

Activité d'approche : démarche d'investigation

Peut-on connaître les variations d'une fonction sans la représenter graphiquement ?

Deux élèves de terminale discutent entre eux. L'un affirme qu'il peut décrire les variations d'une fonction f sans la tracer ni sans calculer de valeurs mais en étudiant le signe d'une autre fonction qu'il note f' . Pour convaincre son camarade, il lui montre trois exemples :

f et f' sont définies sur $[-1 ; 3]$ par :

$$f(x) = 4x^2 - 12x + 2$$

$$f'(x) = 8x - 12$$

x	-1	1,5	3
$f(x)$	18	-7	2

f et f' sont définies sur $[-6 ; 2]$ par :

$$f(x) = -3x^2 - 18x + 2$$

$$f'(x) = -6x - 18$$

x	-6	-3	2
$f(x)$	2	29	-46

f et f' sont définies sur $[-6 ; 5]$ par :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x - 30$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 24$$

x	-6	-4	2	5
$f(x)$	50	50	-58	

Comment expliquer la démarche de l'élève ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

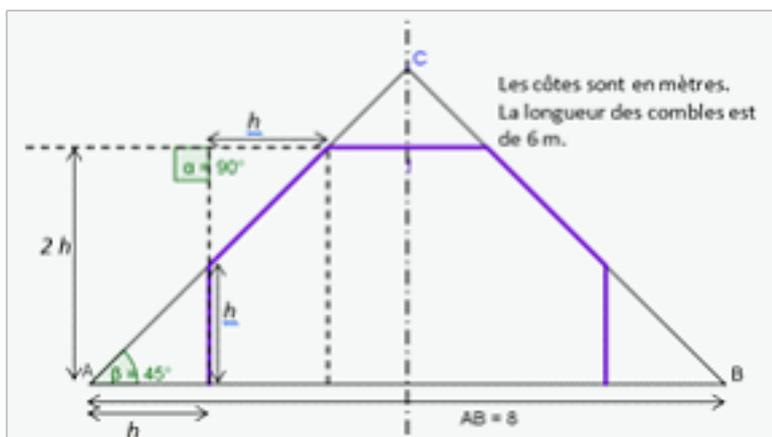
.....

.....

Activité 2 : Recherche d'un maximum.

Un charpentier propose l'aménagement des combles d'une maison pour y réaliser un studio. Pour une réalisation harmonieuse, la hauteur des pans latéraux doit être à mi-hauteur du plafond, comme le montre le schéma suivant.

Le volume habitable V en fonction de la hauteur des pans latéraux est donné par la formule suivante :

$$V = -30 h^2 + 96 h$$


- 1) On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par $f(x) = -30 x^2 + 96 x$
 - 1.a) Représenter la fonction à l'aide de la calculatrice (x compris entre 0 et 4 et y compris entre -100 et 100)
 - 1.b) Décrire par une phrase les variations de la fonction f .

.....

- 2) On considère la fonction f' dérivée de la fonction f dont l'équation est $f'(x) = -60x + 96$
 - 2.a) Déterminer la valeur de x pour laquelle $f'(x) = 0$

.....

- 2.b) Compléter le tableau de signes de la fonction f' sur l'intervalle $[0 ; 4]$

x	0	4
Signe de f'		0	

- 3) A partir de la courbe représentée sur la calculatrice et le tableau ci-dessus, peut-on établir un lien entre le signe de la fonction f' et les variations de f ? Expliquez.

.....

- 4) Dédire des questions précédentes la hauteur des pans latéraux qui permet d'obtenir le volume habitable le plus grand. Calculer alors ce volume.

.....

SYNTHESE : A la fin de la réalisation du TP et en utilisant l'activité 3, expliquer comment établir les variations d'une fonction sans la construire et en construire le tableau de variations.

.....

--	--

Expliquer comment déterminer l'extremum d'une fonction.

.....

.....

.....

Exercice d'application :

Soit la fonction f définie sur $[0 ; 3]$ définie par $f(x) = 2x^2 - 7,2x + 5$

1) D'après la courbe que vous aurez tracée sur votre calculatrice, justifiez si la fonction admet un minimum ou un maximum.

.....

.....

2) Quelle est alors la valeur de x pour laquelle la fonction admet cet extremum ?

.....

.....

3) La fonction f' dérivée de la fonction f a pour équation sur le même intervalle : $f'(x) = 4x - 7,2$
Déterminez la valeur x_0 qui annule cette dérivée.

.....

4) Déterminez le signe de f' sur l'intervalle $[0 ; 3]$ et complétez les deux premières lignes du tableau ci-dessous.

5) Calculez $f(0)$, $f(3)$ et $f(x_0)$ et complétez la troisième ligne du tableau.
