

Je m'échauffe ...

- 1) On lance un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6. La probabilité d'obtenir :
- la face "6" est de : ☒ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{5}$ ☐ $\frac{1}{4}$
 - un nombre pair est de : ☐ $\frac{1}{6}$ ☒ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$
- 2) Une urne contient **6 jetons rouges** dont 4 notés A et 2 notés B et **4 jetons verts** dont 2 notés A et 2 notés B.
- a) Compléter le tableau ci-contre.
- b) On pioche au hasard un jeton. Calculer :
- la probabilité de piocher un jeton rouge : $6/10 = 0,6$ soit 60%
 - la probabilité de piocher un jeton noté B : $4/10 = 0,4$ soit 40%
 - la probabilité de piocher un jeton rouge noté A : $4/10 = 0,4$ soit 40%

	Rouge	Vert	Total
Noté "A"	4	2	6
Noté "B"	2	2	4
Total	6	4	10

Activité 1 Trier des données : Le dé à 20 faces

Dans un jeu utilisant un dé à 20 faces, on gagne des points lorsqu'on obtient un multiple de 3 ou un multiple de 5 sinon on laisse la main à l'autre joueur.

On considère l'**expérience aléatoire** du lancer d'un dé à **20 faces** utilisé dans ce jeu.

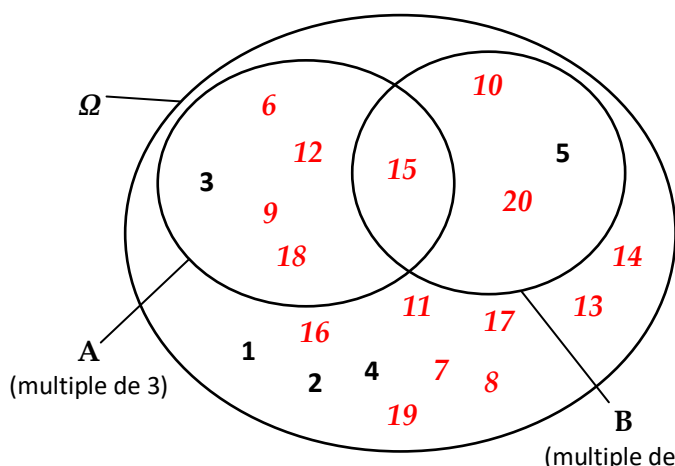
L'ensemble des **issues possibles** constituent l'ensemble appelé **univers** et noté Ω :

$$\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 \}$$



Problème : Quelle est, en pourcentage, la probabilité de gagner lorsque le dé est lancé ?

- 1) **S'approprier** Donner les **issues favorables** des **événements** suivants :
- Évènement A : "Obtenir un nombre multiple de 3" $A = \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18 \}$
- Évènement B : "Obtenir un nombre multiple de 5" $B = \{ 5, 10, 15, 20 \}$
- 2) **Analyser/Raisonner** Finir de compléter le diagramme puis compléter le tableau.



	Multiple de 5 (B)	Non multiple de 5 (\bar{B})	TOTAL
Multiple de 3 (A)	1	5	6
Non multiple de 3 (\bar{A})	3	11	14
TOTAL	4	16	20

- 3) **Réaliser** Calculer les **probabilités** des événements suivants :

a) Évènement A : "Obtenir un nombre multiple de 3"

$$P(A) = 6/20 = 0,3 \text{ soit } 30\%$$

b) Évènement \bar{A} : "Ne pas obtenir un nombre multiple de 3"

$$P(\bar{A}) = 14/20 = 0,7 \text{ soit } 70\%$$

c) Évènement B : "Obtenir un nombre multiple de 5".

$$P(B) = 4/20 = 0,2 \text{ soit } 20\%$$

4) **Réaliser** Nommer chaque évènement, donner les issues favorables et calculer les probabilités des évènements suivants :

a) Évènement $A \cap B$: "Obtenir un nombre multiple de 3 et de 5"

$$A \cap B = \{ 15 \}$$

$$P(A \cap B) = 1/20 = 0,05 \text{ soit } 5\%$$

b) Évènement $A \cup B$: "Obtenir un nombre multiple de 3 ou de 5"

$$A \cup B = \{ 3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20 \}$$

$$P(A \cup B) = 9/20 = 0,45 \text{ soit } 45\%$$

5) **Valider** Montrer que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

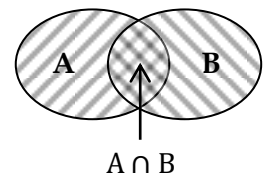
$$P(A \cup B) = 0,45$$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,2 - 0,05 = 0,45$$

$$\text{On a bien l'égalité : } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,45$$

6) **Analyser/Raisonner** A partir du schéma ci-contre, expliquer pourquoi dans la relation il faut soustraire $P(A \cap B)$.

En additionnant les probabilités de A et B, la partie commune $A \cap B$ a été comptée deux fois, il faut donc la soustraire une fois.



7) **Valider** Répondre à la question du problème.

La probabilité de gagner lorsque le dé est lancé est donnée par $P(A \cup B)$, soit une probabilité de 45%.

Entrainement 1

Exercice 1.1 : Tri et probabilités



Un sac contient dix jetons numérotés de 1 à 10. On pioche un jeton au hasard.

1) Donner l'ensemble des issues possibles : $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

2) Soit les deux évènements : A : "Le jeton pioché porte un numéro inférieur ou égal à 6"
B : "Le jeton pioché porte un numéro multiple de 3".

a) Donner l'ensemble des issues favorables de chaque évènement A et B puis compléter le diagramme.

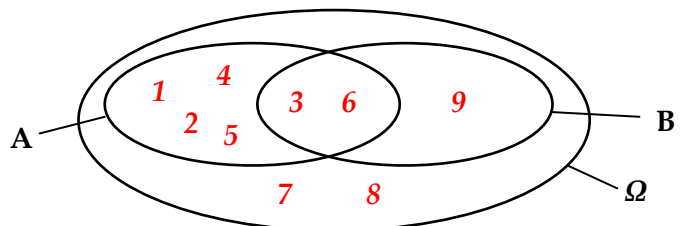
$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{3, 6, 9\}$$

b) Calculer la probabilité de l'évènement A :

$$P(A) = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ soit } 60\%$$

$$\text{Calculer la probabilité de l'évènement B : } P(B) = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ soit } 30\%$$



- c) Calculer la probabilité de l'évènement $A \cap B$: $P(A \cap B) = \frac{2}{10} = 0,2$ soit 20%

Calculer la probabilité de l'évènement $A \cup B$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,3 - 0,2 = 0,7 \text{ soit } 70\%$$

Exercice 1.2 : Réunion et intersection



On considère deux évènements A et B, tels que :

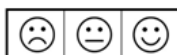
- a) $P(A) = 0,45$; $P(B) = 0,33$ et $P(A \cap B) = 0,15$. Calculer $P(A \cup B)$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,45 + 0,33 - 0,15 = 0,63 \text{ soit } 63\%$$

- b) M et N sont deux évènements incompatibles. $P(M) = 0,55$ et $P(N) = 0,25$.
Donner $P(M \cap N)$ puis calculer $P(M \cup N)$.

$$P(M \cap N) = 0 \quad P(M \cup N) = P(M) + P(N) = 0,55 + 0,25 = 0,80 \text{ soit } 80\%$$

Exercice 1.3 : Tableau croisé



Le tableau ci-contre donne les résultats d'une étude sur des hommes (H) et des femmes (F) selon un critère A.

Calculer les probabilités suivantes :

$$P(H) = \frac{150}{400} = 0,375$$

$$P(A) = \frac{230}{400} = 0,575$$

$$P(F \cap A) = \frac{140}{400} = 0,35$$

$$P(H \cap \bar{A}) = \frac{60}{400} = 0,15$$

	A	\bar{A}	Total
H	90	60	150
F	140	110	250
Total	230	170	400

Exercice 1.4 : Diagrammes



Soit E et F deux évènements dont les effectifs sont donnés dans le tableau ci-dessous.

- a) Compléter les cases vides du tableau.

b) Calculer $P(\bar{F})$: $P(\bar{F}) = \frac{57}{100} = 0,57$

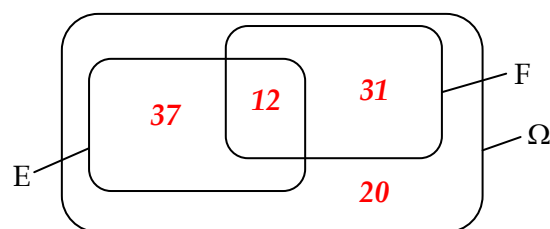
Calculer $P(E)$: $P(E) = \frac{49}{100} = 0,49$

Calculer $P(\bar{F} \cap E)$: $P(\bar{F} \cap E) = \frac{37}{100} = 0,37$

Calculer $P(\bar{F} \cup E)$: $P(\bar{F} \cup E) = \frac{12+37+20}{100} = \frac{69}{100} = 0,69$

- c) Complétez le diagramme des effectifs correspondant au tableau.

	E	\bar{E}	Total
F	12	31	43
\bar{F}	37	20	57
Total	49	51	100



Activité 2 Probabilités conditionnelles

La société CitySac est spécialisée dans la fabrication de sacs d'ordinateurs portables. La chaîne de fabrication où travaille Fabrice, responsable qualité, produit deux modèles de sacs, le grand modèle (G) et le petit modèle (P), qui peuvent chacun être de couleur noire (N), rouge (R) ou bleue (B). Fabrice possède les informations suivantes :

- 25 % des sacs sont du grand modèle.
- 30 % des sacs sont rouges et, parmi elles, 10 % sont du grand modèle.
- La moitié des sacs sont noirs et, parmi elles, 20 % sont du grand modèle.

Problème : Fabrice doit faire prélever des sacs au hasard afin de vérifier leur conformité. Aidons-le à trier les données.



- 1) **Analyser/Raisonner** En utilisant les renseignements donnés, compléter le **tableau croisé d'effectifs** ci-dessous correspondant à une fabrication de 500 sacs.

$$G : 500 \times 0,25 = 125$$

$$R : 500 \times 0,30 = 150$$

$$150 \times 0,10 = 15$$

$$N : 500/2 = 250$$

$$250 \times 0,20 = 50$$

Couleur \ Modèle	Noire (N)	Rouge (R)	Bleue (B)	Total
Grand modèle (G)	50	15	60	125
Petit modèle (P)	200	135	40	375
Total	250	150	100	500

- 2) **Réaliser** En prélevant au hasard une sacoche, déterminer les probabilités suivantes correspondant à chaque événement donné :

$$G : \text{"La sacoche est un grand modèle"} : P(G) = 120/500 = 0,25 \text{ soit } 25\%$$

$$P : \text{"La sacoche est un petit modèle"} : P(P) = 375/500 = 0,75 \text{ soit } 75\%$$

$$B : \text{"La sacoche est de couleur bleue"} : P(B) = 100/500 = 0,2 \text{ soit } 20\%$$

$$G \cap B : \text{"La sacoche est un grand modèle de couleur bleue"} : P(G \cap B) = 60/500 = 0,12 \text{ soit } 12\%$$

- 3) **Analyser/Raisonner** **Tableau croisé des probabilités.**

Ci-contre le même tableau croisé mais avec les probabilités.

- a) En s'aidant des cases déjà remplies, finir de le compléter.

- b) Parmi les 500 sacs, combien y a-t-il de sacs grand modèle ? 125

	N	R	B	Total
G	$P(G \cap N)$	$P(G \cap R)$	$P(G \cap B)$	$P(G)$
P	$P(P \cap N)$	$P(P \cap R)$	$P(P \cap B)$	$P(P)$
Total	$P(N)$	$P(R)$	$P(B)$	1

Parmi ces sacs grand modèle, combien y a-t-il de sacs bleus ? 60

Parmi les sacs grand modèle, la probabilité de prélever un modèle bleu est notée $P_G(B)$. Calculer cette probabilité.

$$P_G(B) = 60/125 = 0,48$$

En s'aidant des deux tableaux croisés, compléter : $P_G(B) = \frac{P(G \cap B)}{P(G)}$

$P_G(B)$ est appelé une **probabilité conditionnelle**.

En déduire les relations donnant les probabilités conditionnelles suivantes :

$$P_G(R) = \frac{P(G \cap R)}{P(G)} \quad P_G(B) = \frac{P(G \cap B)}{P(G)} \quad P_P(N) = \frac{P(P \cap N)}{P(P)}$$

Entrainement 2

Exercice 2.1 : Probabilités conditionnelles



Le tableau ci-contre donne les résultats d'une étude sur des hommes (H) et des femmes (F) selon un critère A.

Calculer les probabilités conditionnelles suivantes (Arrondir à 0,01) :

$$P_H(A) = \frac{90}{150} = 0,6$$

$$P_A(H) = \frac{90}{230} = 0,39$$

$$P_{\bar{A}}(F) = \frac{110}{170} = 0,65$$

$$P_F(\bar{A}) = \frac{110}{250} = 0,44$$

	A	\bar{A}	Total
H	90	60	150
F	140	110	250
Total	230	170	400

Exercice 2.2 : Probabilités conditionnelles



On considère deux évènements A et B tels que : $P(A) = 0,3$ $P(B) = 0,55$ et $P(A \cup B) = 0,7$

a) Calculer $P(A \cap B)$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad 0,7 = 0,3 + 0,55 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0,3 + 0,55 - 0,7 \quad P(A \cap B) = 0,15$$

b) Dédurre les probabilités conditionnelles $P_A(B)$ et $P_B(A)$.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,55} = 0,27$$

Exercice 2.3 : Recyclage



Le taux de recyclage des emballages ménagers (verre, plastique, papier-carton) est de 70%. Le total de ces déchets est évalué à 5 millions de tonnes (Mt).

Sur ce total :

- 2,5 Mt sont des déchets en verre recyclés à 90%.

- 1,2 Mt sont des déchets papier-carton recyclés à 70%.

	Recyclés	Non recyclés	Total
Verre	2,25	0,25	2,5
Plastique	0,41	0,89	1,3
Papier-Carton	0,84	0,36	1,2
Total	3,5	1,5	5

1) Utiliser ces renseignements pour compléter le tableau croisé d'effectifs ci-contre.

$$5 \times 0,70 = 3,5 \text{ Mt}$$

$$2,5 \times 0,90 = 2,25 \text{ Mt}$$

$$1,2 \times 0,70 = 0,84 \text{ Mt}$$

2) Sur le total des déchets plastiques, quel pourcentage est recyclé ?

Sur 1,3 Mt de déchets plastiques, 0,41 Mt sont recyclés.

$$\frac{0,41}{1,3} = 0,315 \text{ soit environ } 31,5\%$$