

## Correction Activités et Exercices entraînement

## Je m'échauffe ...

- 1) Compléter de manière logique les suites de nombres ci-dessous :

Suite 1: 0 2 4 6 8 10 **12 14 16**

Suite 2: 1000 950 900 850 **800 750 700**

Suite 3: 1 3 9 27 **81 243 729**

Suite 4: 2048 1024 512 256 **128 64 32**

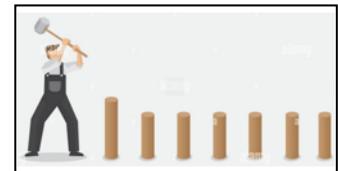
- 2) Un artisan a planté les piquets ci-contre pour la pose d'une clôture.

a) Combien y a t-il de piquets ? **7 piquets**

b) Combien y a t-il d'intervalles entre les piquets ? **6 intervalles**

c) S'il plante **15 piquets**, combien y aura-t-il d'intervalles ? **14 intervalles**

d) S'il plante **n piquets**, combien y aura-t-il d'intervalles ? **(n-1) intervalles**



- 3) Alex possède 1250 € sur un compte bancaire au 1<sup>er</sup> janvier 2025. Il y dépose 50 € à la fin de chaque mois. Combien aura-t-il sur son compte le 31 décembre 2025 ?

$$1250 + 12 \times 50 = 1850. \text{ Il aura } 1850 \text{ € au 31 décembre}$$

- 4) Une bactérie se développe. Son nombre double toutes les heures. On dépose une bactérie sur une surface où elle peut se développer à  $t = 0$ . Combien y aura t-il de bactéries au bout de 5 h, soit  $t = 5$ ?

$$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^5 = 32. \text{ Au bout de 5h il y aura 32 bactéries.}$$

## Activité 1 Le format des feuilles de papier et la pyramide du Louvre

Les feuilles de papier utilisées en Europe n'ont pas des dimensions aléatoires, elles sont normalisées.

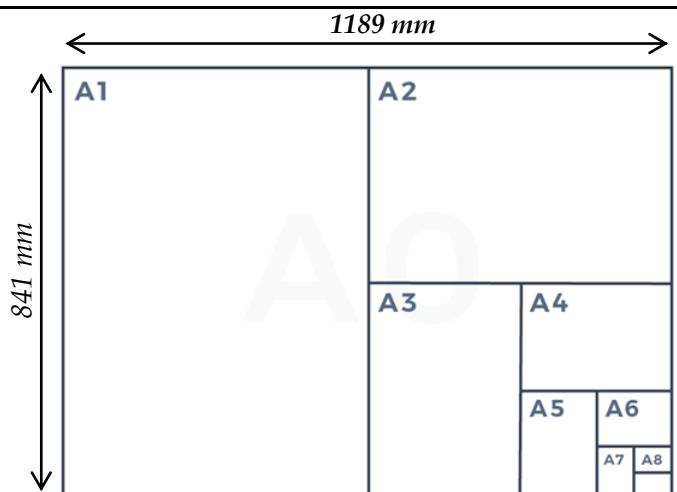
Les différents formats sont dessinés ci-contre.

Au départ, la feuille de référence est le format **A0**. C'est une feuille d'aire **1 m<sup>2</sup>** dont les dimensions sont données ci-contre.

Chaque format suivant (A1, A2, ...) est obtenu en pliant la feuille.

Problème : Quelles sont les dimensions d'une feuille de format A4 ?

Combien de feuilles A4 dans une feuille A0 ?



- 1) **S'approprier** Donner les dimensions de la feuille initiale **A0**.

$$\text{Longueur : } L = 1189 \text{ mm} = 1,189 \text{ m}$$

$$\text{Largeur : } l = 841 \text{ mm} = 0,841 \text{ m}$$

Montrer par un calcul que l'aire A de la feuille de format **A0** est bien de 1 m<sup>2</sup>.

$$S_{A0} = 1,189 \times 0,841 = 1 \text{ m}^2$$

- 2) **Analyser/Raisonneur** La feuille de format A1 correspond à une feuille A0 pliée en deux. Déterminer la longueur et la largeur, en mm, d'une feuille A1 (Voir schéma). Arrondir au nombre entier le plus proche si besoin.

$$\text{Longueur A1 : } L_{A1} = 841 \text{ mm}$$

$$\text{Largeur A1 : } l_{A1} = 1189/2 = 594 \text{ mm}$$

Compléter : La **longueur** de la feuille A1 correspond à la **largeur** de la feuille A0.

La **largeur** de la feuille A1 correspond à la **moitié de la longueur** de la feuille A0.

- 3) **Réaliser** Déterminer la longueur et la largeur, en mm, d'une feuille A2. Arrondir au nombre entier le plus petit si besoin.

$$\text{Longueur A2 : } L_{A2} = 594 \text{ mm}$$

$$\text{Largeur A2 : } l_{A2} = 841/2 = 420 \text{ mm}$$

- 4) **Réaliser** Compléter les tableaux ci-dessous. Déterminer le coefficient multiplicateur entre deux formats (Arrondir à 0,001)

Format	A0	A1	A2	A3	A4
Longueur (mm)	1189	841	594	420	297
Largeur (mm)	841	594	420	297	210



- 5) **Réaliser** Combien de feuilles de chacun des formats peut-on découper avec une feuille de format A0 ?

Format	A0	A1	A2	A3	A4
Nombre de feuilles	1	2	4	8	16



- 6) **Valider** Répondre aux questions du problème.

*Dimensions d'une feuille A4 : Sa longueur est de 297 mm et sa largeur est de 210 mm.*

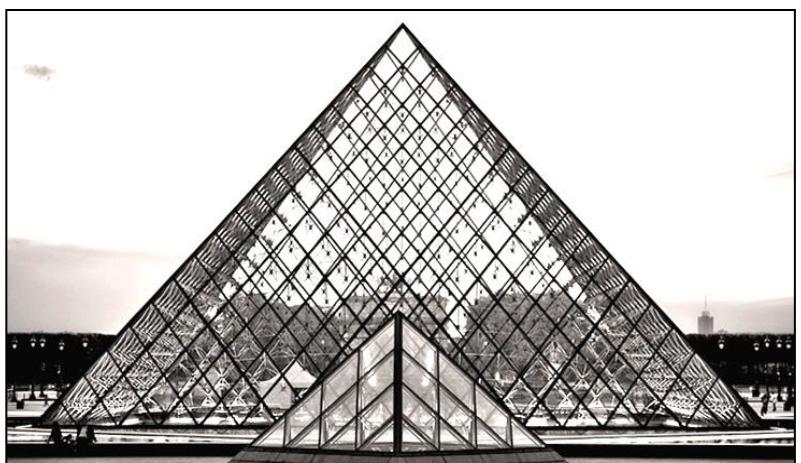
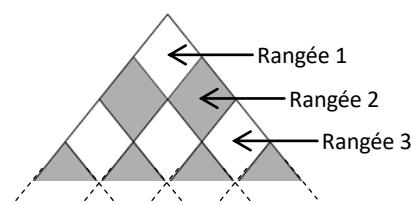
*On peut découper 16 feuilles A4 dans une feuille de format A0.*

Les pyramides du Louvre (la petite et la grande) sont constituées sur leurs 4 faces de plaques de verre en forme de losange. Une entreprise de nettoyage de vitres en milieu d'accès difficile doit effectuer un devis.

Elle a besoin pour cela de connaître le nombre total de vitres sur la petite et la grande pyramide.

(On ne comptera pas les vitres du bas en forme de triangle).

**Problème :** Combien de vitres en forme de losange possède la grande pyramide ?



- 1) **S'approprier** A l'aide de l'image, déterminer le nombre total de vitre en forme de losange sur la petite pyramide.

*Il y a 6 losanges sur une face, soit  $4 \times 6 = 24$  vitres en forme de losange sur la petite pyramide.*

A l'aide du schéma et en partant du haut, déterminer le nombre de vitres sur la 1<sup>ère</sup>, la 2<sup>ème</sup> et la 3<sup>ème</sup> rangée d'une face de la grande pyramide.

1<sup>ère</sup> rangée : 1 vitre

2<sup>ème</sup> rangée : 2 vitres

3<sup>ème</sup> rangée : 3 vitres

Combien de vitres ajoute-t-on d'une rangée à l'autre sur une face ?

*D'une rangée à l'autre, il y a une vitre supplémentaire.*

A l'aide de l'image, déterminer combien de rangées possède la grande pyramide.

*Il y a 17 rangées*

- 2) **Analyser/Raisonner** Elaborer une méthode permettant de déterminer le nombre total de vitres sur une face de la grande pyramide. Expliquer.

*Il faut additionner les nombres de vitres présentes sur chacune des 17 rangées soit :*

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 153$$

*Il y a 153 vitres en forme de losange sur une face de la pyramide.*

- 3) **Valider** Répondre à la question du problème.

*Il y a 4 faces, donc  $4 \times 153 = 612$*

*Il y a 612 vitres en forme de losange sur la grande pyramide.*

## Entrainement 1

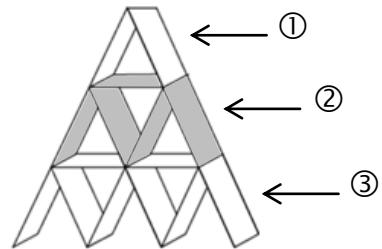
### Exercice 1.1 : Château de cartes (1)



La construction d'un château de cartes nécessite le nombre de cartes suivant :

Etage n°	1	2	3	4	5	6
Cartes	2	5	8	11	14	17

+3   +3   +3   +3



- 1) Combien nécessite de cartes supplémentaires l'étage suivant ? Compléter les bulles et les pointillés.

$$5-2 = 3 \quad 8-5 = 3$$

*L'étage suivant nécessite 3 cartes supplémentaires.*

- 2) Combien de cartes aura-t-on sur l'étage n°6 ?

*Entre 1 et 6, il y a 5 intervalles donc :  $2 + 5 \times 3 = 17$  Il faut 17 cartes pour l'étage n°6.*

- 3) Combien de cartes seront nécessaires au total afin de construire un château à 6 étages ?

$$2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 = 57$$

*Il faudra 57 cartes au total pour un château à 6 étages*

### Exercice 1.2 : Château de cartes (2)



Si on construit un château de cartes de 30 étages, combien aura-t-on de cartes sur l'étage n°30 ? Répondre par un calcul rapide à cette question.

*Entre l'étage 1 et l'étage 30, il y a 29 intervalles donc :  $2 + 5 \times 29 = 147$*

*Il faudra 147 cartes pour l'étage n°30*

### Exercice 1.3 : Suite numérique



Soit les nombres suivants constituants une suite numérique : 10, 20, 40, 80, ....

- 1) Si  $u_1 = 10$ , donner les valeurs  $u_2, u_3$  et  $u_4$  :  $u_2 = 20$     $u_3 = 40$    et  $u_4 = 80$

- 2) Comment passe-t-on d'un terme au suivant ? *On multiplie par 2 le terme précédent.*

- 3) Compléter :  $u_{n+1} = u_n \times 2$

## Activité 2 La suite arithmétique

Afin de résoudre les problèmes donnés dans les activités 1 et 2, on peut utiliser des **suites numériques**.

Une **suite numérique** est une suite ordonnée de nombres dont chacun est obtenu à l'aide d'un calcul incluant le nombre précédent.

Dans le cas de la grande pyramide, si l'on souhaite maintenant calculer le nombre de montants (côté d'un losange) nécessaires à la fabrication d'une face, on obtient le tableau ci-dessous.

**Problème :** Combien a-t-on de montants sur la rangée 17 d'une face ?

Combien y a-t-il de montants au total sur une face ?

Rangée n°	1	2	3	4		17
Nombre de montants	4	6	8	10		.....

- 1) **S'approprier** Expliquer la progression de la suite des nombres de montants.

*Il y a 4 montants sur la 1<sup>ère</sup> rangée. La rangée suivante comporte 2 montants supplémentaires par rapport à la rangée précédente.*

- 2) **Analyser/Raisonner** Les termes de la suite de nombres sont notés  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  tels que  $u_{n+1} = u_n + 2$

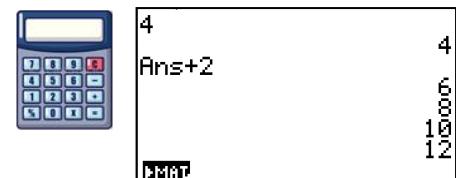
Nombre de montants	$u_1 = 4$	$u_2 = 6$	$u_3 = 8$	$u_4 = 10$		$u_{17} = \dots$
	+2	+2	+2			$16 \times (+2)$

Cette suite de nombre est appelée **suite arithmétique** de 1<sup>er</sup> terme  $u_1 = 4$  et de **raison**  $r = 2$ . Son terme de rang  $n$  est donné par la relation :  $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

Calculer le terme  $u_{17}$  :  $u_{17} = 4 + 16 \times 2 = 36$

- 3) **Réaliser** Sur la calculatrice, saisir 4 puis valider **EXE**. Appuyer sur la touche **+** puis saisir la valeur 2 et valider **EXE**.

En appuyant sur la touche valider **EXE**, le terme suivant de la suite est alors automatiquement calculé.



- 4) **Réaliser** Afin de calculer le nombre total de montants sur une face pour  $n = 17$  rangées, on peut utiliser la relation :  $S_n = \frac{n \times (u_1 + u_n)}{2}$  qui représente la somme des termes  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_n$

Calculer  $S_{17}$  :  $S_{17} = \frac{17 \times (4 + 36)}{2}$ , somme des 17 premiers termes de la suite.

$$S_{17} = \frac{17 \times (4 + 36)}{2} = 340$$

- 5) **Valider** Répondre aux questions du problème

*Il y a 36 montants sur la rangée 17 de la grande pyramide.*

*Au total, il y a 340 montants sur une face de la grande pyramide.*

## Entrainement 2

### Exercice 2.1 : Suite numérique



Une suite numérique ( $u_n$ ) est définie par le calcul suivant :  $u_n = 3n + 1$

- 1) Compléter le tableau :

$n$	1	2	3	4
$u_n$	4	7	10	13

- 2) La suite numérique  $(u_n)$  est-elle une **suite arithmétique** ? Justifier.

$$7-4=3$$

$$10-7=3$$

$$13-10=3$$

*Les différences sont toutes égales à 3.*

*Il s'agit d'une suite arithmétique de 1<sup>er</sup> terme  $u_1 = 4$  et de raison  $r = 3$ .*

- 3) La suite  $(u_n)$  est-elle **croissante ou décroissante** ? *La raison r est positive, la suite est croissante.*

### Exercice 2.2 : Suite arithmétique



Soit la **suite arithmétique**  $(u_n)$  de 1<sup>er</sup> terme  $u_1 = 5$  et de raison  $r = 3,5$ .

- 1) A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant des premiers termes de la suite :

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8
$u_n$	5	8,5	12	15,5	19	22,5	26	29,5

- 2) La suite  $(u_n)$  est-elle croissante ou décroissante ? *La raison r est positive, la suite est croissante.*

- 3) **Exprimer** le n<sup>ème</sup> terme  $u_n$  en fonction de  $n$  sachant que  $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

$$u_n = 5 + (n-1) \times 3,5$$

*On peut aussi simplifier :  $u_n = 5 + 3,5n - 3,5$  soit  $u_n = 1,5 + 3,5n$*

- 4) **Calculer** le terme  $u_{20}$ .

$$u_{20} = 5 + 19 \times 3,5 \text{ soit } u_{20} = 71,5$$

### Exercice 2.3 : Suite arithmétique



Soit la **suite arithmétique**  $(v_n)$  de 1<sup>er</sup> terme  $v_0 = 1000$  et de raison  $r = -15$ .

- 1) A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant des premiers termes de la suite :

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$v_n$	1000	985	970	955	940	925	910	895

- 2) La suite  $(v_n)$  est-elle **croissante ou décroissante** ? *La raison r est négative, la suite est décroissante.*

- 3) **Exprimer** le n<sup>ème</sup> terme  $v_n$  en fonction de  $n$  sachant que  $v_n = v_0 + n \times r$

$$v_n = 1000 + n \times (-15)$$

*On peut aussi simplifier :  $v_n = 1000 - 15n$*

- 4) **Calculer** le terme  $v_{20}$ .

$$v_{20} = 1000 + 20 \times (-15) = 1000 - 20 \times 15 \text{ soit } v_{20} = 700$$

### Exercice 2.4 : Somme des termes d'une suite arithmétique



Soit la **suite arithmétique**  $(u_n)$  de premier terme  $u_1 = 12$  et de raison  $r = 3$ .

- 1) **Exprimer** le n<sup>ème</sup> terme  $u_n$  en fonction de  $n$ .

$$u_n = 12 + (n-1) \times 3$$

*On peut aussi simplifier :  $u_n = 12 + 3n - 3$  soit  $u_n = 9 + 3n$*

- 2) **Calculer** le terme  $u_{15}$ .

$$u_{15} = 12 + 14 \times 3 \text{ soit } u_{15} = 54$$

- 3) **Calculer** la somme  $S_{15}$  des 15 premiers termes de cette suite.

$$S_{15} = \frac{15 \times (u_1 + u_{15})}{2} \text{ soit } S_{15} = \frac{15 \times (12 + 54)}{2} = 495$$