Exercice 1 :

1. Montrer que les trois nombres 5; -8 ; -21 sont les trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

-8 – 5 = -13 -21- (-8) = -13

On constate donc que l'on passe d'un terme à son suivant en ajoutant (-13) qui est donc la raison de cette suite arithmétique.

2. Calculer le 10ème terme sachant que $u_1 = 5$

D'après la formule générale : $u_n = u_1 + (n-1)\ r$, on a donc $u_{10} = u_1 + (10-1)\ r = 5 + 9 \times (-13) = -112$.

3. Calculer S_{10}.

On utilise la formule de la somme : $S_n = 10/2\ (u_1+u_n)$, on a donc $S_{10} = 10/2\ (u_1+u_{10}) = 5\ (5 + (-112)) = -535$.

4. Calculer la valeur de n telle que $u_n < -200$

Il faut d'abord écrire un en fonction de n à partir de la formule $u_n = u_1 + (n-1)\ r$

$u_n = 5 + (n-1) \times (-13)$

$u_n = 5 + (n \times (-13)) + (-1) \times (-13) = 5 - 13n + 13 = -13n + 18.$

Donc, il faut résoudre $-13n + 18 < -200$ On passe le + 18 de l'autre côté de l'inégalité, il devient – 18.

$-13n < -200 - 18$ donc $-13n < -218$

On divise ensuite de chaque côté par -13 (ou si vous préférez, l'inverse d'une multiplication devient une division.

Attention, quand on divise par un nombre négatif, on change le sens de l'inéquation

On obtient donc : $n > (-218)/(-13)$ $n > 16{,}8$

C'est donc à partir du 17ème terme (u_{17}) que u_n sera inférieur à - 200

Exercice 2 :

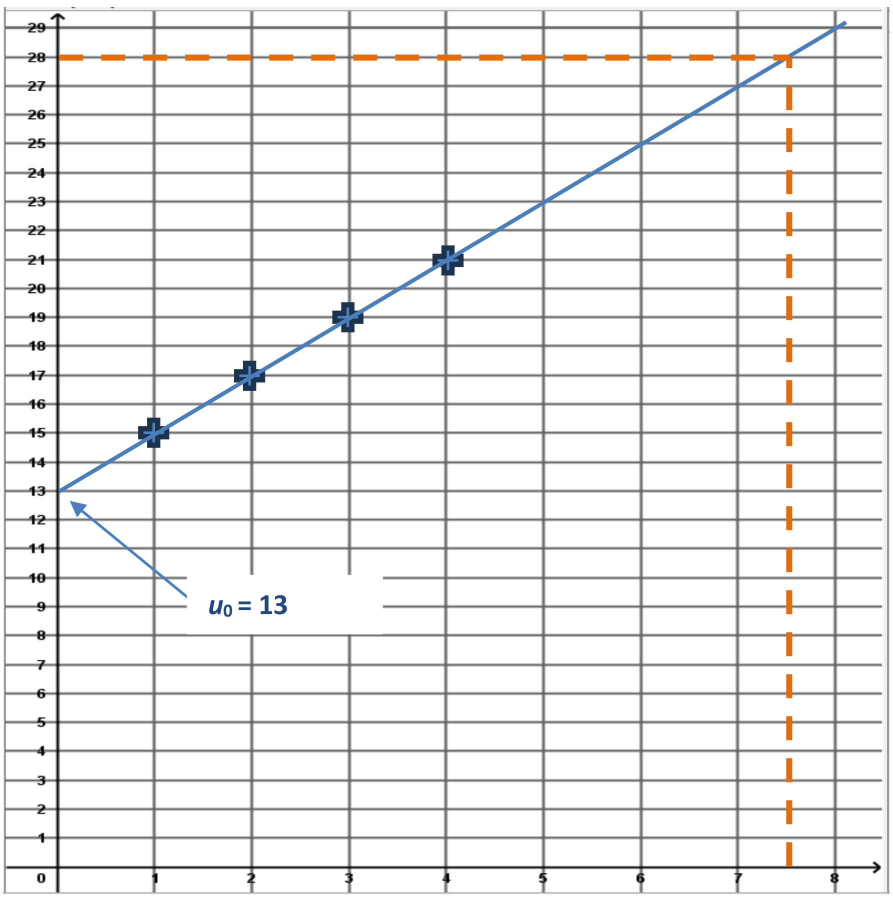
En 2018, première année d'ouverture d'une crèche, 15 enfants ont été accueillis.
Le taux de natalité étant en augmentation, on prévoit d'accueillir 2 enfants de plus par an.

Années	2018	2019	2020	2021	2025
Nombre de cadeaux de Noël prévus	15	**17**	**19**	**21**	……
Notation	u_1	U_2	U_3	U_4	$u_{…}$

On ajoute 2 à 15 ➔ 17 puis on ajoute 2 à 17 ➔ 19

1. Complétez les cases grisées du tableau suivant.

2. Placer dans le repère suivant les points correspondants à u_1 , ………..



3. Déterminer les caractéristiques de cette suite (type, premier terme et raison).

$u_1 = 15$ $u_2 = 157$ $u_3 = 19$ $u_4 = 21$

Il s'agit bien d'une suite arithmétique dont le premier terme est u1 = 15 et la raison arithmétique est r = 2

4. Montrer que la suite (U_n) peut être définie par :

$u_n = 2\,n + 13$

On repart toujours de la formule :

$u_n = u_1 + (n\text{-}1)\,r$

Donc un = 15 + (n-1) x2

Plus simple ici car le coefficient est positif, on ne change pas les signes.

Un = 15 + 2 n + (-1)x2 = 15 + 2n – 2 = 2n +13

<u>Remarque intéressante à faire et utile pour le contrôle si vous n'êtes pas à l'aise avec la suppression des ( ).</u>

Le coefficient a devant le n dans la formule $u_n = a\,n + b$ correspond à la raison arithmétique r

b est la valeur de $u_0 = u_1 - \text{r}$ $u_1 = u_0 + r$

$\boxed{u_n = a\,n + b = r\,.\,n + u_0}$

Dans l'exercice : $u_n = 2n + 13$ *car* $r = 2$ *et* $u_0 = u_1 - r = 15 - 2 = 13$ *Vérification :* $u_1 = u_0 + r = 13{+}2 = 15$

5. Déterminer l'année où le nombre d'enfants accueillis sera supérieur à 28 si l'augmentation reste constante.

Deux méthodes : graphiquement (traits orange sur le graphique) : on est au-dessus de 28 à partir de $_n$ = 8 donc

2018 : u_1 2019 : u_2 2020 : u_3 ……   2025 : u_8

Autre méthode : par le calcul : on résout l'inéquation : $2n + 13 > 28$ $2n > 28 - 13$ $2n > 15$ $n > \frac{15}{2}$

$n > 7{,}5$ donc à partir de $n = 8$

Pour l'exercice 1 :On sait que $u_1 = 5$ et $r = -13$ ➔ on calcule $u_0 = u_1 - r = 5 - (-13) = 5 + 13 = 18$

L'équation de la suite est donc $u_n = \underbrace{r\,.\,n + u_0}$ $= -13\,n + 18$ (le . étant une multiplication : programme de 5ème / 4ème)