

Placement à intérêts composés

Un capital est placé à intérêts composés lorsque le montant des intérêts produits à la fin de chaque période de placement s'ajoute au capital placé pour produire à leur tour des intérêts la période suivante.

Exemple :

On place un capital $C_0 = 10\ 000$ € à un taux annuel t de 2,5%.

- L'intérêt d'une année est obtenu en multipliant le capital par t .
- Le capital acquis peut-être obtenu directement en multipliant par $1+t$.

Année	Capital (€)		Intérêts (€)		Capital acquis (€)
1	$C_0 = 10\ 000,00$	$\rightarrow 10\ 000 \times 0,025 \rightarrow$	$I_1 = 250,00$	$\rightarrow 10\ 000 + 250 \rightarrow$	$C_1 = 10\ 250,00$
2	$C_1 = 10\ 250,00$	$\rightarrow 10\ 250 \times 0,025 \rightarrow$	$I_1 = 256,25$	$\rightarrow 10\ 250 + 256,25 \rightarrow$	$C_1 = 10\ 506,25$

$\times 1,025$

Relation :

Un capital C_0 est placé à un taux t durant n périodes.

Le capital acquis C_n au bout de n périodes est donné par la relation ci-contre.

$$C_n = C_0 \times (1+t)^n$$

Il s'agit d'une suite géométrique de 1^{er} terme C_0 et de raison $1+t$.

Exemple :

Un capital de 15 000 € est placé sur un livret A au taux annuel de 3%.

Quelle sera le capital acquis au bout de 6 ans ?

- Capital de départ : $C_0 = 15\ 000$ Taux annuel : $t = 3\% = 0,03$ Durée : $n = 6$ ans
- Le capital acquis est donné par la relation : $C_n = C_0 \times (1+t)^n$

$$C_6 = 15000 \times (1 + 0,03)^6 = 15000 \times 1,03^6 \approx 17910,78$$
- Le capital acquis au bout de 6 ans sera de 17 910,78 €.

Résoudre une équation du type $a^x = b$ - Le logarithme décimal

Le logarithme est un outil mathématique qui permet de transformer une puissance en produit selon la relation :

$$\log(a^x) = x \times \log(a)$$

Calculatrice



Exemple :

On place sur un compte bancaire un capital C_0 de 3500 €. Le taux annuel de placement est $t = 3\%$. La durée de placement est de n années. Le capital acquis C_n est donnée par la relation : $C_n = C_0(1+t)^n$

Au bout de combien d'années n , le capital acquis sera de 4060 € ?

$$C_n = C_0 \times (1+t)^n$$

$$4060 = 3500 \times (1+0,03)^n$$

$$4060 = 3500 \times 1,03^n$$

$$1,03^n = \frac{4060}{3500}$$

$$1,03^n = 1,16$$

$$\log(1,03^n) = \log(1,16)$$

$$n \times \log(1,03) = \log(1,16)$$

$$n = \frac{\log(1,16)}{\log(1,03)} \approx 5,02$$

Le capital sera de 4060 € au bout de 5 années.