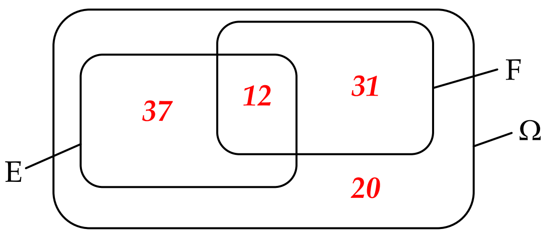
Calculer $P(\mathrm{E})$: $P(E) = \frac{49}{100} = 0,49$

Calculer $P(\overline{\mathrm{F}} \cap \mathrm{E})$: $P(\overline{\mathrm{F}} \cap \mathrm{E}) = \frac{37}{100} = 0,37$

Calculer $P(\overline{\mathrm{F}} \cup \mathrm{E})$: $P(\overline{\mathrm{F}} \cup \mathrm{E}) = \frac{12+37+20}{100} = \frac{69}{100} = 0,69$

c) Complétez le diagramme des effectifs correspondant au tableau.

	E	$\overline{\mathrm{E}}$	Total
F	12	31	43
$\overline{\mathrm{F}}$	37	20	57
Total	49	51	100



Activité 2 Probabilités conditionnelles

La société CitySac est spécialisée dans la fabrication de sacoches d'ordinateurs portables.
La chaîne de fabrication où travaille Fabrice, responsable qualité, produit deux modèles de sacoches, le grand modèle (G) et le petit modèle(P), qui peuvent chacun être de couleur noire (N), rouge (R) ou bleue (B). Fabrice possède les informations suivantes :

– 25 % des sacoches sont du grand modèle.
– 30 % des sacoches sont rouges et, parmi elles, 10 % sont du grand modèle.
– La moitié des sacoches sont noires et, parmi elles, 20 % sont du grand modèle.

Problème : Fabrice doit faire prélever des sacoches au hasard afin de vérifier leur conformité. Aidons-le à trier les données.

1) Analyser/Raisonner En utilisant les renseignements donnés, compléter le **tableau croisé d'effectifs** ci-dessous correspondant à une fabrication de 500 sacoches.

G : 500×0,25 = 125

R : 500×0,30 = 150

150×0,10 = 15

N : 500/2 = 250

250×0,20 = 50

Modèle \ Couleur	Noire (N)	Rouge (R)	Bleue (B)	Total
Grand modèle (G)	*50*	*15*	*60*	*125*
Petit modèle (P)	*200*	*135*	*40*	*375*
Total	*250*	*150*	*100*	*500*

2) Réaliser En prélevant au hasard une sacoche, déterminer les probabilités suivantes correspondant à chaque évènement donné :

G : "La sacoche est un grand modèle" : $P(G)$ = *120/500 = 0,25 soit 25%*

P : "La sacoche est un petit modèle" : $P(P)$ = *375/500 = 0,75 soit 75%*

B : "La sacoche est de couleur bleue" : $P(B)$ = *100/500 = 0,2 soit 20%*

G ∩ B : "La sacoche est un grand modèle de couleur bleue" : $P(\mathbf{G \cap B})$ = *60/500 = 0,12 soit 12%*

3) Analyser/Raisonner **Tableau croisé des probabilités**.

Ci-contre le même tableau croisé mais avec les probabilités.

a) En s'aidant des cases déjà remplies, finir de le compléter.

	N	R	B	Total
G	$P(G \cap N)$	$P(G \cap R)$	$P(G \cap B)$	$P(G)$
P	$P(P \cap N)$	$P(P \cap R)$	$P(P \cap B)$	$P(P)$
Total	$P(N)$	$P(R)$	$P(B)$	*1*

b) Parmi les 500 sacoches, combien y a t-il de sacoches grand modèle ? *125*

Parmi ces sacoches grand modèle, combien y a t-il de sacoches bleues ? *60*

Parmi les sacoches grand modèle, la probabilité de prélever un modèle bleu est notée $\boldsymbol{P_G(B)}$. Calculer cette probabilité.

$P_G(B)$ *= 60/125 = 0,48*

En s'aidant des deux tableaux croisés, compléter : $P_G(B) = \frac{P(G \cap B)}{P(G)}$

$P_G(\mathbf{B})$ est appelé une **probabilité conditionnelle**.

En déduire les relations donnant les probabilités conditionnelles suivantes :

$$P_G(R) = \frac{P(G \cap R)}{P(G)} \qquad P_G(B) = \frac{P(G \cap B)}{P(G)} \qquad P_P(N) = \frac{P(P \cap N)}{P(P)}$$

Entrainement 2

Exercice 2.1 : Probabilités conditionnelles ☹ 😐 ☺

Le tableau ci-contre donne les résultats d'une étude sur des hommes (H) et des femmes (F) selon un critère A.

Calculer les probabilités conditionnelles suivantes (Arrondir à 0,01) :

	A	$\bar{A}$	Total
H	90	60	150
F	140	110	250
Total	230	170	400

$P_H(A) = \frac{90}{150} = 0,6$ $\qquad P_A(H) = \frac{90}{230} = 0,39$

$P_{\bar{A}}(F) = \frac{110}{170} = 0,65$ $\qquad P_F(\bar{A}) = \frac{110}{250} = 0,44$

Exercice 2.2 : Probabilités conditionnelles ☹ 😐 ☺

On considère deux évènements A et B tels que : $P(\mathrm{A}) = 0{,}3$ $P(\mathrm{B}) = 0{,}55$ et $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}7$

a) Calculer $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.

$\boldsymbol{P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B}) - P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}$ $\quad$ ***0,7 = 0,3 + 0,55 – $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$***

$\boldsymbol{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}3 + 0{,}55 - 0{,}7}$ $\quad$ $\boldsymbol{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}15}$

b) Déduire les probabilités conditionnelles $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ et $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$.

$\boldsymbol{P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = \frac{P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{P(\mathrm{A})} = \frac{0{,}15}{0{,}3} = 0{,}5}$ $\quad$ $\boldsymbol{P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = \frac{P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{P(\mathrm{B})} = \frac{0{,}15}{0{,}55} = 0{,}27}$

Exercice 2.3 : Recyclage ☹ 😐 ☺

Le taux de recyclage des emballages ménagers (verre, plastique, papier-carton) est de 70%. Le total de ces déchets est évalué à 5 millions de tonnes (Mt).

Sur ce total :

- 2,5 Mt sont des déchets en verre recyclés à 90%.
- 1,2 Mt sont des déchets papier-carton recyclés à 70%.

	Recyclés	Non recyclés	Total
Verre	*2,25*	*0,25*	*2,5*
Plastique	*0,41*	*0,89*	*1,3*
Papier-Carton	*0,84*	*0,36*	*1,2*
Total	*3,5*	*1,5*	*5*

1) Utiliser ces renseignements pour compléter le tableau croisé d'effectifs ci-contre.

5 × 0,70 = 3,5 Mt $\quad$ ***2,5 × 0,90 = 2,25 Mt*** $\quad$ ***1,2 × 0,70 = 0,84 Mt***

2) Sur le total des déchets plastiques, quel pourcentage est recyclé ?

Sur 1,3 Mt de déchets plastiques, 0,41 Mt sont recyclés. $\quad$ $\boldsymbol{\frac{0{,}41}{1{,}3} = 0{,}315}$ ***soit environ 31,5%***