

4	Mathématiques					T ^{ale} Bac Pro	
	Activités	Les fonctions polynômiales de degré 3					
Nom :		Compétence	--	-	+	++	
Classe :		S'approprier					
		Analyser / Raisonner					
		Réaliser					
		Valider					
Date évaluation :		Communiquer					

Je m'échauffe ...

- 1) Calculer les cubes suivants :

$$4^3 = \dots\dots\dots \quad (-2)^3 = \dots\dots\dots \quad 1^3 = \dots\dots\dots$$

- 2) Compléter avec **extremum**, **croissante** ou **décroissante** :

Si, sur un intervalle donné, la fonction dérivée $f'(x) > 0$ (positive), la fonction f est

Si, sur un intervalle donné, la fonction dérivée $f'(x) < 0$ (négative), la fonction f est

Si la fonction dérivée est nulle, soit $f'(x) = 0$, alors la fonction admet un

- 3) Déterminer la fonction dérivée $g'(x)$ de la fonction g suivante :

$$g(x) = 3x^2 - 4x + 6 \Rightarrow g'(x) = \dots\dots\dots$$

Fonction	x^2	$ax + b$
Dérivée	$2x$	a

- 4) Simplifier les expressions suivantes :

$$x^2 \times x = \dots\dots\dots \quad 5x^3 + 2x^3 = \dots\dots\dots \quad 2 \times \pi \times x^3 + 2 \times \pi \times x^3 = \dots\dots\dots$$

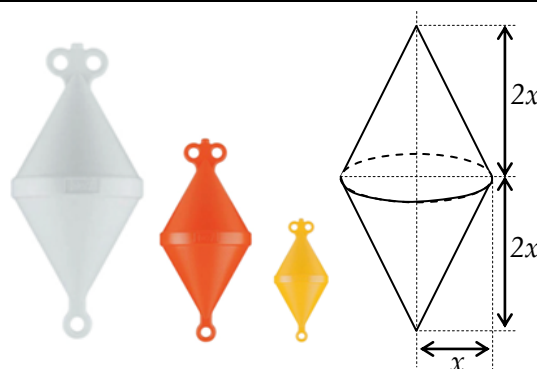
Activité 1 La fonction cube

Afin de délimiter des couloirs nautiques, on utilise souvent des bouées lestées de forme biconique et de différents volumes.

Les dimensions de ces bouées sont données ci-contre en fonction de x . Le rayon est x et la hauteur d'un cône est $2x$.

Son diamètre est donc égal à sa hauteur.

Problème : Quelles doivent être leurs dimensions afin d'avoir les 4 volumes de bouée : 5 L, 9 L, 15 L et 55 L ?



- 1) **S'approprier** Calculer, en cm^3 , le volume d'un cône de dimensions $R = 11\text{ cm}$ et $h = 22\text{ cm}$. On prendra $\pi = 3,14$. En déduire le volume de la bouée biconique ayant ces dimensions.

.....

Volume d'un cône :

$$V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$$
 R son rayon
 h sa hauteur

- 2) **Analyser/Raisonner** Sachant que $1\text{ L} = 1000\text{ cm}^3$, en déduire le volume en litre de cette bouée.

.....

- 3) **Valider** A laquelle des 4 bouées données dans la question correspond-elle ?

.....

- 4) **Réaliser** En prenant $R = x$ et $h = 2x$, montrer que le volume V de la bouée biconique (composée de 2 cônes) en fonction de x s'écrit : $V(x) = \frac{4 \times \pi \times x^3}{3}$ x est donné en cm et $V(x)$ en cm^3 .

.....

.....

.....

- 5) **Réaliser** La fonction $u(x) = x^3$ est appelé **fonction cube** et a pour fonction dérivée $u'(x) = 3x^2$. Montrer que $V'(x)$ fonction dérivée de V s'écrit : $V'(x) = 4 \times \pi \times x^2$

.....

.....

- 6) Sans calcul, donner le signe de la fonction dérivée $V'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 25]$.

.....

- 7) **Réaliser** A l'aide des fonctionnalités de la calculatrice, tracer la représentation graphique de la fonction $V(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 25]$.



Réglage de la fenêtre d'affichage :

Xmin = 0
Xmax = 25
Ymin = 0
Ymax = 70000

Donner l'allure de la représentation graphique ci-contre.



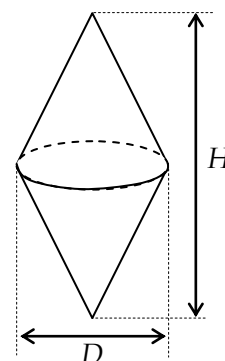
- 8) **Réaliser** Compléter les conversions de volume ci-dessous puis à l'aide de la fonction de lecture graphique de la calculatrice, déterminer graphiquement les valeurs correspondantes de x arrondies à l'unité.

Volume (L)	5	9	15	55
Volume (cm^3)				
x				

- 9) **Valider** Donner les dimensions diamètre D et hauteur H de chacune des bouées.

$$D = 2x \text{ et } H = 4x$$

Référence bouée	108206	108207	108208	108209
Volume (L)	5	9	15	55
Diamètre D (cm)				
hauteur H (cm)				



Je retiens ...

.....

.....

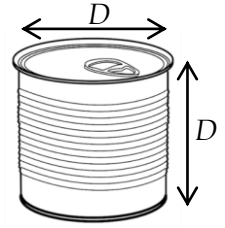
.....

.....

.....

Entrainement 1

Exercice 1.1 : La fonction cube



Certaines boites de conserve de forme cylindrique ont un diamètre D identique à leur hauteur.

Leur volume est alors donné par la relation : $V = \frac{\pi \times D^3}{4}$

- 1) Calculer, en cm^3 , le volume V de la boite de conserve de diamètre $D = 6,5 \text{ cm}$. Arrondir à l'unité. $\pi = 3,14$

.....

- 2) Soit la fonction f telle que $f(x) = \frac{\pi \times x^3}{4}$ définie sur l'intervalle $[0 ; 12]$.

x est le diamètre de la boite en cm et $f(x)$ son volume en cm^3 .

En prenant $\pi = 3,14$, montrer que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = 0,785 \times x^3$.

.....

.....

- 3) Dans le mode graphique de la calculatrice, saisir la fonction f , afficher sa représentation graphique et régler la fenêtre d'affichage comme ci-contre.

Xmin = 0
Xmax = 12
Ymin = 0
Ymax = 1400

- 4) A l'aide de la lecture graphique de la calculatrice, déterminer les diamètres des boites de conserve du commerce dont les volumes sont donnés ci-dessous. Arrondir à 0,1 cm.

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$$

Volume (mL)	425	850
Diamètre (cm)		

Exercice 1.2 : La dérivée



Donner les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

$f(x) = x^3$	$g(x) = 4x^3$	$h(x) = -3x^3$	$k(x) = \frac{2x^3}{3}$	$m(x) = \frac{5x^3}{6}$
$f'(x) = \dots\dots\dots$	$g'(x) = \dots\dots\dots$	$h'(x) = \dots\dots\dots$	$k'(x) = \dots\dots\dots$	$m'(x) = \dots\dots\dots$
	$g'(x) = \dots\dots\dots$	$h'(x) = \dots\dots\dots$	$k'(x) = \dots\dots\dots$	$m'(x) = \dots\dots\dots$

Exercice 1.3 : Dérivée et variations



Soit la fonction g telle que $g(x) = 0,6x^3$ définie sur l'intervalle $[-3 ; 3]$.

- 1) Déterminer l'expression de la fonction dérivée $g'(x)$.

.....

- 2) Donner le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle $[-3 ; 3]$. Justifier.

.....

.....

- 3) Compléter le tableau de variation ci-contre.

- 4) La fonction dérivée $g'(x) = 0$ pour $x = 0$. Pourquoi n'y a-t-il pas d'extremum en ce point ?

.....

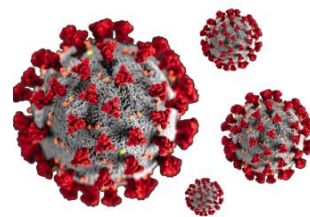
.....

x	
Signe de $g'(x)$	
Variations de g	

Activité 2 Le polynôme de degré 3

Une épidémie de grippe très contagieuse se déclare parmi la population d'une ville. Le jour 0, il y a 250 malades et on sait que les premiers jours le nombre de malades augmente rapidement. Des dispositions de protection permettent ensuite de freiner la propagation puis de diminuer le nombre de malades. Des chercheurs ont modélisé le nombre de malade $f(x)$ en fonction du nombre de jours x par :

$$f(x) = -0,5x^3 + 18x^2 + 250 \text{ sur l'intervalle } [0 ; 30]$$



Problème : Quel jour l'épidémie atteindra-t-elle un pic de malades ?
Combien y aura-t-il de malades ?

- 1) **S'approprier** Combien de malade a-t-on le jour 0 ? le 10^{ème} jour ?

.....
.....

- 2) **Réaliser** A l'aide du tableau ci-dessous, déterminer la fonction dérivée $f'(x)$.

Dérivées					
Fonction	a	x	$ax + b$	x^2	x^3
Fonction dérivée	0	1	a	$2x$	$3x^2$

.....
.....

- 3) **S'approprier** La fonction dérivée est une **fonction polynôme de degré 2** du type $f'(x) = ax^2 + bx + c$. Donner les valeurs suivantes :

$$a = \dots\dots\dots \quad b = \dots\dots\dots \quad c = \dots\dots\dots$$

- 4) Etude de la fonction dérivée $f'(x)$.

- a) **Réaliser** A l'aide de la calculatrice et du tableau ci-dessous, résoudre l'équation $f'(x) = 0$ et donner les solutions x_1 et x_2 telles que $x_1 < x_2$.



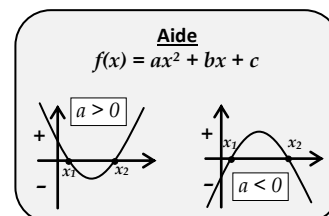
$$x_1 = \dots\dots\dots \quad x_2 = \dots\dots\dots$$

Résoudre une équation du 2 nd degré $ax^2 + bx + c = 0$ à l'aide de la calculatrice		
CASIO Graph 25	Texas Inst.	CASIO Graph Light
Touche MENU , icône  F2 : Polynomial Degré : 2 Saisir a, b et c puis SOLV	Touche résol , choisir 2: PlySmlt2 1: RACINES D'UN POLYNOMES Sélectionner Degré 2 puis SUIV. Saisir a, b et c puis RESOL	Touche Accueil , icône Equation Polynomiale puis ax²+bx+c Saisir a, b et c puis EXE (2 fois)

- b) **Analyser/Raisonner** Compléter :

$$\text{Si } 0 < x < \dots\dots \quad \text{Si } \dots\dots < x < 30$$

$$f'(x) \text{ est positive / négative} \quad f'(x) \text{ est positive / négative}$$



- 5) **Réaliser** Calculer les valeurs suivantes :

$f(0)$	$f(x_2)$
.....	
$f(30)$	
.....	

6) **Valider** Compléter le tableau de variation :

x	0		30
Signe de $f'(x)$			
Variation de f			

Répondre aux questions du problème.

.....

.....

Entrainement 2

Exercice 2.1 : Dérivées

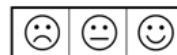


Fonction	x^3	x^2	$ax + b$
Dérivée	$3x^2$	$2x$	a

Donner les dérivées des fonctions suivantes :

$f(x) = x^3 + 7x^2 + 2x + 13$	$g(x) = 3x^3 - 5x^2 + 8x - 10$	$h(x) = -7x^3 - 5x + 6$
.....		
.....		
.....		

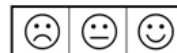
Exercice 2.2 : Racines d'un polynôme du 2nd degré



A l'aide de la calculatrice, donner les racines x_1 et x_2 pour les quelles $f(x) = 0$ si elles existent :

$f(x) = x^2 - 5x - 14$	$f(x) = x^2 + 2x + 7$	$f(x) = x^2 - 2x + 1$
.....		
.....		

Exercice 2.3 : Signes d'un polynôme du 2nd degré

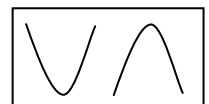


Une fonction polynôme du second est de la forme $ax^2 + bx + c$.

Soit la fonction polynôme du second degré f telle que $f(x) = x^2 - 2x - 15$ définie sur l'intervalle $[-5 ; 7]$.

1) Donner les valeurs des coefficients : $a = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$ $c = \dots\dots\dots$

2) Selon le signe de a , entourer ci-contre la forme de la représentation graphique de la parabole.



3) A l'aide des fonctionnalités de la calculatrice, déterminer, si elles existent les racines x_1 et x_2 du polynôme du 2nd degré f , valeurs pour lesquelles $f(x) = 0$. Voir **Activité 2**. Les donner de telle manière que $x_1 < x_2$.

$x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

4) En déduire le signe du polynôme f dans le tableau.

x	-5	...	...	7
$f(x)$		0	0	

Problème L'éolienne

Une éolienne utilise la force du vent pour produire de l'électricité. L'énergie mécanique du vent est transformée en énergie électrique via un alternateur.

La puissance P développée par l'éolienne est donnée en fonction de la vitesse v du vent par :

$P = -2v^3 + 55v^2 - 210v + 186$ sur l'intervalle $[4 ; 21]$ ou v est exprimée en m/s et P en Watt.

Problème : Pour quelle vitesse de vent l'éolienne a-t-elle sa puissance la plus élevée ? Quelle est cette puissance ?



Soit la fonction f telle que $f(x) = -2x^3 + 55x^2 - 210x + 186$ définie sur l'intervalle $[4 ; 21]$.

- 1) **Réaliser** Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$.

.....

- 2) **S'approprier** La fonction dérivée est une fonction polynôme de degré 2 du type $f'(x) = ax^2 + bx + c$. Donner les coefficients :

$a = \dots\dots\dots$

$b = \dots\dots\dots$

$c = \dots\dots\dots$

- 3) **Analyser/Raisonner** Etude de la fonction dérivée $f'(x)$.

- a) A l'aide de la calculatrice, résoudre l'équation $f'(x) = 0$ et donner les solutions x_1 et x_2 telles que $x_1 < x_2$ arrondies à 0,1.

$x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

Donner l'unique solution de l'intervalle $[4 ; 21]$:

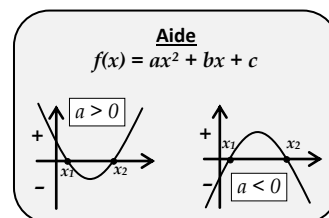
- b) Compléter avec "positive" ou "négative" :

Si $4 < x < \dots\dots$

Si $\dots\dots < x < 21$

$f'(x)$ est

$f'(x)$ est



- 4) **Réaliser** Calculer les valeurs $f(4)$, $f(x_2)$ et $f(21)$.

.....

- 5) **Valider** Compléter le tableau de variation :

x	4		21
Signe de $f'(x)$			
Variation de f			

- 6) **Valider** Répondre aux questions du problème.

.....
