**ВИКТОР ЯВОРСКИЙ**

# МАТЕМАТИКА

## ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ ТЕСТЫ

для сдачи экзамена на
степень Бакалавра

## Предисловие

Данная работа адресована как дидактическим кадрам, так и студентам XII-ых классов для сдачи экзамена на степень бакалавра в РМ.

Этот сборник состоит из 60 тестов, которые составлены на основании Куррикулума по математике 2019 года и представлены по новому типу тестов 2022.

Надеемся, что данное пособие будет Вашим путеводителем для сдачи экзамена БАК, реального профиля на отлично.

**Удачи!**

***Автор***

***Перевод сборника Виктора Яворского 2022 года.***
***Команда редакторов и переводчиков:***

- ***Мороз Людмила***
- ***Акбыик Никита***

**Кишинев 2022-2024**

# Тест 1.

1. Вычислите значение выражения: $E = 8^{-\frac{2}{3}} + 0{,}75$
2. Решите на множестве $R$ неравенство: $\sqrt{x^2 - 8x} < 3$
3. Решите на множестве $R$ уравнение $\begin{vmatrix} 4 + i\sqrt{3} & (2+\sqrt{5})x \\ (2-\sqrt{5})x & 4 - i\sqrt{3} \end{vmatrix} = 6x + 14$
4. Вычислите значение выражения $\mathrm{E}(\alpha) = 25 \cdot tg\alpha + 26 \cdot sin2\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$ и $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $\log^2_{\frac{1}{2}}(4x) + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$
6. Дан ромб $ABCD$ в котором $m(\angle ABC) = 60°$, и диагональ $AC = 7{,}5$ см. Найти периметр ромба $ABCD$
7. Треугольник имеет две стороны длиной 8 см и $4\sqrt{7}$ см, а угол противоположный большей стороне из этих двух равен 60°. Найти длину третьей стороны треугольника
8. Правильная четырёхугольная пирамида имеет длину стороны основания 12 см и объём 384 см³. Вычислить длину высоты и площадь боковой поверхности пирамиды
9. Дана арифметическая прогрессия $(\mathrm{a}_n)_{n\geq 1}$, в которой $\mathrm{a}_1 = 2$ и $\mathrm{a}_5 = 18$. Найдите $\mathrm{a}_{2022}$
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = f(x) = \frac{x^2}{x-2}$

*а)* написать уравнение асимптоты на $+\infty$ к графику функции f

*б)* Найдите точки локального экстремума функции $f$

В) Вычислить интеграл $I = \int_3^4 f(x)dx$

11. В вазе находится 11 цветков, среди которых четыре красного цвета. Случайным образом берут 3 цветка из вазы. Найти вероятность того, что из взятых цветов как минимум один цветок красный
12. Определите член, содержащий $x^5$, из разложения бинома $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$, зная, что сумма биномиальных коэффициентов в разложении степени бинома равна 128.

# Тест 2

1. Вычислите значение выражения $E = 2^{\log_8 4} + \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$.
2. Решите на множестве $R$ неравенство $\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} < \left(\frac{64}{27}\right)^{-1}$
3. Определить действительные значения $x$ и $y$ из равенства $(1-2i)x + (1+2i)y = 1 + i$
4. Решите на множестве $R$ уравнение $3^{\frac{1}{2}+\log_3(cosx)} + 6^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}+\log_9(sinx)}$
5. Определите действительные значения параметра m, для которых матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & x & 3 \\ m & x-1 & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$ является обратимой для любого $x \epsilon R$
6. Точки $A$ и B принадлежат окружности с центром $O$, так что $m(\angle AOB) = 60°$, AB =6см. Определите площадь круга, ограниченного этой окружностью.
7. Образующая конуса образовывает с плоскостью основания угол 30°. Определите боковую поверхность конуса, если известно, что его объём равен 8π см³
8. Определите площадь треугольника $ABC$ зная что, $AC = 3$ см, $BC = 4$ см, а медианы AM и $BN$ взаимо-перпендикулярны
9. Изучите монотонность последовательности $(\mathrm{a}_n)_{n\geq 1}, \mathrm{a}_n = \frac{2n+1}{3n-1}$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \mathrm{x}^3 - 3\mathrm{x}$

а) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

*б)* Определить точки локального экстремума функции $f$.

*в)* Вычислите площадь плоской поверхности, ограниченной графиками функции f, осью Ox и прямыми $x = -1$ и $x = 1$

11. На полке находится 12 книг, среди которых 4 по математике. Случайным образом берут 6 книг. Вычислить вероятность того, что 3 из взятых книг будут по математике

12. В разложении бинома $\left(a\sqrt[4]{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^n$ сумма биномиальных коэффициентов, стоящих на нечетных местах равна 128. Определите член разложения, содержащий $a^3$

## Тест 3

1. Вычислите значение выражения: $a = \log_3 54 - \log_3 2 + \log_3 81$
2. Найти сумму действительных решений уравнения $\begin{vmatrix} x^2 & 3x \\ 4 & x \end{vmatrix} = 0$
3. Дано $3\cdot \bar{z} + 2z = 10 - 3i$. Вычислите $z \cdot \bar{z}$, где $\bar{z}$ - сопряженное для $z$
4. Найти максимальную область определения функции
   $f: D \to R, f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x + 4) + 2}$
5. Найти решения уравнения $3 + 2sin^2x - 5cos4x = \frac{8}{1+tg^2x}$, которые принадлежат интервалу $[\pi; 2\pi]$
6. Точки $A, B, C$ принадлежат окружности с центром $O$, так что $m(\angle ABC) = 90°$, $AC = 10$см. Определите длину окружности
7. В треугольнике $ABC$ с высотой $AD = 3\sqrt{3}$ см, $D \in (BC)$, медиана $AM = 6$ см, $M \in (BD), m(\angle B) = 30^0$. Определите периметр треугольника $ABC$
8. Основанием прямого параллелепипеда является параллелограмм со сторонами 1 см и 4 см и острым углом 60°. Большая диагональ параллелепипеда имеет длину 5 см. Определите объём параллелепипеда
9. Определите целые значения $x$, для которых $x + 6, x - 2, x - 6$ в этом порядке образуют геометрическую прогрессию
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \ln(x^2 + 1)$

    *а)* Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$

    *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$.

    *в)* Вычислить интеграл $I=\int_{-1}^{1} x \cdot f(x)dx$

11. В коробке 8 красных карандашей и 4 синих. Случайным образом вытягивают 5 карандашей. Вычислить вероятность того, что из вытянутых карандашей 3 красных и 2 синих

12. Сколько рациональных членов в разложении бинома $\left(\sqrt[3]{5} + \sqrt{3}\right)^{17}$

## Тест 4.

1. Вычислите значение выражения: $a=\log_3(5 - \sqrt{7}) + \log_3(5 + \sqrt{7}) - \log_3 2$
2. Докажите, что число $z = \frac{25}{4+3i} + \frac{25}{4-3i}$ целое
3. Решите на множестве $R$ неравенство: $\sqrt{x^2 - 16} \cdot (x + 9) > 0$.
4. Решите на множестве $R$ уравнение $2cos^2x + sin^2x = \frac{3}{2}sin2x$
5. Пусть матрица дана $A = \begin{pmatrix} -x & 3x & 0 \\ 2 & x & 5 \\ 2 & 2x & 1 \end{pmatrix}$. Определить действительные значения x, при которых матрица обратима.
6. Дан треугольник ABC в котором $AB = 12$см, $C_1$ – середина стороны AB, $CC_1 \perp AB$ и $m(\angle ACC_1) = 30°$. Если M середина стороны BC, найти $C_1M$
7. В правильной треугольной призме ABCA1B1C1 известен радиус описанной вокруг основания окружности и он равен $4\sqrt{3}$ см и площадь боковой поверхности 180 см². Вычислите объём призмы

8. Окружность вписанная в прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см является касательной к гипотенузе в точке $M$. Вычислите расстояние от точки М до вершины прямого угла треугольника
9. Вычислите предел последовательности $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{(n-1)^2-(n+1)^2}{2n+1}$
10. Дана функция $f : R\setminus\{1\}\to R, f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-1}$

   *а*) Определить уравнение асимптоты на $+\infty$ к графику функции f.
   *б)* Определить интервалы монотонности функции *f*.

   *в)* Определите первообразную $F$ функции $f$, удовлетворяющую условию $F(2)=5$

11. В коробке 6 красных карандашей и 4 зеленых. Случайным образом вытягивают 3 карандаша. Определить вероятность того, что из трех вытянутых карандашей 2 будут красные и один зеленый

12. Найти положительное a, зная, что средний член разложения бинома $\left(\sqrt[3]{a}+\frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)^{12}$ равен 1848

## Тест 5.

1. Вычислите значение выражения: $a=\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_3\left(\cos\frac{\pi}{6}\right)-\log_3\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)\right]$.
2. Определите действительно числа $a$ и $b$ из соотношения $\frac{3-4i}{4+3i}=a+bi$
3. Многочлен $P(X)=X^3+X^2+a\,X-2$ делится на бином $X-2$. Определите остаток от деления многочлена $P(X)$ на бином $Q(X)=X+3$
4. Определите все действительные значения x для которых матрица $A=\begin{pmatrix} e^x & e^{-x} \\ 2+e^x & 1 \end{pmatrix}$ необратима.
5. Решите на множестве $R$ уравнение $8sin^2\frac{x}{2}-3sinx-4=0$
6. Дан треугольник $ABC$, в котором [AA1] и [BB1] — медианы, $A1\in(BC), B1\in(AC)$. Если $A1B1 = 4{,}5$ см, найдите AB.
7. Площадь полной поверхности правильной четырехугольной призмы равна $360\text{см}^2$. Известно, что длина стороны основания призмы в два раза меньше длины бокового ребра призмы. Найдите объем призмы.
8. Две стороны треугольника имеют длины 13 см и 14 см, а площадь треугольника равна 84 $\text{см}^2$. Найдите длину третьей стороны треугольника
9. Определить первый член геометрической прогрессии $(b_n)_{n\geq 1}$с положительными членами $b_1, 6, b_3, 24\ldots$
10. Дана функция $f : R\to R, f(x)=\sqrt{x^2+1}-x$

   *а*) Вычислите $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
   *б)* Докажите, что функция f строго убывает на R

   *в)* Вычислить интеграл $I=\int_0^1 f(x)dx$

11. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 случайным образом образуется натуральное число из семи различных цифр. Найти вероятность того, что первые четыре цифры числа окажутся простыми натуральными числами.

12. Определите член разложения бинома $\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$, не содержащий x

## Тест 6.

1. Вычислите значение выражения: $E = \sqrt{\left(\frac{27}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} - \left(\frac{3}{\sqrt{7}}\right)^{-2}}$.
2. Доказать что число z=$\left(1+i\sqrt{3}\right)^2 + \left(1-i\sqrt{3}\right)^2$ целое.
3. Решите на множестве $R$ неравенство $\left(\frac{4}{9}\right)^{2x-3} \le \frac{27}{8}$
4. Решите на множестве $R$ уравнение: $\sqrt{3x-d} = 4-x$, где d=$\begin{vmatrix} 3 & 7^a \\ 7^{-a} & 1 \end{vmatrix}$, a$\in R$
5. Найдите все решения уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{sin^2 x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, удовлетворяющие неравенству $x^2$-8x+12≤0
6. Дан треугольник ABC, периметр которого равен 48 см и AB = BC. Если BM ⊥ AC и AM = 9см, найдите площадь треугольника ABC
7. Площадь боковой поверхности прямого кругового конуса равна $16\sqrt{10}\pi$ см$^2$. Длина высоты конуса в 3 раза больше длины радиуса основания конуса. Определите объём конуса.
8. Дан ромб $ABCD$ с $m(\angle ABC) = 120°$, $AC \cap BD = \{0\}$. Пусть точка M — середина стороны [BC], $AM \cap BD = \{E\}$ и OE = 2см. Найдите площадь ромба $ABCD$
9. В арифметической прогрессии $(a_n)_{n\ge1}$ сумма второго и четвертого членов равна 10, а разность шестого и третьего членов равна 12. Найдите сумму первых восемнадцати членов прогрессии.
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \sqrt{x^2+1}$.
    *а*) Определите уравнения (всевозможные асимптоты) асимптот к графику функции $f$.
    *б)* Найдите интервалы монотонности и точки локального экстремума функции $f$.
    *в)* $g: R \to R, g(x) = \frac{x}{f(x)}$ Определите первообразную $G(x)$ функции $g$, график которой пересекает наклонную асимптоту на $+\infty$ в точке с абсциссой $x = 2$.

11. В классе 15 девочек и 10 мальчиков. Для выполнения работы формируется команда из 5 студентов. Найдите вероятность того, что в команде будут 3 девочки и 2 мальчика

12. В разложении бинома $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^n$ разность между биномиальным коэффициентом третьего слагаемого и биномиальным коэффициентом второго слагаемого равна 170. Найдите из этого разложения член, содержащий $a^3$.

## Тест 7.

1. Вычислите значение выражения: $a = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_5 \frac{3}{4}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}$.
2. Дано комплексного числа $z = (2-i)^2 - 3(1-i)$. Вычислить $z \cdot \bar{z}$.
3. Дана матрица A=$\begin{pmatrix} \log_2(x-3) & \sqrt{3}-i \\ \sqrt{3}+i & 2 \end{pmatrix}$. Решить на множестве R неравенство det A≤ 2, где det A представляет определитель матрицы A.
4. Дан многочлен $P(X) = X^3 - 3X^2 + aX + b$, где $a, b \in R$. Зная, что $X = -2$ является корнем многочлена P(X), а остаток от деления многочлена P(X) на бином $X-3$ равен $-10$, найдите остаток отделения многочлена P(X) на бином $X-2$.
5. Решите на множестве $R$ уравнение $9^{\sqrt{x^2-2x}-x} - 7 \cdot 3^{\sqrt{x^2-2x}-x-1} = 2$
6. Дана окружность $C(O;\ R)$, где точки A, B, C лежат на окружности, так что $m(\angle ACB) = 30°$ и AB = 6см. Найдите периметр треугольника AOB.
7. Периметр ромба $ABCD$ равен $36\sqrt{2}$ см, а диагональ AC = $12\sqrt{3}$ см. Найдите длину

диагонали [BD] и расстояние от центра ромба до стороны AB.

8. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, длина бокового ребра которой равна 12 см, а диагональное сечение пирамиды представляет собой прямоугольный треугольник.
9. Покажите, что последовательность $(a_n)_{n\geq 1}, a_n = \frac{n+1}{2n+1}$ убывает
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{x^2+ax}{bx-2}, a, b \epsilon R, \quad b \neq 0,$ где $D -$ максимальная область определения функции

    *а*) Определите $a, b \epsilon R$ так, чтобы функция $f$ имела точки экстремума с абсциссами $x = -2$ и $x = 6$.

    *б)* Определите положение касательной к графику функции в точке $A(-2; 2)$

    *в)Для* $a = 6, b = 1$ найти площадь плоской поверхности, ограниченную графиком функции $f$, осью $O_x$ и $x = -6$ и $x = 0$.

11. Используя цифры 1; 2; 3; 4; 5 образуют все натуральные трехзначные числа из различных цифр. Найти вероятность того, что выбрав число из образовавшихся случайно, оно разделится на 4.

12. Найдите пятый член разложения бинома $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{3a}}\right)^n, a > 0$, зная, что отношение биномиальных коэффициентов четвертого и третьего равно $\frac{10}{3}$

## Тест 8.

1. Докажите, что число $a = \frac{3\log_7 4 + \log_7 0{,}5}{1-\log_7 14}$ является целым числом.
2. Определите пару действительных чисел $(a; b)$ такую, что $\frac{2i-i^2}{3i+i^2} = a + bi$
3. Пусть матрица $x$ такова, что $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$ +4X=$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$1). Определите, обратимость матрицы $X$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $(2^x - 3) \cdot \log_2(x-1) \cdot log_3^2 x \leq 0$.
5. Решите на множестве $R$ уравнение $cos^2x - 2cosx = 4sinx - sin2x$
6. Дан квадрат $ABCD$ со стороной 8см, где M — середина, стороны [AB], $N$ — середина стороны [BC], а P — середина диагонали [AC]. Найдите площадь треугольника $MNP$
7. Площадь боковой поверхности прямого кругового конуса равна 240 см$^2$, а площадь полной поверхности конуса равна 384 см$^2$. Найдите объем конуса
8. В прямоугольном треугольнике расстояние от середины гипотенузы до одного катета равно 5см, а расстояние от середины этого катета до гипотенузы 4см. Найдите площадь треугольника.
9. Найти первый член и разность арифметической прогрессии. $(a_n)_{n\geq 1}$, зная что $\begin{cases} 2a_1 + a_7 = 36 \\ a_2 \cdot a_3 = 60 \end{cases}$
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = xlnx$

    *а*) Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке абсцисс $x_0 = e$

    *б)* Определить интервалы монотонности и координаты локальных экстремумов функции $f$

    *в)*Вычислите интеграл: $\int_1^2 f(x)dx$

11. В урне x черных шаров (x≥2), 5 белых шаров и 2 фиолетовых шара. Все шары одинакового размера. Из урны наугад извлекают 2 шара. Пусть P(x) вероятность того, что оба вытянутых шара будут одного цвета. Доказать, что $P(x) = \frac{x^2-x+22}{(x+7)(x+6)}$

12. Найдите наименьшее натуральное значение n в разложении $(x + a)^n$, при котором отношение биномиальных коэффициентов двух соседних членов разложения равно 5:8.

# Тест 9.

1. Вычислите значение выражения: $\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}lg16}}$.
2. Определить z $\epsilon$ C, зная, что $\frac{\bar{z}+7i}{z} = 6$
3. Решить в R уравнение $\begin{vmatrix} 1 & x-1 & -1 \\ x & x-2 & 0 \\ 1 & x-2 & 1 \end{vmatrix} = 2-3x$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $x^2 \cdot 6^x - 6^{x+2} \le 0$
5. Найдите значение выражения E=$cos^4\alpha - cos^2\alpha + sin^4\alpha + 2sin^2\alpha \cdot cos^2\alpha,$ где $\alpha = \frac{\pi}{3}$
6. Рассмотрим треугольник ABC, где $m$(∠ABC)=70°, $m$(∠ACB) = 50°. [BM — биссектриса угла ABC, M∈(AC), [AN — биссектриса угла BAC, N∈ (BC). Если BM∩AN = {O}, найдите m(∠AOB).
7. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на два отрезка длиной 4 см и 5 см. Найдите площадь треугольника.
8. Образующая усечённого конуса имеет длину 8 см и образовывает с плоскостью большего основания угол 60°. Диагональ осевого сечения делит это угол на два равных угла. Определить полную поверхность усечённого конуса
9. Дана последовательность $(a_n)_{n\ge1}$, $a_1 = -2$, $a_{n+1} = a_n$+3$n$. Определить значение выражения E=$\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{ax^2+bx+2}{x-1}$, a,b$\epsilon R$

    *а*) Определите действительные параметры a и $b$ так, чтобы график функции f имел асимптоту y = x + 2.

    *б)* Определить интервалы монотонности и координаты точек локального экстремума функции для a и $b$, определенных в пункте a).

    *в)* Для a и $b$, определенных в точке a), вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f$, наклонной асимптотой и прямыми x = 2 и x = 3
11. Дано множество A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Определите вероятность, что взяв случайным образом подмножество из трёх элементов множества A , оно будет содержать число 1.
12. Определить x $\epsilon$ R, зная, что четвертый член разложения $\left(x^{\frac{1}{2(1+lgx)}} + x^{\frac{1}{12}}\right)^6$ равен 200

# Тест 10.

1. Вычислите значение выражения: $E = \lim_{9}(sin^2x + cos^2x + \log_{\sqrt{5}} 5)$, где $x \in R$
2. Определить модуль комплексного числа $z = (2+i)(3-2i) - (1-2i)(2-i)$.
3. Решите на множестве $R$ уравнение $\begin{vmatrix} 4sinx & 1 \\ 1 & cosx \end{vmatrix} = 0$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_x \frac{1}{4} + \log_4 \frac{1}{x} \le -2$.
5. Многочлен $P(X)$ делится на бином $X+1$, а при делении на $X^2 - 3X$ дает остаток $7X - 1$. Определите остаток от деления многочлена $P(X)$ на многочлен $Q(X) = X^3 - 2X^2 - 3X$
6. Дан ромб $ABCD$, периметр которого равен 40 см, BD∩ AC = {0} и BD + AC = 38 см. Найдите периметр треугольника $AOB$
7. Полная площадь поверхности правильной четырехугольной призмы равна 360см$^2$. Известно, что длина стороны основания призмы в два раза меньше длины бокового ребра призмы. Найдите объем призмы
8. В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковая сторона [AB] и малое основание [BC] имеют длину по 2 см каждая, а BD⊥ AB. Найдите площадь трапеции.
9. Дана геометрическая прогрессия $(b_n)_{n\ge1}$, с положительными членами, в которой $b_2 = 6$ и $b_4 = 54$. Найти $b_7$

10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{x^2+mx+n}{x-1}$, m,n$\epsilon R$

   *а*) Определите $m, n$ таким образом чтобы функция $f$ имела экстремум равный 1 в точке $x = 0$

   *б*) Для $m, n$, определенных в пункте а), напишите уравнение касательной к графику функции f в точке абсциссой $x_0 = 4$.

   *в)* Определите абсциссы локальных экстремумов функции $f$.

   *г)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции $f$, осью $0_x$ и прямыми $x = 2$ и $x = 5$
11. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 образовываются шестизначные натуральные числа с различными цифрами. Вычислить вероятность того, что, взяв случайным образом первые две цифры сформированного числа будут нечётные, а остальными чётные.
12. Определить x $\epsilon$ C, зная, что сумма третьего и пятого членов разложения бинома $\left(x + \sqrt{5}\right)^6$ равна 450.

## Тест 11.

1. Вычислите значение выражения: $E = \left(25^{\frac{3}{2}} + (0{,}5)^{-2}\right) : \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$
2. Пусть комплексные числа $z_1 = 2 - 3i$ и $z_2 = 4 + i$.
   Найдите действительную часть комплексного числа $z = z_1 \cdot z_2 + \overline{z_1 \cdot z_2}$
3. Решите на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $\left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3} \leq (4{,}5)^{x-2}$
4. Дан многочлен P(X)= $2X^3 + aX^2 + bX - 6$, где $a$ и $b \in \mathbb{R}$. Зная, что X= $-1$ и X= 2 являются корнями многочлена P(X), найдите остаток деления многочлена P(X) на бином Q(X) = X $-$ 3
5. Найдите действительные значения ***m*** для которого верно равенство: $\cos\alpha = \frac{m^2-4m-4}{m^2+1}$, если $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$.
6. Равнобедренная трапеция ABCD с основаниями BC ∥ AD описана около окружности. Найдите длину средней линии трапеции, если AB=7см.
7. Прямоугольный треугольник имеет стороны 6 см и 8 см. Высота от вершины прямого угла делит треугольник на два треугольника. Найдите площади полученных треугольников
8. Площадь боковой поверхности прямого кругового конуса равна 60 $\pi$ см $^2$, а площадь осевого сечения конуса 48 см². Найдите площадь полной поверхности и объём конуса.
9. Определите числа a, b ∈ R, зная, что числа 2, a, b в заданном порядке образуют геометрическую прогрессию, а числа 2, 17, a - образуют арифметическую прогрессию
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = 1 + \frac{1}{x^2+1}$

   *а) Вычислите* $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$

   *б)* Найдите точки локальные экстремумы функции *f*.

   *в) Вычислите I*= $\int_0^1 (x^2 + 1) \cdot f(x)dx$

11. Найти вероятность того, что выбрав натуральное число k из множества {0; 1; 2; 3;...; 7}, число $C_7^k$ будет простое.

12. Дано разложение $(x + x^{\lg x - 3})^5$. Пусть x ∈ R, для которого третий член разложения равен 1000.

## Тест 12.

1. Вычислите значение выражения: $E = (4^{\log_2 3})^{\frac{3}{2}} - \log_4 64$
2. Пусть $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \log_3 x & 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве $\mathbb{R}$ неравенство $D(x) \geq 0$.
3. Найдите комплексное число z из уравнения $\frac{z}{3-i} = \frac{13+4i}{17-9i}$
4. Дан многочлен $P(X) = 3X^4 + (m-1)X^3 + 2X^2 - 5$. Если остаток от деления многочлена P(X) на бином $Q(X) = X + 1$ равен 7, то найдите остаток деления многочлена P(X) на бином R(X) = X – 2.
5. Решите на множестве $\mathbb{R}$ неравенство $\frac{\sqrt{3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1}}{x^2 - x - 6} \leq 0$
6. Площадь полной поверхности куба равна 96 см². Найдите объём куба
7. В прямоугольном треугольнике мера острого угла равна 30°, а площадь круга, ограниченного окружностью, описанной вокруг треугольника, равен $25\,\pi$ см$^2$. Найдите площадь треугольника.
8. Образующая усеченного прямого кругового конуса имеет длину 8 см и образует с большим основанием угол 60°. Диагональ осевого сечения конуса делит этот угол на два равных угла. Найдите площадь полной поверхности усеченного конуса.
9. Определите действительное число x, зная, что числа $x + 1, 1 - x$ и 4 в данном порядке образуют арифметическую прогрессию.
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = x^3 - 12x$

   *а) Вычислите* $\lim\limits_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

   *б)* Найдите точки локального экстремума функции *f*.

   *в) Вычислите* $I = \int_1^3 \frac{f(x)}{x^2} dx$

11. Из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 образуются все шестизначные натуральные числа так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр. Найти вероятность того, что при выборе числа из образовавшихся, первая цифра будет 3.
12. В разложении степени бинома $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$ найдите член, содержащий $a^3$.

## Тест 13.

1. Вычислите значение выражения: $\mathrm{E} = 2\log_9 4 + \log_{\frac{1}{9}} 48$
2. Решите на множестве $R$ уравнение $5^{4\sqrt{x-3}-x} = 1$
3. Пусть $z_1 = 2\left(cos\frac{\pi}{6} + isin\frac{\pi}{6}\right)$ и $z_2 = \frac{4}{\sqrt{3}+i}$. Докажите, что $z_1 + z_2$ является действительным числом
4. Пусть $d = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве $R$ неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 4d$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2}\sin 2x$
6. Дан прямоугольный треугольник ABC , m(∠A)=90° и BC = 12 см. Точка M — середина стороны [AB], точка N — середина стороны [AC], а E — середина отрезка [MN], Найдите AE.
7. В прямом круговом цилиндре диагональ осевого сечения равна 20 см и образует с плоскостью основания угол 60°. Найдите площадь полной поверхности цилиндра
8. Из точки окружности $C(O; R)$ построены две хорды длиной 10см и 12см. Найдите длину радиуса окружности, зная, что расстояние от середины меньшей хорды до большей хорды равно 4 см.

9. Определите $a_{2022}$ член арифметической последовательности $(a_n)_{n\geq 1}$, если, $a_8 = 10$ и $r = 3$

10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \frac{x^3+3x}{x^2+1}$

   *а*) Определите асимптоты на $-\infty$ к графику функции $f$

   *б)* Определить интервалы монотонности функции $f$.

   *в)* Вычислить интеграл $I=\int_{-1}^{1} f(x)dx$

11. Из 100 яблок, 10 испорчены. Какова вероятность, что взяв 5 яблок случайным образом, мы выберем испорченные яблоки

12. Определите средний член биномиального разложения $\left(\frac{1}{x} - \sqrt[3]{x}\right)^{14}$

## Тест 14.

1. Покажите, что значение выражения: $E = \sqrt{\log_2(\sqrt{23} - \sqrt{7}) + \log_2(\sqrt{23} + \sqrt{7})}$. Это натуральное число.
2. Определить модуль комплексного числа $z = (2 + 3i)^2 - (2 - 3i)^2$
3. Определите значение выражения $E = \frac{\sqrt{1-cos^2x}}{sinx} + \frac{\sqrt{1-sin^2x}}{cosx}$, если известно, что $x \epsilon \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
4. Решите на множестве $R$ уравнение $\log_3[5 + 4\log_3(x - 1)] = 2$
5. Решите на множестве $R$ неравенство $3\cdot 2^{\sqrt{x-1}} + 2^{3-\sqrt{x-1}} > 25$
6. Дан равнобедренный треугольник ABC, $AB = AC = 10$см, в котором (AM - биссектриса угла BAC. Если $BM = 8$см, найти площадь треугольника ABC.
7. Дан прямоугольный треугольник ABC с углом m(∠A) = 90°, где AB = AC+6 и BC = 30 см. Найдите длину отрезка [CD], где [CD — биссектриса угла ACB, D∈(AB).
8. Осевое сечение прямого кругового конуса равнобедренный треугольник с периметром 18 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём конуса, зная, что площадь полной поверхности конуса равна $36\,\pi$ см$^2$
9. Определите действительные значения числа a, зная, что числа $5 - a, a + 7$ и $a + 15$ в указанном порядке являются последовательными членами арифметической прогрессии
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = x^3 + 3x$

   *а*) Вычислите: $L = \lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

   *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$.

   *в)* Вычислите площадь плоской поверхности между графиком функции $f$, осью $0_x$ и прямыми $x = 0$ и $x = 1$

11. На представление куплено 6 билетов, из них 4 билета на места в первом ряду. Найти вероятность того, что, взяв наугад 3 билета, 2 из них окажутся в первом ряду

12. Определите все рациональные члены биномиального разложения $\left(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2}\right)^5$.

## Тест 15.

1. Вычислите значение выражения: $E = 3^{\log_{27}8} - \sqrt[3]{0{,}027}$
2. Решите на множестве $R$ неравенство $\begin{vmatrix} \sqrt{x-2} & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} < 1$
3. Решите на множестве $R$ неравенство$4^{-3x-6} = 2^{-x}\cdot 8$
4. Решите на множестве $C$ равенство $z^2 - (5 - 2i)z + 5(1{,}5 - i) = 0$. Вычислите $|z_1 - z_2|$.
5. Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{\sqrt{x-5}}{\log_{\sqrt{2}}(x-4)-1} \geq 0$

6. Дан квадрат $ABCD$, где $AC \cap BD = \{O\}$. Пусть M — середина отрезка [OC], а N — середина отрезка [OD], Если MN = 5см, найдите площадь квадрата ABCD.
7. В прямом параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ основанием является ромб $ABCD$ со стороной 8 см и m(∠A)=120°. Определите длину диагонали [$AC_1$] параллелепипеда, если известно, что длина бокового ребра параллелепипеда равна 6 см.
8. В прямоугольном треугольнике расстояние от середины гипотенузы до одного катета равно 5см, а расстояние от середины этого катета до гипотенузы - 4см. Найдите площадь треугольника ABC
9. Дана последовательность $(a_n)_{n\geq 1}$ с ообщим членом $a_n = n^2 + 2n - 45$. Определите, является ли число 35 членом этой последовательности, и если да, то под каким номером
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = x^3 - 3x + 1$

   *а*) Вычислите: $L=\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$

   *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$.

   *в)Вычислите* $\int_1^3 \frac{f(x)}{x^2}\,dx$

11. На полке 15 книг, 10 из них на румынском языке, а остальные на английском. С полки наугад берутся 5 карточек. Найдите вероятность того, что среди них будут 2 книги на румынском языке и 3 книги на английском языке

12. Найти вероятность того, что выбрав случайным образом член разложения бинома $\left(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}\right)^{40}$, он будет рациональным числом

## Тест 16.

1. Покажите что значение выражения $E = 81^{\frac{3}{4}} + (0{,}25)^{-2}$ является натуральным числом
2. Пусть матрица X такова, что $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$ +4X=$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Определите, обратимость матрицы X.
3. Определите $m \epsilon \mathbb{R}$, так, чтобы число $z = 3i^7 + 2mi^2 + (2+m)i + 5 - i$ было действительным
4. Решите на множестве $R$ уравнение $2x^2 + \sqrt{2x^2 - x} = 2 + x$.
5. Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{\log^2_{x-1}(5-x)}{x^2-3x} \leq 0$
6. В окружность $C(O; R)$ вписан квадрат площадью 36 см$^2$. Найдите площадь круга, ограниченного окружностью.
7. Дан прямоугольный треугольник ABC, $m(\angle A) = 90°$, AB = 20 см, $AD \perp BC, D \in (BC)$, так что $BD = 16$ см. Найдите площадь треугольника ABC
8. Высота правильной треугольной пирамиды равна 2 см, величина двугранного угла при основании пирамиды равна 30°. Найдите боковую площадь пирамиды
9. Последовательность $(a_n)_{n\geq 1}$ задана формулой $a_n = \frac{2n-1}{2n+1}$. Определите, сколько членов последовательности не больше $\frac{3}{4}$
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

   *а*) Определите асимптоты к графику функции $f$

   *б)* Запишите уравнение касательной к графику функции $f$ параллельную прямой $y = x$

   *в)* Вычислить интеграл $I=\int_2^4 f(x)dx$

*11.* Дано множество A $= \{\log_2 n \mid n \in \{1;2;3;4;...;10\}\}$. Вычислите вероятность того, что, выбрав какой-либо элемент из множества A, он окажется рациональным числом

12. Средний член разложения бинома $\left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ равен 4480. Найти x $(x > 0)$

## Тест 17.

1. Вычислите значение выражения: $E = \log_6 60 - \log_6 5 + \log_6 3$
2. Найдите модуль комплексного числа $z = \frac{5+i}{(1+i)(2-3i)}$
3. Решите на множестве $R$ уравнение $detA = \sqrt{4-x}$, где $detA$ определитель матрицы A=$\begin{pmatrix} 1 & x+1 \\ 2 & 3x \end{pmatrix}$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{\frac{1}{4}} \frac{2x-1}{x+1} < cos\frac{2\pi}{3}$
5. Найдите целые решения неравенства $(-3 + sinx) \cdot (|3x-2| - 4) \geq 0$
6. Дана трапеция $ABCD$ с BC || $AD$. Точка M — середина стороны [AB], а точка $N$ — середина стороны $[CD]$, Если $MN = 9$ см и $AD = 3 - BC$, найдите BC и $AD$.
7. Площадь параллелограмма равна 120см$^2$, а две его стороны имеют длины 15см и 10см. Найдите длину меньшей диагонали параллелограмма
8. Длина высоты правильной четырехугольной пирамиды в 3 раза меньше длины бокового ребра, а длина апофемы пирамиды равна $3\sqrt{5}$ см. Найдите объем пирамиды.
9. Изучите монотонность последовательности $(a_n)_{n\geq1}, a_n = \frac{2n-3}{n}$
10. Дана функция $f : R \setminus \{2\} \to R, f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$

    *а)* *Вычислите* $\lim\limits_{x\to3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

    *б)* Напишите уравнение касательной к графику функции $f$ в точке абсцисс $x_0 = 3$

    *в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции $f$, осью $O_x$ и прямыми $x = 3$ и $x = 5$ .
11. Дано множество $A = \{1;\ 2;\ 3; \dots 10\}$. Найти вероятность того, что при выборе трехэлементного подмножества из множества $A$, оно будет содержать число 1. (*В ответах под номером 12*)
12. В разложении бинома$(x + x^{lgx})^5$ третий член разложения равен $10^6$. Найдите $x$. (***В ответах под номером 11***)

## Тест 18.

1. Покажите, что число $a = \sqrt[3]{16^{\frac{3}{4}} + 9^{\log_3 \sqrt{19}}}$ является натуральным
2. Пусть $z_1$и $z_2$решения уравнения $z^2 - 6z + 10 = 0$. Найдите значение выражения $z_1^2 + {z_2}^2$
3. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_8(x^2 - 4x + 3) \leq 1$
4. Дана матрица $A(m; x) = \begin{pmatrix} x & -1 & m \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x \end{pmatrix}$. Найти наибольшее целое значение параметра $m \in R$ для которого матрица $A(m; x)$ будет обратима для любого $x \in R$.
5. Решите на множестве $R$ уравнение $\sqrt{1 - cos^2x} + sin2x = \lg(tg\frac{5\pi}{4})$
6. Точки A, B, C лежат на окружности $C(O;\ R)$, так что $m(\angle ABC) = 30°$ и $AC = 6$ см. Найдите периметр треугольника AOC
7. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на два отрезка длиной 4 см и 5 см. Найдите площадь треугольника.
8. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, где длина бокового ребра равна 12 см, а диагональное сечение пирамиды представляет собой прямоугольный треугольник.
9. Определить $x \in R, x > 0$, зная, что числа $x, 6$ и $x - 5$ находятся в геометрической прогрессии
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$

    *а)* Определить уравнение асимптоты $+\infty$ к графику функции $g: D \to R,\ g(x) = x \cdot f(x)$

*б)* Определите интервалы монотонности функции и точки локального экстремума функции $f$

*в)* Вычислить интеграл $I=\int_{-3}^{-2} f(x)dx$

11. В урне 7 белых шаров, 5 красных шаров и 3 синих шара. Найти вероятность того, что, вынув из урны 3 шара, они окажутся разного цвета

12. Биномиальный коэффициент третьего члена разложения бинома $\left(\sqrt[3]{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^n$, на 44 больше биномиального коэффициента второго члена. Определите номер $n$

## Тест 19.

1. Вычислите значение выражения: $E = log_8( sin^2x + cos^2x + log_2 8)$.
2. Вычислите определитель $d=\begin{vmatrix} 3+i\sqrt{5} & 2+\sqrt{3} \\ 2-\sqrt{3} & 3-i\sqrt{5} \end{vmatrix}$.
3. Остаток от деления многочлена $P(X) = X^3 + 2X^2 + aX + 7$ на бином $X + 2$ равен 17. Определите остаток от деления многочлена $P(X)$ на бином $X - 3$ .
4. Решите на множестве $\mathbb{R}$ уравнение: $\mathrm{x}^2 - 18+4\sqrt{\mathrm{x}^2+3\mathrm{x}-6}= -3\mathrm{x}$
5. Решите на множестве $R$ неравенство $(2x^2 + 11x - 6)\sqrt{\log_{0,7}|\mathrm{x}+6|} \geq 0$
6. Дан прямоугольный треугольник ABC с углом $m(\angle A) = 90°$ и $m(\angle C) = 2 \cdot m(\angle B)$.

   Если AM $=$ 13,5 см, где M — середина [BC], найдите AC.
7. Найдите длину стороны [BC] треугольника ABC, зная, что AB $=$ 6см, AC $=$ 10см и что площадь треугольника ABC равна $15\sqrt{3}$ см $^2$.
8. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания имеют длины 3 см и 5 см, а одна из диагоналей основания равна 4 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда, зная, что малая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол $60^0$.
9. Дана арифметическая прогрессия $(\mathrm{a}_n)_{n\geq 1}$, в которой $\mathrm{a}_3 = 3$ и $\mathrm{a}_7 = 15$. Вычислите $\mathrm{a}_1 + \mathrm{a}_9$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \frac{\mathrm{x}}{\sqrt{\mathrm{x}^2+1}}$

    *а*) Запишите уравнение асимптоты на $-\infty$ к графику функции $f$.

    *б)* Определить интервалы монотонности функции $f$

    ***в)*** Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции *f*, *осью* $O_x$ и прямыми $x = 0$ *и* $x = 2\sqrt{2}$ .

11. В урне 3 белых и 2 черных шара. Случайным образом вытаскиваются 2 шара. Вычислите вероятность того, что из вынутых шаров окажется один белый и один черный.

12. Определите пятый член разложения бинома $\left(\sqrt[3]{2}-\sqrt{2^{-1}}\right)^n$, зная, что последний член разложения $\left(\frac{1}{3\sqrt[3]{9}}\right)^{\log_3 8}$.

## Тест 20.

1. Покажите, что значение выражения $E = \left[7^{\log_{49} 25} + \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{4}}\right]^{\frac{2}{3}}$ – это натуральное число точный квадрат.
2. Решите на множестве $C$ уравнение $\mathrm{x}^2 - 2i\mathrm{x} + 3 = 0$, где $i^2 = -1$
3. Решите на множестве $R$ неравенство $(25 - x^2)\sqrt{\mathrm{x}^2 - \mathrm{x} - 12} \geq 0$

4. Определите значения x$\in R$, для которых матрица $A=\begin{pmatrix} 6 & 3 & x-1 \\ 2x & 1 & 0 \\ 4 & x+2 & 2 \end{pmatrix}$ обратима
5. Решите на множестве $R$ уравнение $4\cdot|cosx|+3=a\cdot cos2x$, зная, что одно из решений $x=\frac{2\pi}{3}$
6. Дан прямоугольник $ABCD$, где точка M — середина стороны BC. Если площадь треугольника ABM равна 12,5см$^2$, найдите площадь прямоугольника $ABCD$
7. Прямой круговой конус имеет радиус основания $8\sqrt{2}$ см, а образующая образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите объем и площадь полной поверхности конуса
8. Дан ромб $ABCD$ с m(∠ABC) = 120°, AC∩BD = {O}. Пусть точка M — середина стороны [BC], AM∩BD = {E} и OE = 2см. Найдите площадь ромба ABCD.
9. Вычислить предел последовательности $L=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{(n-1)^2-(n+1)^2}{2n+1}$
10. Дана функция $f: R\setminus\{4\}\to R, f(x)=\frac{2x+1}{x-4}$

   *а*) Запишите уравнения асимптот функции $f$.

   *б)* Определить интервалы монотонности функции $f$.

   *в)* Вычислить интеграл $I=\int_{-2}^{3} f(x)dx$

11. Найдите вероятность того, что, выбрав число из множества двузначных натуральных чисел, оно будет иметь сумму цифр, равную 8
12. Найти $n$ из разложения бинома $\left(\sqrt[30]{a^{-1}}+\sqrt[5]{a}\right)^n$, зная что шестой член разложения не содержит $a$.

## Тест 21.

1. Вычислите значение выражения: $\sqrt[3]{4-5\cdot 32^{-0,6}}$
2. Определить действительные значения x и y, при которых $\begin{vmatrix} x-yi & 2+i \\ 2x & i \end{vmatrix}=1+2i$
3. Решите на множестве $R$ неравенство $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{6-x^2}{2}}\leq 8$
4. Дан многочлен $P(X)=X^3+mX^2-4X+n$, где $m,n\in R.$, Зная, что $X=-2$ — корень многочлена, а остаток от деления многочлена P(X) бином X − 4 равен 12 разложите P(X) на множители.
5. Решить на множестве R уравнение $log_3 x^2-\log_3^2(-x)=-3$
6. Квадрат $ABCD$ вписан в окружность $C(O;\ R)$. Если AB = 10см, найдите площадь круга, ограниченного окружностью
7. Дан треугольник ABC, в котором $M\epsilon(AB)$, AM = BM = 6см, BC = 14см, $N$— середина стороны [BC]. Если $MN=5$ см, вычислить периметр треугольника ABC.
8. Длины сторон оснований усеченной правильной четырехугольной пирамиды равны 20 см и 30 см, а площадь боковой поверхности равна сумме площадей оснований усеченной пирамиды. Вычислите объем усеченной пирамиды
9. Рассмотрим арифметическую прогрессию $(a_n)_{n\geq1}$ с $a_2=2$ и $a_5=5$. Вычислите сумму первых 10 членов прогрессии
10. Дана функция $f: R\to R, f(x)=\frac{x+1}{x^2+3}$

   *а) Вычислите* $L=\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

   *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$

   *в)* Вычислить интеграл $I=\int_0^1 f(x)dx$

11. Найти вероятность того, что при случайном выборе числа из множества двузначных натуральных чисел при делении на 13.оно даст в остатке 5

*12.* В разложении бинома $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$, отношение между биномиальным коэффициентом пятого слагаемого и биномиальным коэффициентом третьего слагаемого равно $\frac{7}{2}$. Найти член разложения, содержащий x.

## Тест 22.

1. Вычислите значение выражения $E = 2^{\log_2 7+\log_3\frac{1}{9}}$
*2.* Решите на множестве $C$ равенство $(3-i)z = 2+3i$
3. Решите на множестве $R$ неравенство $\begin{vmatrix} \log_3(x+6) & \log_3 x \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \le 0$
4. Упростить выражение E($\alpha$)=$\sqrt{\frac{2}{1+cos\alpha}+\frac{2}{1-cos\alpha}}$, зная что $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$
5. Дано уравнение $(x+1)\cdot 3^{x^2+5x+6} - x^2\cdot\left(3^{x^2+5x+6}-1\right) = x+1$. Обозначим S- сумма модулей решения уравнения. Найти S.
6. Выпуклый четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность $C(O;\ R)$. Если $m(\angle A) = 4\cdot m(\angle C)$, найдите меры углов A и C.
7. В равнобедренной трапеции длины оснований равны 8см и 14см, а площадь трапеции равна 44 см$^2$. Найдите длину стороны трапеции
8. Осевое сечение прямого кругового конуса представляет собой равносторонний треугольник. В конус вписана сфера объемом $\frac{32}{3}\pi$ см$^3$. Найдите объём конуса
9. Дана $(b_n)_{n\ge1}$ — геометрическая прогрессия с положительными членами такая, если $4b_2 = b_4$. Вычислите значение отношения $a = \frac{b_3+b_4}{b_2}$
10. Дана функция $f : R\backslash\{1\} \to R, f(x) = \frac{x^2-x+1}{x-1}$.
   *а*) Напишите уравнение касательной к графику функции $f$ в точке абсциссой $x_0 = 3$.
   *б)* Определить локального экстремума функции $f$ и значения функции в точках экстремума.
   *в)* Определите первообразную $F(x)$ функции $f$, график которой проходит через точку A(2;5).

11. В урне 20 карточек с номерами от 1 до 20. Случайным образом вытягиваются 4 карточки. Найдите вероятность того, что среди выпавших карточек окажется цифра 5

*12.* Определите член, содержащий $x^5$, из разложения бинома $\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$, зная, что сумма биномиальных коэффициентов равна 128

## Тест 23.

1. Вычислите значение выражения: E=$36^{\frac{1}{\log_5 6}} - 32^{\frac{2}{5}}$
2. Дано комплексное число $z = 3-2i$ Определите действительное значение числа $a$, для которых число $w = z^2 + az$ это действительное число
3. Дан многочлен P(X) =$X^3 - 2X^2 + aX + 24$ , где a действительный параметр. Зная, что остаток от деления многочлена P(X) на бином $X-3$ равен $-3$, найдите корни многочлена P(X).
4. Решите на множестве $R$ неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^{1+log_2^2 x} < \left(\frac{5}{2}\right)^{4-2\log_2 x^3}$
*5.* Решите на множестве $R$ уравнение $\sqrt{3}cosx - sin2x = 0$, удовлетворяющее условию $|x| < 2$
6. Треугольник имеет периметр, равный 48см, а длины сторон треугольника прямо

пропорциональны числам 3; 4 и 5 соответственно. Найдите длину медианы, которая соответствует большей стороне треугольника.

7. Правильная треугольная пирамида имеет боковое ребро $10\sqrt{2}$ см. Боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите объём пирамиды
8. В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковая сторона [AB] и малое основание [BC] имеют длину по 2 см каждая, а $BD \perp AB$. Найдите площадь трапеции
9. Вычислите предел : $L = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{9n^2+5n}}{n-1}$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \frac{x^2+x+4}{x^2+4}$

    *а*) Запишите уравнение асимптоты на $-\infty$ к графику функции $f$

    *б)* Определите наибольшее и наименьшее значение функции $f$ на промежутке $[-3; 3]$ (глобальные экстремумы)

    *в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции $f$, осью $O_x$ и прямыми $x = 0$ и $x = 2$

11. Из чисел 1, 2, 3, 4, 5 наугад выбираются три числа. Найти вероятность того, что эти три числа могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника

12. Найдите член разложения бинома $\left(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}}\right)^{21}$ у которого степени у ***a*** и ***b*** будут равны

## Тест 24.

1. Вычислите значение выражения: $E = -\left[\sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \sqrt[3]{\frac{125}{27}}\right]$
2. Определить комплексное $z = a + bi$, $a, b \in R$, для которых матрица $A = \begin{pmatrix} z & 2 \\ 1 & 1+i \end{pmatrix}$ не обратима.
3. Найдите значение выражения $sin\alpha cos\alpha$, зная что $sin\alpha + cos\alpha = 0{,}6$
4. Решите на множестве $R$ равенство $\sqrt{4-x}(x^2 - 3x - 10) = 0$
5. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_5 \sqrt{3x+4} \cdot \log_x 5 > 1$
6. Дана окружность $C(O;\ R)$, где точки A и B диаметрально противоположны и точка C находится на окружности. Если $BC = \frac{1}{2}AB$, найдите величину угла ABC
7. В прямоугольном треугольнике ABC с $m(\angle A) = 90°$ имеем $AB = 6$см, $BC = 10$см. Обозначим через $D$ основание высоты из A на гипотенузу. Через точку $D$ проведена параллельная для AB прямая, которая пересекает AC в точке E. Определите $BD$ и EC.
8. Найдите объем шара, вписанного в прямой круговой конус с образующей 10 см и радиусом основания 6 см
9. Определите, если число $\frac{11}{21}$ является членом последовательности $a_n = \frac{n+1}{2n+1}$, в случае положительного ответа определите его номер.
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{x^2-7x+10}{x-1}$, где $D$ –область определения функции

    *а*) Напишите уравнения асимптот к графику функции $f$

    *б)* Определить координаты точек локального экстремума функции $f$.

    *в)* Определите первообразную $F(x)$ функции $f$, график которой пересекает ось $O_x$ в точке с абсциссой $x = 2$.

11. Из 10 учеников (6 мальчиков и 4 девочек) учитель физкультуры хочет сформировать легкоатлетическую команду в составе 4 спортсменов. Найти вероятность того, что в команде будут 2 мальчика и 2 девочки

12. Найти $x \in R$, зная что пятый член разложения бинома $\left(\sqrt{x} + x^{-1}\right)^6$ равен $\frac{5}{9}$

## Тест 25.

1. Вычислите значение выражения $E = 9^{\log_3 7} - \log_4 64$
2. Определите действительное значение параметра $a$, для которого модуль комплексного числа $z = a + 4i$ будет равен 5
3. Дан $d = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$. Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{x+1}{x+d} \leq 0$
4. Дан многочлен $\mathrm{P(X)} = 2\mathrm{X}^3 + m\mathrm{X}^2 + n\mathrm{X} + 6$, где $m, n \in R$. Зная, что многочлен $\mathrm{P(X)}$ делится на $\mathrm{X} - 1$, а остаток от деления $\mathrm{P(X)}$ на бином $\mathrm{X} - 3$ равен $30$, найти корни многочлена $\mathrm{P(X)}$.
5. Решите на множестве $R$ уравнение $lg(3 \cdot 5^x + 24 \cdot 20^x) = x + lg18$
6. Дан прямоугольный треугольник ABC с $m(\angle A) = 90°$, M — середина стороны [BC] и $ME \perp \mathrm{AB}, \mathrm{E} \in (\mathrm{AB})$. Если $ME = 3$ см и $\mathrm{BC} = 12$ см, найдите $m(\angle ACB)$.
7. Площадь боковой поверхности прямого кругового конуса равна $240\pi$ см$^2$ , а площадь полной поверхности конуса равна $384\pi$ см$^2$. Найдите объём конуса.
8. Найдите площадь равнобедренного треугольника, у которого высота, соответствующая основанию, равна 10 см, а высота, соответствующая боковой стороне, равна 12 см
9. Определить сумму первых шести членов геометрической прогрессии с положительными членами $(b_n)_{n\geq 1}$ , если $b_3 = 6$ и $b_5 = 48$
10. Дан многочлен $P(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 1, x \in R$

    *а)* Определить значение действительного параметра a, так чтобы выполнялось $\mathrm{P}^{/}(1) - 12 = 0$

    *б)* Для $\mathrm{a} = 3$, определить интервалы монотонности функции $f : D \to R, f(x) = \frac{\mathrm{P}^{/}(\mathrm{x})}{\mathrm{P(x)}}$

    *в)* Для $\mathrm{a} = 3$ вычислить интеграл $I = \int_2^5 \frac{\mathrm{P(x)}}{\mathrm{P}^{/}(\mathrm{x})} dx$

11. Пусть A — множество натуральных чисел меньше 30, которые при делении на 3 дают остаток 2. Найти вероятность того, что, выбрав элемент множества A, он окажется простым числом
12. Найдите средний член разложения бинома $\left(2\mathrm{x}^2 + \frac{1}{2\mathrm{x}}\right)^{12}$

## Тест 26.

1. Найти среднее арифметическое чисел $\mathrm{a} = \sqrt{81} + \sqrt[3]{-64} + 16^{\frac{3}{4}}$ и $b = \log_3 27 - \sqrt{6\frac{1}{4} + 3^{\log_3 \frac{1}{2}}}$
2. Решите на множестве $R$ уравнение: $\sqrt{10 - x} = 4 - x$.
3. Решите на множестве $R$ неравенство $detA \leq 2$, где $detA$ определитель матрицы $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} \log_2(\mathrm{x} - 3) & \sqrt{3} - i \\ \sqrt{3} + i & 2 \end{pmatrix}$.
4. Вычислить значение выражения $E(\alpha) = \frac{4}{5} \cdot tg\alpha + \frac{5}{12} \cdot sin2\alpha$ , если $cos\alpha = -\frac{4}{5}$ и $\alpha \in (-\pi; -\frac{\pi}{2})$
5. Дана функция $\mathrm{f} : \mathrm{R} \to \mathrm{R}, \mathrm{f}(x) = 2^{x - x^2}$. Решите на множестве $R$ неравенство $2f(x) + f(1 - x) < \frac{1}{3}$
6. Дан $ABCD$ — прямоугольник, где M — середина стороны [AB], $N$ — середина стороны [BC] и $MN = 5$ см. Если $AD = 2CD$, найдите площадь прямоугольника $ABCD$.
7. Найдите длину диагонали и длину боковой стороны равнобедренной трапеции, основания которой равны 12 см и 20 см, а центр описанной вокруг трапеции окружности находится на большом основании

8. Длина стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см, а величина двугранного угла при основании пирамиды равна 30°. Найдите объём пирамиды.
9. Определите a+b+c, если первые пять членов арифметической прогрессии равны: a,b,12,c,18
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \frac{x}{x^2+4}$

   *а)* *Вычислите* $L = \lim_{x\to+\infty} 2x \cdot f(x)$

   *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$

   *в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции $f$, *осью* $O_x$ и прямыми $x = 0$ *и* $x = 2$

11. Дано уравнение первой степени относительно неизвестного x, $mx - 1 = m + x$. Найти вероятность того, что уравнение имеет целое решение, когда $m$ принимает целое значение из интервала $[-4;\ 5]$.

12. Найдите $A_n^2$,зная, что пятый член разложения.$\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^n$ не содержит $\boldsymbol{x}$

## Тест 27.

1. Вычислите значение выражения $E = \log_2\left(sin\frac{\pi}{6}\right) + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$
2. Решите на множестве $R$ уравнение $\begin{vmatrix} 9^x & 1 \\ 2 & 3^x \end{vmatrix} = 7$
3. Найти действительные коэффициенты $p$ и $q$ зная, что $z = 4 - 3i$ это решение уравнения $z^2 + pz + q = 0$
4. Решите на множестве $R$ уравнение $\frac{2x-8}{\sqrt{6-x}} + \sqrt{6-x} = 3$
5. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{\frac{1}{3}}\left|\frac{3-2x}{1-x}\right| > -1$
6. В треугольнике ABC с $m(\angle A) = 90°$ величина угла, образованного высотой $AD$ и медианой AM, равна 60°, $D, M \in$ (BC). Найдите BC, если $AD = 6$ см
7. Биссектриса острого угла прямоугольного треугольника делит противоположный катет на два отрезка длиной 10 см и 26 см. Найдите длину гипотенузы треугольника
8. Найдите полную площадь правильной треугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см, а двугранный угол при основании пирамиды равен 60°.
9. Дана последовательность $(a_n)_{n\geq1}$, в которой $a_1 = -3$ и $a_{n+1} = 3a_n + 7$. Вычислите среднее арифметическое чисел $a_3, a_4, a_5$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \frac{2e^x}{1+e^{2x}}$

   *а)* Вычислите пределы $L_1 = \lim_{x\to+\infty} f(x)$и. $L_2 = = \lim_{x\to-\infty} f(x)$

   *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$

   *в)* Определите первообразную $F(x)$ функции $f$, график которой проходит через начало координат.

11. В компании работает 120 человек. 70 из них знают английский, 60 — французский и 50 — оба языка. Найти вероятность того, что случайно взятый сотрудник не знает ни одного иностранного языка

12. Сумма биномиальных коэффициентов третьего члена от начала и третьего члена от конца разложения бинома $\left(\sqrt[4]{3} + \sqrt[3]{4}\right)^n$ равна 9900. Найти количество рациональных членов разложения бинома.

## Тест 28.

1. Вычислите значение выражения: $E = 2\log_3 5 + \log_{\frac{1}{3}} 75$
2. Определите действительные значения x и y, при которых матрицы $A = \begin{pmatrix} x+1 & x+y \\ 0 & x-2y \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -x-1 \\ 0 & 9-2x \end{pmatrix}$ равны.
3. Вычислите модуль комплексного числа $z$, если $|z| - z = 2 + 4i$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $81^x \le \frac{1}{3} \cdot 27^{2x+1}$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $\frac{2sin2x-4+8cosx-2sinx}{2sinx-\sqrt{3}} = 0$
6. Треугольник ABC вписан в окружность $C(O;\ R)$. Если $m$ ($\widehat{AB}$)=140°, $m$ ($\widehat{BC}$)=130°, найти $m(\angle B)$.
7. В равнобедренном прямоугольном треугольнике медиана, соответствующая гипотенузе, равна $2\sqrt{2}$ см. Определите длину медианы, соответствующей катету.
8. Основание прямой призмы — параллелограмм со сторонами 2 см и 4 см и углом 60°. Определите объем призмы, если наибольшая диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 30°.
9. Дана числовая последовательность $(a_n)_{n\ge1}$, в которой $a_1 = 1$ и $3 \cdot a_{n+1} = a_n, n \in \mathbb{N}, n \ge 1$. Вычислить $a_3 + a_4$
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{2x-2}{x^2-x+1}, D \subset R$

    *а*) Запишите уравнения асимптот к графику функции $f$

    *б)* Определить координаты точек локального экстремума функции $f$.

    ***в)*** Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции *f*, *осью* $O_x$ и прямыми $x = 1$ *и* $x = 2$.
11. Дано множество A = {1; 2; 3; 4; 5}. Найти вероятность того, что при случайном выборе трех чисел из множества A произведение этих трех чисел будет натуральным числом, последняя цифра которого равна нулю
12. Найдите шестой член разложения бинома $\left(\sqrt{y} + \sqrt[3]{x}\right)^n$, зная, что биномиальный коэффициент третьего от конца члена разложения равен 45

.

## Тест 29.

1. Вычислите значение выражения: $E = \sqrt{27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}$
2. Дано комплексное число $z = 1 + 3i$. Показать, что число $u = \frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z}$ является действительным.
3. Решите на множестве $R$ уравнение $\log_8(x-1) + \log_8(x+27) = \frac{7}{3}$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2+10} \le \frac{25}{4}$
5. Определить действительные параметры a и b так, чтобы многочлен $P(X) = X^4 - 4X^3 + 4X^2 + aX + b$ делился на многочлен $Q(X) = X^2 - 4X + 3$ и найти частное от деления $P(X)$ на $Q(X)$.
6. Дан треугольник ABC, в котором $[AA_1 1]$ и $[BB_1]$ — медианы, $A_1 \in (BC), B_1 \in (AC)$. Найдите периметр треугольника ABC, если периметр треугольника $A_1B_1C$ равен 14 см
7. Найдите объем правильной треугольной призмы, если площадь полной поверхности призмы равна $8\sqrt{3}$ см², а длина бокового ребра призмы $\sqrt{3}$ см
8. Радиус описанной окружности вокруг прямоугольного треугольника равен 15см, а радиус окружности, вписанной в треугольник, равен 6см. Найдите длины сторон треугольника
9. Числа $1, 7, 13, \ldots, x$ образуют арифметическую прогрессию, таким образом, что $1 + 7 +$

$13 + \cdots + x = 280$. Найти $x$.

10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{4}{x+1} - \frac{4}{x-1} + 1$

   *а*) Запишите уравнения асимптот к графику функции $f$.

   *б)* Напишите уравнение касательной к графику функции $f$ в точке пересечения графика функции $f$ с осью $O_x$

   *в)* Определить точки локального экстремума функции $f$

   *г)* Вычислить интеграл $I = \int_2^3 (x+1) \cdot f(x)dx$

11. В корзине 28 яблок, зеленых и красных. Вероятность того, что случайно выпадет зеленое яблоко равна $\frac{3}{7}$. Определить, сколько красных яблок в корзине.

12. Найти член разложения бинома $\left(\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt[10]{\frac{a^7}{b^3}}\right)^n$, который содержит $ab$.

## Тест 30.

1. Вычислите значение выражения $E = \log_2\left(16^{\frac{1}{2}}\right) - \log_3\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$
2. Найдите действительные значения $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ для которых $(1+i)xi + (2-3i)e = 3 - 2i$
3. Решите на множестве $R$ неравенство $lg(3x) \leq lg(4 - x^2)$.
4. Зная, что $sin\alpha = \frac{1}{3}$, вычислить $cos2\alpha$.
5. Решите на множестве R уравнение $log_3^2\left(\frac{x^2}{9}\right) + log_3(x^6) - 4 = 0$
6. Дан равнобедренный треугольник ABC с периметром 42 см и AB = AC = 12 см. Если $AD \perp BC, D \in (BC)$, найти $CD$
7. Диагонали ромба $ABCD$ имеют длины 3 см и 4 см. От вершины тупого угла B ромба проведены высоты $BE$ и $BF$, $E \in (CD)$, $E \in (AD)$. Вычислить площадь четырёхугольника $BEDF$
8. В прямоугольном параллелепипеде длины сторон основания равны 7см и 17см, а диагонали параллелепипеда образуют с плоскостью основания углы 45° и 30°. Найдите длину высоты параллелепипеда
9. Дана числовая последовательность $(a_n)_{n\geq1}, a_{n+1} = a_n + 3, a_1 = 1$. Вычислите $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$
10. Дана функция $R\backslash\{1\} \to R, f(x) = \frac{x^2+x+2}{x-1}$

   *а*) Напишите уравнения асимптот к графику функции $f$

   *б)* Определить интервалы монотонности функции $f$

   *в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции $f$, наклонной асимптотой и прямыми $x = 2$ *и* $x = 3$

11. Дано множество A {1; 2; 3; 4; 5). Наугад выбраны три элемента множества A. Найти вероятность того, что три выпавших числа представляют собой длины сторон треугольника.

12. Найти пятый член разложения бинома $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{3a}}\right)^n$ зная, что отношение между биномиальным коэффициентом четвертого члена и биномиальным коэффициентом третьего члена разложения равно $\frac{10}{3}$.

## Тест 31.

1. Вычислите значение выражения: $E = 2\log_3 6 - \log_3 4$
2. Вычислите модуль комплексного числа $z = (2-3i)^2 + (3+i)(3-i)$
3. Пусть $D(x) = \begin{vmatrix} \lg(12-x) & 2 \\ \lg x & 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве $R$уравнение $D(x) = 0$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $(0{,}7\,)^{2x-5} < 2\frac{2}{49}$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $4\sin x = \sin 2x + 2\sin^2 x$
6. Один из углов ромба в два раза больше другого угла ромба. Зная, что меньшая диагональ ромба равна 7 см, найдите периметр ромба
7. Дан треугольник ABC, AB = 18см, BC = 15см и AC = 12см. Через точку $D \in$ (AC) проходит $DE \parallel$ AB, E $\in$ (BC), так что $AD = DE$. Вычислите периметр треугольника CDE
8. Правильная треугольная призма вписана в прямой круговой цилиндр. Зная, что объём цилиндра равен $45\pi$ см$^3$, а площадь боковой поверхности цилиндра равна $30\pi$ см$^2$, найдите площадь боковой поверхности и объём призмы.
9. Рассмотрим арифметическую прогрессию $(a_n)_{n\geq 1}$ с разностью $r = 3$. Зная, что сумма первых десяти членов прогрессии равна 150, вычислите $a_1$.
10. Дана функция $f\colon D \to R, f(x) = \frac{x^2+2x+5}{x+1}$

    *а*) Напишите уравнения асимптот к графику функции $f$

    *б)* Определить координаты точек локального экстремума функции $f$

    *в)* Определите первообразную $F(x)$ функции $f$, для которой $x = -3$ является нулем

11. Дано множеств A $= \left\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \pi, 2\pi\right\}$; вероятность того, что, выбрав наугад элемент множества A, он будет решением уравнения $sin\ x = \frac{1}{2}$

12. Найти седьмой член разложения бинома $\left(a^2\sqrt{a} + \frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n$, зная, что биномиальный коэффициент третьего члена равен 36

## Тест 32.

1. Покажите, что число $a = 2\log_3 5 + \log_{\frac{1}{3}} 75$ является целым
2. Определите действительные значения $a, b, c$ и $d$, при которых матрицы $A = \begin{pmatrix} 2a-b & ac+b \\ 5 & c+1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 5 & 2d+1 \\ a-3b & 3a+2b \end{pmatrix}$ равны.
3. Определите комплексное число $z = a + bi,\ a, b\ \in R$ для которого $\begin{vmatrix} 2z+\bar{z} & i \\ 1-3i & 1 \end{vmatrix} = i$
4. Решите на множестве $R$ уравнение $\frac{2\cdot\lg x}{\lg(5x-4)} = 1$
5. Определить многочлен $\mathrm{P(X)} = mX^4 - 3X^3 + nX^2 - X + 1$ зная, что $X = 1$ – корень многочлена P(X), а остаток от деления многочлена P(X) на бином X + 2 равен 51
6. Дан квадрат $ABCD$, где $AC \cap BD = \{O\}$, OC $= 3\sqrt{2}$ см. Найдите площадь квадрата $ABCD$
7. Прямой круговой конус имеет высоту BO = 4 см и площадь осевого сечения 12 см$^2$. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
8. Сторона [AB] равнобедренного треугольника ABC (AB = BC) является диаметром окружности, пересекающей сторону [BC] в точке $D$, так что $\frac{BD}{DC} = 4$ и AC $= \sqrt{5}$ см. Найдите площадь треугольника ABC.
9. Дана последовательность $(a_n)_{n\geq 1}$ с общим членом $a_n = \frac{4n}{n+3}$. Изучите монотонность последовательности

10. Дана функция $f: R \to R, f(x) = (x-1) \cdot e^{-x}$
   *а)* Напишите уравнения асимптот к графику функции $f$
   *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$
   *в)* Вычислить интеграл $\int \frac{1}{f(x) \cdot e^{x}} dx$
11. На полке 10 книг, некоторые из них по математике. Вероятность того, что две наугад взятые книги, это книги по математике, равна $\frac{1}{3}$ .Сколько книг по математике стоит на полке.
12. Сколько членов разложения бинома $\left(\sqrt[5]{3} + \sqrt[3]{7}\right)^{36}$ являются целыми?

## Тест 33.

1. Вычислите значение выражения: $E = \log_3 54 - \log_3 2 + \log_3 81$
2. Зная, что $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ вычислить $cos2\alpha$
3. Найти $a, b \in R$ зная, что $\left(1 - i\sqrt{3}\right)^3 = a + bi$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) > -1$
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и D определитель матрицы A. Решить на множестве $R$ неравенство $\sqrt{2x-3} < D$
6. Дана окружность C(O; R), где точки A и B диаметрально противоположны, а точка C находится на окружности. Если радиус круга $R = 6$ см и $m(\angle CBA) = 60°$. Найти BC
7. Дано $ABCD$ — прямоугольник, в котором $DE \perp AC, E \in (AC), AE = 4$ см, $CE = 12$ см. Найдите периметр прямоугольника $ABCD$.
8. Правильная четырехугольная пирамида $VABCD$ имеет апофему $\sqrt{7}$ см, а боковое ребро образует с плоскостью основания угол 60°. Найдите объём пирамиды
9. Разность арифметической прогрессии $(a_n)_{n\geq 1}$ равна 3, а сумма первых шести членов прогрессии равна 57. Найти $a_1$ и $a_6$
10. Дана функция $f: R\backslash\{1\} \to R, f(x) = \frac{x^2-x+1}{x-1}$
   *а)* Напишите уравнение касательной к графику функции $f$ в точке абсциссой $x_0 = -1$
   *б)* Определить интервалы монотонности функции *f*.
   *в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции *f*, *осью* $O_x$ и прямыми $x = 2$ *и* $x = 5$
11. Одновременно бросают два кубика. Найти вероятность того, что произведение точек на получившихся гранях будет равно 6.
12. Найти сумму биномиальных коэффициентов стоящих на нечетных местах разложения бинома $(x + y)^n$ , зная, что биномиальный коэффициент третьего слагаемого на 9 больше чем биномиальный коэффициент второго слагаемого разложения.

## Тест 34.

1. Покажите, что значение выражения $E = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{2}} - 3 \cdot 2^{-3}$ – это натуральное число
2. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(1 + x) > 1$
3. Определите комплексное число $z = a + bi$, $a, b \in R$, если $|z| = z + 8 - 12i$
4. Определите действительные значения параметров $a$ и $b$ , так чтобы многочлен $P(X) = aX^3 + bX^2 - 73X + 102$ делился на многочлен $Q(X) = X^2 - 5X + 6$ и найти частное деления $P(X)$ на $Q(X)$.

5. Определите значения $x \in R$, для которых матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 \\ -2 & -2 & x-2 \end{pmatrix}$ обратима
6. Дан прямоугольный треугольник $ABC, m(\angle A)=90°$, $AC = 7$см. $BC = 14$см. Найдите $m(\angle ACB)$.
7. Дан прямоугольный треугольник ABC с $m(\angle A)=90°$ и $m(\angle B) = 60°$, высота [AD] имеет длину, равную $6\sqrt{3}$ см, $D\in(BC)$. Найдите площадь треугольника ABC, если $DE \perp AC, E \in (AC)$, определите значение отношения площадей треугольников $CDE$ и ABC.
8. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 6 см, 5 см, 5 см. Все боковые грани пирамиды образуют с плоскостью основания двугранные углы 45°. Найдите объём пирамиды
9. Докажите, что последовательность $(x_n)_{n\geq 1}$, с общим членом $x_n = \frac{3n-1}{5n+2}$ возрастает
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \frac{x^3+2x^2+2}{x^2+1}$

   *а*) Запишите уравнение асимптоты на $+\infty$ к графику функции $f$.
   *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$.
   *в)* Вычислить интеграл $I=\int_0^2 f(x)dx$
11. В урне 7 белых шаров, 5 красных шаров и 3 синих шара. Случайным образом достают 3 шара. Найти вероятность того, что среди выбранных шаров хотя бы два шара будут красными.
12. Найти $x \in C$, зная, что сумма третьего и и пятого членов разложения бинома $(x+\sqrt{5})^6$ равна 450.

## Тест 35.

1. Вычислите значение выражения $a = log_3(5-\sqrt{7}) + log_3(5+\sqrt{7}) - \log_3 2$
2. Найдите модуль комплексного числа $\frac{z}{2+i} = \frac{1}{2-i}$
3. Дано $\alpha \epsilon \left(\frac{\pi}{2};\pi\right), sin\alpha = \frac{3}{5}$. Вычислите $sin2\alpha$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{\frac{1}{4}}\frac{2x-1}{x+1} < cos\frac{2\pi}{3}$
5. Найдите наибольшее целое решение неравенства $2^x + (0{,}5)^{3-x} < 9$
6. Во сколько раз площадь квадрата, описанного окружностью, больше площади квадрата, вписанного в ту же окружность?
7. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC $m(\angle BAC) = 90°$, $AB_1 = 2\sqrt{41}$ см, $AC = 2\sqrt{34}$ *см* и $AA_1 = 10$см. Найдите объем призмы
8. В треугольнике ABC медианы (AE) и $(CD)$ пересекаются в точке {O}. $E \in (BC), D \in (AB)$. Если $AE = 9$см, $CD = 12$ см и $AC = 10$см, найдите площадь треугольника ABC.
9. В геометрической прогрессии $(b_n)_{n\geq 1}$, с положительными членами имеем $b_2 = 6$ *и* $b_4 = 24$. Найдите $b_6$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$

   *а*) Напишите уравнения асимптот к графику функции $f$
   *б)*Определить интервалы монотонности функции *f*.
   *в)* Определите первообразную $F(x)$ функции $f$, график которой пересекает ось ординат в точке с координатой 6
11. В урне 8 белых и 6 красных шаров. Найти вероятность того, что, вытащив наугад два шара, они окажутся красными.
12. Разность между биномиальным коэффициентом второго члена и биномиальным коэффициентом третьего члена разложения бинома $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + x^{lgx}\right)^n$ равен 27. При каких значениях x, второй член разложения равен 900?

## Тест 36.

1. Вычислите значение выражения: $E = \log_{12} 3 + \log_{12} 4 + 12^{\log_{144} 4} + \log_{\frac{1}{2}} 8$
2. Решите на множестве $R$ уравнение $3^{\log_5(x-1)} = \log_3 27$
3. Определить действительные значения $x$ и $y$ для которых числа $z_1 = x^2 + 4y - yi$ и $z_2 = 4 + y - \frac{2}{i} - x^2 i$ будут сопряженными
4. Зная, что $\alpha \in R$ и $sin\alpha + cos a = \frac{1}{3}$ , вычислить $sin2\alpha$
5. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_7 x - \log_x \frac{1}{7} \geq 2$
6. Дан ромб $ABCD$, в котором точки $M, N, P, Q$ являются серединами сторон [AB], [BC], $[CD]$ и соответственно $[AD]$ ромба. Если $AC = 12$ см и $BD = 16$ см, найти площадь четырехугольника $MNPQ$.
7. Диагонали параллелограмма имеют длины 16 см и 12 см, а угол между ними равен 30°. Найдите площадь параллелограмма
8. В прямом круглом конусе с радиусом основания 5 см и высотой 12 см проведено параллельно основанию сечение площадью $9\pi$ см$^2$. Найдите площадь боковой поверхности и объем усеченного конуса.
9. Доказать, что последовательность $(x_n)_{n\geq1}$, определенная общим членом $x_n = \frac{6-n}{5n-1}$ является убывающей
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{x^3-3x^2+4}{x^2}$

    *а)* Напишите уравнения асимптот к графику функции $f$
    *б)* Определить наибольшее и наименьшее значение функции $f$ на промежутке $[1; 3]$ (глобальные экстремумы)
    *в)* Вычислить интеграл $I = \int_1^3 f(x)dx$

11. Дано множество $A = \{A \in Z \mid |x-2| \leq 3\}$. Найти вероятность того, что случайно выбранный элемент множества A окажется решением уравнения $x^2 - 7x + 10 = 0$.

12. Дано разложение бинома $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n$, в котором $x \in R, x > 0$ и $n \in N^*$.

*а)* Определить $n$, при которых биномиальные коэффициенты 1, 2 и соответственно 3 члены разложения образуют арифметическую прогрессию.
*б)* Для $n = 8$, найдите член разложения так, чтобы показатель степени у $\boldsymbol{x}$ был натуральны числом.

## Тест 37.

1. Покажите что число $a = 2^{\log_8 27} + \log_{\frac{1}{5}} 25 - \sqrt[3]{125}$ является целым
2. Определите комплексное число $z$ , для которого $\frac{z}{1+i} = \frac{1}{1-i}$. Покажите, что число $z$ чисто мнимое
3. Решите на множестве $R$ уравнение $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$
4. Дан многочлен $P(X) = X(X+1)(X-a) - 12$, где $a \in R$. Зная, что $X = 1$ – корень многочлена $P(X)$, разложить многочлен $P(X)$ на множители.
5. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{x+2} \geq 0$
6. Дан прямоугольник $ABCD$. На полупрямой [BC дана точка M, так что $AM \cap CD = \{E\}$ и $CE = DE$. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если площадь треугольника ABM равна 52 см$^2$
7. В треугольнике $ABC$ $m(\angle ABC) = 60°$, медиана $AM = 4\sqrt{3}$ см, высота $AD = 2\sqrt{3}$ см. Найдите периметр и площадь треугольника ABC
8. В правильной четырехугольной пирамиде диагональное сечение представляет собой

равносторонний треугольник, а длина апофемы пирамиды составляет $3\sqrt{7}$ см. Вычислить:

*а)* Площадь боковой поверхности и объем пирамиды.

*б)* Расстояние от центра основания до одной из боковых граней пирамиды

9. Определить $a_1$ арифметической прогрессии $(\mathrm{a}_n)_{n\geq 1}$ и число $n$, если $r = -2, \mathrm{a}_n = 17$ и $S_n = 161$
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$, где $D -$ область определения функции

*а)* Напишите уравнение касательной к графику функции $f$ в точке пресечения графика функции с осью ординат

*б)* Определить интервалы монотонности функции *f*.

*в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции *f*, *осью* $O_x$ и прямыми $x = 2 \, и \, x = 6$

11. В урне лежат белые и черные шары. Количество белых шаров на 3 больше, чем черных. Из урны наугад извлекают два шара. Вероятность того, что выпавшие шары разного цвета равна $\frac{28}{55}$. Найдите общее количество шаров в урне.

12. Определите член разложения бинома $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{a} + \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^{18}$, содержащий $x$

## Тест 38.

1. Вычислите значение выражения: $E = 49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$
2. Покажите, что число $z = \frac{1}{2i}\left(i^7 - \frac{1}{i^7}\right)$ целое
3. Дан определитель $D(\mathrm{x}) = \begin{vmatrix} \sqrt{5x^2 - x} & \mathrm{x} \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве $R$ уравнение $D(x) = 1$
4. Решить на множестве R уравнение $log_2(x^2 - 4) = log_2 x + log_2 3$
5. Решите на множестве $R$ неравенство: $(x-1)\sqrt{6 + x - x^2} \geq 0$
6. Дан треугольник ABC, в котором $AD \perp BC, D \in (\mathrm{BC})$ и $BD = D\mathrm{C}$. Если $m(\angle BAD) = 32°$, найдите $m(\angle ACD)$.
7. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды равна 12 см, а боковая грань пирамиды образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите площадь полной поверхности пирамиды
8. Длина средней линии трапеции равна 4 см, углы у большого основания трапеции равны 40° и 50°. Найдите длины оснований трапеции, зная, что длина отрезка, соединяющего середины основания трапеции, равна 1 см.
9. Изучите монотонность последовательности $(\mathrm{a}_n)_{n\geq 1}$, с общим членом $\mathrm{a}_n = \frac{3n+8}{2n}$
10. Дана функция $f\colon\ R\backslash\{1\} \to R, f(x) = \frac{x^2+mx+n}{x-1}$, определите действительные параметры $m$ и $n$ таким образом, чтобы функция имела экстремум равный 1 в точке x=0

*а*) Напишите уравнения асимптот к графику полученной функции $f$

*б)* Определить координаты точек локального экстремума полученной функции $f$

*в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком полученной функции *f*, осью $\mathrm{O}_x$ и прямыми $x = 2$ и $x = 5$

11. В урне 10 одинаковых шаров: 3 белых и 7 красных. Наугад извлекаются два шара. Найдите вероятность того, что оба шара белые.
12. Найти наибольший биномиальный коэффициент в разложении бинома $(a+b)^n$, зная, что сумма биномиальных коэффициентов равна 4096

## Тест 39.

1. Вычислите значение выражения $E = 81^{\frac{1}{\log_5 3}} + 3^{\log_9 36} + 3^{\frac{4}{\log_7 9}}$
2. Решите на множестве $R$ уравнение $\begin{vmatrix} tgx & 4^{x^2-2} \\ 2^{x+1} & ctgx \end{vmatrix} = 0$
3. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_2(3x - 4) \leq 4$
4. Разложите многочлен $P(X) = X^3 + aX^2 - 5X + 6$ на неприводимые множители, зная, что $P(1) = P(-2)$
5. Определите действительные значения х, для которых числа $z_1 = \lg(2x^2 + x + 1) + i \cdot 4^x$ и $z_2 = \lg(x^2 + 1) + i \cdot (2^{x+1} - 3)$ будут сопряженными
6. Дан равнобедренный треугольник $ABC$, причем $[AB] = [AC]$, где $BD \perp AC, D \in (AC)$. Если $m(\angle DBC) = 40°$, найдите $m(\angle BAC)$.
7. Дан треугольник ABC с длинами сторон $AB = 9$см, $BC = 12$см, $AC = 15$см. Если $[AD]$ — медиана, соответствующая стороне [BC], $D \in (BC)$,найдите площадь треугольника ABD.
8. Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник с длинами катетов 12 см и 16 см. Найдите объем пирамиды, зная, что все боковые ребра пирамиды имеют длину $10\sqrt{5}$ см
9. Дана $(b_n)_{n\geq 1}$ — геометрическая прогрессия такая, что $b_1 = -\frac{2}{9}, b_3 = -2$. Вычислите $b_7$.
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x+c}$.Найдите $a$,$b$,$c$ таким образом, что графи к функции $f$ имела асимптоты $x = 1$ и $y = x + 2$, и точка $P(2; 6)$ принадлежала графику функции.
   *а*) Напишите уравнение касательной к графику функции $f$ в точке абсциссой $x_0 = -1$.
   *б)* Определить интервалы монотонности полученной функции *f.*
   *в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции *f*, осью $O_x$, наклонной асимптотой и прямой $x = -1$ .
11. В урне 11 одинаковых шаров: одни белые, другие красные. Вероятность того, что, вытащив 2 шара, оба они красные, равна $\frac{6}{55}$. Найдите, сколько красных шаров в урне
12. Определите шестой член разложения бинома $\left(\sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)^n$, зная, что биномиальный коэффициент четвертого члена равна 56.

## Тест 40.

1. Вычислите значение выражения $\sqrt[3]{a}$, где $a = 2^{(\sqrt{2}+1)^2} : 2^{2\sqrt{2}}$
2. Вычислите модуль комплексного числа $z = \begin{vmatrix} 2+i & 1-i \\ 3+i & 5-i \end{vmatrix}$
3. Решите на множестве $R$ уравнение $\log_x(4x - 3) = 2$
4. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{3cos2x-1}{sin3x}$. Найдите $f(-\frac{\pi}{2} - x) - f(-\frac{\pi}{2} + x)$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $\sqrt{x^2 - \frac{6x^2}{|x|} + \frac{3}{tg^2 30°}} \leq \frac{1}{2} sin^2 30°$
6. Дан прямоугольный треугольник $ABC$, с $m(< A) = 90°, m(< ABC) = 30°$. Найдите отношение $\frac{AC}{AB}$
7. Мера острого угла ромба равна 60°, а площадь ромба $18\sqrt{3}$ см$^2$. Найдите длину большей диагонали ромба.
8. Прямая призма имеет в основании прямоугольный треугольник, у которого длина одного катета равна половине длины гипотенузы. Зная, что объем призмы равен $360\sqrt{3}$ см$^3$, а высота призмы 5 см, найдите площадь боковой поверхности призмы.

9. Вычислите предел : $L = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{3n^2-7n+1}{2-5n-6n^2}$

10. *Дана функция* $f : D \to R, f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, *где* $D$ – область определения функции

   *а*) Запишите уравнения асимптот к графику функции $f$

   *б)* Определите точки локальных экстремумов функции $f$

   *в)* Определите первообразную $F(x)$ функции $f$, график которой проходит через точку $A(\sqrt{2};2)$

11. Из цифр $1,2,3,\ldots,9$, образуются различные натуральные числа из 7 различных цифр. Найти вероятность того, что, выбрав число из случайно-образовавшихся, первые три его цифры будут нечетными, а остальные – четными

12. Определите все рациональные члены в биномиальном разложении $\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[4]{x}\right)^{16}$

## Тест 41.

1. Вычислите значение выражения: $E = 36^{\log_6 5} + 10^{1-lg2} - 3^{\log_9 36}$
2. Определить число $z \in C$, если $\frac{\bar{z}+7i}{z} = 6$
3. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} x & 2 \\ x+1 & 3 \end{pmatrix}$ Решите на множестве $R$ уравнение $det\, A = \sqrt{4+x}$ , где $det\, A$ представляет собой определитель матрицы A
4. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_2(x-3) \le 1$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $2sin^2x - 2sinx + tgx \cdot cosx - 1 = 0$
6. Дана окружность $C(O;\ R)$, в которой точки A и B диаметрально противоположны, а точка C находится на окружности, так что $m(\angle ABC) = 30°$ и $AB = 12$см. Найдите периметр треугольника AOC
7. Образующая прямого кругового конуса образует с плоскостью основания угол 30°. Определите объем конуса, если площадь его боковой поверхности равна $8\sqrt{3}\pi$ см$^2$
8. В прямоугольный треугольник, периметр которого равен 36 см, вписана окружность. Точка касания делит гипотенузу на два отрезка, отношение длин которых равно 2:3. Найдите длины сторон треугольника
9. Дана арифметическую прогрессию $(a_n)_{n\ge1}$ в которой $a_4 - a_2 = 4$ и $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$. Вычислите сумму первых семи членов прогрессии
10. *Дана функция* $f : R \to R, f(x) = e^x - ax$, где $a \in R, a > 0$

   *а*) Напишите уравнение асимптоты на $-\infty$ к графику функции $f$

   *б)* Определите точки локального экстремума функции $f$

   *в)* Вычислить интеграл $I=\int_0^2 f(x)dx$

11. Из 10 человек (6 мужчин и 4 женщины) формируется команда из 4 человек. Найти вероятность того, что в команде будут только мужчины

12. Дано разложение бинома $\left(\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$. Зная, что разность между биномиальными коэффициентами третьего и второго членов равна 170, вычислить $C_n^{n-2}$.

## Тест 42.

1. Вычислите значение выражения $E = \log_{\frac{1}{4}}(\log_2 3 \cdot \log_3 4)$
2. Определите сопряженное комплексное число для $z$, если выполняется $(3-2i)z = 26i$
3. Определите действительное значение параметра $m$, для которого многочлен $P(X) = 2X^5 + 5X^2 - m$ делится на бином $X+2$

4. Найти все решения уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{sin^2 x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , удовлетворяющие решению неравенства $x^2 - 8x + 12 \leq 0$

5. Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{log_{\frac{1}{2}}^2 x^2+7}{\sqrt{4x+1}} \geq 0$

6. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием [BC], где $[BE$ — биссектриса, $\mathrm{E} \in (\mathrm{AC})$. Если $m(\angle EBC) = 36°$, найдите $m(\angle BAC)$.

7. Периметр прямоугольного треугольника равен 60 см, а отношение длин катетов 3:4. Найдите длину радиуса описанной окружности треугольника

8. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды равна 48см$^2$. Угол, образованный боковой гранью с плоскостью основания, равен 60°. Найдите объём пирамиды

9. Дана числовая последовательность $(x_n)_{n\geq1}$, в которой $x_1 = 1$, $x_{n+1} = \frac{x_n}{\sqrt{1+{x_n}^2}}$. Вычислите $x_2 \cdot x_3$

10. *Дана функция* $f : D \to R, f(x) = \sqrt{2 + x - x^2}$, *где* $D$ – область определения функции

*а*) Определить точки локального экстремума функции $f$

*б)* Определить множество значений функции $f$

*в)* Вычислить интеграл $I = \int_0^1 \frac{1-2x}{f(x)} dx$

11. Набирая номер телефона, человек забыл последние 2 цифры, помня лишь, что они разные. Найти вероятность того, что образовалось искомое число

12. Определите член разложения, который содержит $x^{-1}$ из разложения бинома $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{a} + \frac{a}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$

## Тест 43.

1. Вычислите значение выражения: $E = 25^{\log_5 3\sqrt{5} - \log_5 \sqrt{3}}$

2. Определите действительные числа a и b, такие, что $\frac{2i-i^2}{3i+i^2} = a + bi$

3. Определите множество целых решений неравенства: $(x+1)\sqrt{6+x-x^2} \geq 0$

4. Решите на множестве $R$ уравнение $2\log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$

5. Определить кардинал $(card)$ множества $A$, если $A = \{\mathrm{x} \in R |\ 4^x - 2^x + 1 = 0\} \cup \{\mathrm{x} \in Z\ |(x^2-4) \cdot \sqrt{x+1} = 0\}$.

6. Дан прямоугольный треугольник ABC, с m(∠A)=90°, m(∠C) = 60° и AC = 6 см. Найдите длину описанной окружности треугольника ABC.

7. Периметр треугольника равен 48 см, а длины сторон треугольника прямо пропорциональны числам 3, 4 и 5. Найдите длину медианы, соответствующей большей стороне треугольника

8. Дан прямой круговой конус с вершиной V и радиусом основания $2\sqrt{6}$ см. Хорда [AB] в основании конуса имеет длину $5\sqrt{3}$ см, а $m(\angle AVB) = 120°$. Определите объем конуса.

9. Запишите первые пять членов арифметической прогрессии $(a_n)_{n\geq1}$ , в которой $a_2 + a_4 = 26$ и $a_5 - a_3 = 10$

10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = x^5 + x$

*а)* Вычислите: $L = \lim\limits_{x\to1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

*б)* Сколько точек экстремума имеет функция $f$?

*в)* Определить точки перегиба функции $f$.

*г)* Вычислить интеграл $I = \int_{-1}^{1} f(x) dx$

11. В партии из 10 деталей, 7 высшего качества. Найти вероятность того, что из 6 наугад взятых деталей, 4 окажутся высшего качества.

12. Определить количество рациональных членов в разложения бинома $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^{50}$

## Тест 44.

1. Вычислите значение выражения: $E = \log_3 27 + \log_8 2 + \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{5} + \log_{\frac{1}{7}} \sqrt[3]{7}$
2. Дано комплексное число $z = 3i^7 + (2-i)^2 - 7$. Вычислите сумму между действительной и мнимой частью комплексного числа z
3. Дано $E(\alpha) = \frac{sin\alpha \cdot cos\alpha}{1-2sin^2\alpha}$. Вычислите значение выражения $E(\frac{\pi}{6})$
4. Остаток от деления многочлена $P(X) = -5X^3 + 2X^2 + a$ на бином $Q(X)$=X-3 равен -114. Найдите остаток от деления многочлена P(X) на бином X+2
5. Решите на множестве $R$ уравнение $\log_2(2^x+3)\cdot\log_2(2^{x+2}+12) = 8$
6. Треугольник ABC вписан в окружность $C(O;\ R)$. Если точки B, O, C лежат на одной прямой, найти $m(\angle A)$.
7. В прямом параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, основанием является ромб $ABCD$ со стороной 8 см и $m(\angle A) = 120°$. Определите длину диагонали $AC_1$ параллелепипеда, зная, что длина его бокового ребра равна 6 см.
8. В прямоугольном треугольнике ABC с m(∠A)=90° и m(∠B)=30° длина радиуса вписанной в треугольник окружности равна $\sqrt{3}$ см. Найдите расстояние от вершины C треугольника до точки касания вписанной окружности с катетом [AB].
9. Найдите сумму первых 20 членов арифметической прогрессии $(a_n)_{n\geq1}$ (.), зная, что $a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15} = 20$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = e^{2x} + e^{-2x}$

   *а)* Вычислите: $L=\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$

   *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$

   *в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции *f*, *осью* $O_x$ и прямыми $x = 0$ *и* $x = 1$

11. В коробке лежат катушки ниток. Из них 40% — белой нитью, 20% — с красной, 25% - с синей нитью и 15% —с зеленой. Найти вероятность того, что наугад взятая катушка ниток будет с красной или зеленой нитью.

12. Найти показатель n из разложения бинома $\left(\sqrt[30]{a^{-1}+\sqrt[5]{a}}\right)^n$, зная что шестой член разложения не содержит a

## Тест 45.

1. Вычислите значение выражения $E = \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} + log_3 36 - \log_3 4$
2. Дан многочлен $P(X) = 2X^3 - 3X^2 - 5X + 7$, Определите остаток от деления многочлена P(X) на бином $X + 2$
3. Определить действительные значения $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ из равенства $\frac{x-2+(y-3)i}{1+i}$ = 1-3$i$
4. Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{\sqrt{x-6}}{\log_2(x-5)-1} \geq 0$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $2^{cos2x} = 3\cdot2^{cos^2x} - 4$
6. Площадь квадрата, вписанного в круг, равна $\frac{50}{\pi}$ $см^2$. Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью

7. Дан прямоугольный треугольник ABC, с $m(\angle C) = 90°, CD \perp AB, D \in (AB)$, AC $= 30$см, $CD = 24$ см. Найдите площадь треугольника ABC.
8. Радиус основания прямого кругового цилиндра равен 26 см, а образующая цилиндра 48 см. Узнать, на каком расстоянии от оси цилиндра, необходимо сделать сечение, параллельное оси цилиндра, имеющее форму квадрата
9. Последовательность $(a_n)_{n\geq 1}$ дана рекуррентной формулой $a_1 = 1$ *и* $a_{n+1} = 4 + a_n$. Вычислить сумму $a_1 + a_2 + a_3$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = x^3 - 3x$

   *а)* Вычислите: L=$\lim\limits_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

   *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$

   *в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции $f$, *осью* $O_x$ и прямыми $x = -1$ *и* $x = 1$

11. Из 10 человек (6 мужчин и 4 женщины) формируется команда из 4 человек. Найти вероятность того, что в команде есть и женщины.

12. Найдите показатель степени $n$ из разложения бинома $(x + 2\sqrt{y})^n$, зная, что биномиальный коэффициент четвертого слагаемого равен 120, а биномиальный коэффициент шестого слагаемого равен 252.

## Тест 46.

1. Вычислите значение выражения: E= $\frac{4}{5} \cdot \left[1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}\right]^{\log_{65} 5}$
2. Докажите, что число $z = \left(\frac{1}{1-i} - \frac{1}{1+i}\right)^2$ целое
3. Упростите выражение $E(x) = (1 - sin^2x) \cdot ctg^2x + 1 - ctg^2x$
4. Определить действительные значения a, для которых многочлен $P(X) = X^4 - (2 - sin^2 a)X^3 + 2X^2 cos a + (2 - 5sin^2 a)X + 1$, делится на биномом $Q(X) = X - 1$
5. Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{log^2_{\frac{2}{3}} |3-x|}{x^2-5x} \leq 0$
6. Дана $ABCD$ — трапеция с BC || $AD$, вписанная в окружность $C(O;\ R)$. Если $AB + CD = 12$ см, найдите длину средней линии трапеции
7. Дан ABC — треугольник, в котором $m(\angle A) = 60°$, $m(\angle C) = 45°$, а высота BH имеет длину $2\sqrt{3}$ см, H $\in$ (AC). Определить площадь треугольника ABC.
8. Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник с катетом 8 см. Радиус окружности, вписанной в треугольник в основании призмы, равен 3 см и равен высоте призмы. Определите объем призмы.
9. В арифметической прогрессии $(a_n)_{n\geq 1}$ имеем $a_1 = 3, a_{16} = 63$. Вычислить $a_{10}$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \ln(x^2 + 1)$

   *а)* Вычислите пределы $L_1 = \lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$ и $L_2 = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

   *б)* Определите точки локального экстремума функции $f$

   *в)* Вычислить интеграл $I = \int_{-1}^{1} x \cdot f(x)dx$

11. Чтобы получить проходной балл на экзамене, студенту необходимо ответить на 3. вопроса. Программа содержит 30 вопросов, из которых студент подготовил только 25. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен

12. Найти действительные значения x, при которых сумма третьего и пятого членов разложения бинома $\left(\sqrt{2^x} + \frac{1}{\sqrt{2^{x-1}}}\right)^n$ равна 35, а сумма биномиальных коэффициентов последних трех слагаемых разложения равна 22

## Тест 47.

1. Вычислите значение выражения $E = 9^{\log_3 5} - \log_5 25$
2. Определить сопряженное комплексное число $z = \frac{3}{i} + 2i^3 - 5$
3. Решите на множестве $R$ уравнение $3^{x+2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-5}$
4. Определите действительные значения x, при которых матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 \\ -2 & -2 & x-2 \end{pmatrix}$ обратима
5. Решите на множестве $R$ неравенство $\log_3(4^x+1) + \log_{(4^x+1)} 3 > \frac{5}{2}$
6. Дан квадрат $ABCD$, где $AC \cap BD = \{O\}$. Пусть М — середина [AB], а $N$ — середина [BC]. Если $MN = 3\sqrt{2}$ см, найдите площадь квадрата $ABCD$.
7. Осевое сечение усеченного прямого кругового конуса представляет собой равнобедренную трапецию с основаниями 12 см и 6 см, величина угла у большего основания трапеции равна 30°. Определите площадь боковой поверхности усеченного конуса
8. Биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону на два отрезка длиной 8 см и 10 см. Найти длины сторон треугольника, зная, что центр вписанной в треугольник окружности делит эту биссектрису в соотношении 3:2, считая от вершины треугольника
9. Дана последовательность $(a_n)_{n\geq 1}$ с общим членом $a_n = n^2 - 8n - 65$. Определите, если число $-45$ является членом последовательности, в случае утвердительного ответа определите его номер
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = e^x - x$

    *а*) Вычислите: $L=\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$

    *б)* Определить точки локального экстремума функции $f$

    *в)* Вычислить интеграл $I=\int_0^1 f(x)dx$

*11.* Из 10 человек (6 мужчин и 4 женщины) формируется команда из 4 человек. Найти вероятность того, что в команде 2 мужчины и 2 женщины.

12. В разложения бинома $(\sqrt{x} + x)^n$ разность между биномиальным коэффициентом четвертого слагаемого и биномиальным коэффициентом третьего слагаемого равна 75. Найдите член разложения бинома, содержащий $x^7$.

## Тест 48.

1. Вычислите значение выражения: $E = \log_3 27 - \sqrt{6\frac{1}{4}} + 3^{\log_{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{2}}{2}}$
2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} \log_2(x-3) & \sqrt{3}-1 \\ \sqrt{3}-1 & 2 \end{pmatrix}$. Решите на множестве $R$ неравенство $detA \leq 2$, где $detA$ определитель матрицы
3. Дано $a \in R$ и комплексное число $z = \frac{a+2i}{2+ai}$. Найти a, для $z \in R$
4. Дано выражение $E(x) = \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\sin x} + \frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\cos x}$, где $x \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$. Покажите, что значение выражения E(x) целое.
5. Решить на множестве $R$ уравнение $\frac{x\cdot 3^{1-x} - 81x}{x+3} = 0$
6. Дан квадрат $ABCD$ с площадью 36см$^2$, где $AC \cap BD = \{O\}$, M - середина стороны [BC], $N$ - середина стороны $[CD]$. Найдите площадь четырехугольника $AMCN$.

7. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 13 см, а диагональ боковой грани 12 см. Определите площадь полной поверхности призмы
8. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с AB || $CD$ и $m(\angle A) = 90°$, получаем: $AD = 2\sqrt{3}$см, BC = 6 см и AB = $3 \cdot CD$. Найдите длины диагоналей и площадь трапеции ABCD.
9. Дана арифметическая прогрессия $(a_n)_{n\geq 1}$, в которой $a_3 = 8,\ a_7 = 20$. Найти $a_5 + a_8$
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{x^2+2x+5}{x+1}$

*а)* Напишите уравнения асимптот к графику функции f

*б)* Найдите координаты точек локальных экстремумов функции f.

*в)* Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции *f*, *осью* $O_x$ и прямыми $x = 2$ *и* $x = 4$

11. В урне 15 шаров одинакового размера, из них 10 красных и 5 белых. Из урны случайным образом извлекаются 3 шара. Найти вероятность того, что среди выпавших шаров 2 красных и один белый

*12.* В разложении бинома $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ сумма биномиальных коэффициентов меньше суммы биномиальных коэффициентов из разложения $(a+b)^{2n}$ на 240. Найдите третий член первого разложения.

## Тест 49.

1. Покажите , что значение выражения $E = 9^{1+\log_3 2}$– целое число
2. Пусть $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, так, что $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ . Найдите $\sin 2\alpha$.
3. Остаток от деления многочлена $P(X) = X^3 - aX^2 + 6X - 7$ на бином X-2 равен 7. Найдите остаток от деления многочлена $P(X)$ на бином X+2.
4. Решите на множестве C уравнение $z^3 - z^2 + z - 1 = 0$
5. Решите на множестве R уравнение $2 + \frac{\log^2{}_2|x|}{1+\log_2|x|} > \log_2|x|$
6. Дан треугольник $ABC$, в котором $AB =$ 9см, $AC =$ 13см, где $M$ – середина стороны $[AB]$, N - середина стороны [BC] и N- середина стороны$[BC]$ и NP||AB, P $\in (AC)$ . Найдите периметр четырехугольника $MBCO$
7. В равнобедренный треугольник ABC с основанием [BC] вписана окружность радиусом $2\sqrt{3}$см. Высота [AD] треугольника разделена точкой пересечения с окружностью на два отрезка, длины которых соотносятся, как 1:2, считая от вершины $A$. Найдите периметр треугольника ABC.
8. Высота $[VO]$ правильной четырехугольной пирамиды $VABCD$ равна $12\sqrt{3}$см, а соотношение площади боковой поверхности пирамиды к площади ее основания равно 2. Найдите площадь боковой поверхности, площадь полной поверхности и объем пирамиды
9. Определите положительное действительное число x, зная, что числа $3, 15, x - 5$ являются в указанном порядке последовательными членами геометрической прогрессии.
10. Дана функция $f : R\backslash\{-1\} \to , f(x) = \frac{x^2-ax+b}{x+1}$,где a и b -действительоные числа

*а)* Определите a и b, зная ,что график функции *f* пересекает ось абсцисса в точках абсцисса $x_1 = 0$ и $x_2 = 2$ .

*б)* С a и b , определенные в пункте а), напишите уравнения асимптот к графику функции *f*.

*в)* Вычислите интеграл $I = \int_4^6 f(x)\,dx$

11. В институте научных исследовании работают 120 человек. 70 из них знают английский, 60 — французский и 50 — оба языка. Найти вероятность того, что случайно выбранный сотрудник не знает ни одного языка.

12. Найдите ${C_n}^3$, зная, что четвертый член разложения $\left(x^2+\frac{1}{x}\cdot\sqrt[3]{x}\right)^n$ содержит $x^{14}$.

## Тест 50.

1. Решите значение выражения $E=(0{,}4)^{-2}\cdot\left(\frac{125}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$
2. Решите на множестве R неравенство $\begin{vmatrix}\sqrt{x-2} & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}<1.$
3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}iz & 2i-1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ Определите комплексные числа z , для которых матрицах A- не обратима .
4. Определите значение выражения $E(\alpha)=\frac{4}{5}\operatorname{tg}\alpha+\frac{5}{12}\sin(2\alpha)$ , зная что $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$ и $\alpha\in\left(-\pi;-\frac{\pi}{2}\right)$.
5. Решите на множестве R уравнение $\log_2\left(\frac{1}{|x-1|-1}\right)=1$.
6. $ABCD$ — квадрат со стороной 6 см, у которого $AC\cap BD=\{O\}$ и $OM\ \perp\ 4B, M\ \in(AB)$. Найдите площадь четырехугольника $MBCO$.
7. В равнобедренном прямоугольном треугольнике медиана, соответствующая гипотенузе, равна $2\sqrt{2}$см. Определите длину медианы, соответствующей одному катету
8. Образующая прямого кругового конуса равна 11см. Точки A, B и C принадлежат окружности в основании конуса, так что AB = $3\sqrt{3}$ см, BC = $5\sqrt{3}$ см и м (∠ABC) = 120°. Определите объем конуса.
9. Изучите монотонность последовательности $(a_n)_{n\geq 1}$, с общим термином $a_n=\frac{2n+5}{n+1}$
10. Дана функция $f: D\to R, f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$

    *а)* Напишите уравнение костальной к графику функции *f* в точке абсцисса $x_0=e^2$

    *б)* Определите интервалы монотонности функции *f*.

    *в)* Определите площадь фигуры, ограниченной графиком функции f, осью $O_x$ и прямыми уравнения x = 1 и x = e.

11. Определить вероятность того, что у пятизначного натурального числа, взятого наугад, все цифры будут разными и первая цифра будет нечётная.

12. Найдите член, содержащий $x^5$, из развития $\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$, зная сумма биномиальных коэффициентов этого развития равна 128.

## Тест 51.

1. Найти значение выражения $a=27^{1-\log_3 2}$
2. Дан многочлен $P(X)=2X^3-5X^2-11X+m$

    *а*)Определите значения параметра m , если известно , что один из корней многочлена равен $-1$.

    *б*)Определите другие корни многочлена P$(X)$ для $m$ , определённого раньше.

3. Решите на множестве R уравнение $\left(\frac{4}{9}\right)^{\sqrt{x}}=(2{,}25)^{\sqrt{x}-1}$
4. Пусть $z_1$и $z_2$ –комплексные решения уравнения $z^2+(2+i)z+3-i=0$ . Определите $|z_1+z_2|$ .
5. Решите на множестве R неравенство $\sqrt{x^2-4}\cdot b[\log_2(1-x)-3]<0$
6. Дан прямоугольный треугольник ABC с m(∠A) = 90°, в котором AB = 7 см и BC = 14см. Пусть BD — биссектриса треугольника ABC, D∈ (AC). Найдите величину угла ABD

7. ABCD — равнобедренная трапеция, в которой $AD||BC, AD = 6$см, $CD = 2$см. и BC = 5см. Боковые стороны AB и BC трапеции пересекаются в точке M. Определите длину высоты треугольника $AMD$, соответствующей стороне AD
8. Высота правильной треугольной пирамиды равна 2 см, а величина двугранного угла при основании пирамиды равна 30°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды
9. Дана прогрессия $(a_n)_{n\geq1}$, определенная рекуррентным методом:$a_1 = 2$ , $a_{n+1} = a_n = 3$. Определите значение выражения $E = a_1 \cdot a_4 - a_2 \cdot a_3$
10. Дана функция $f : (0; +\infty) \to R, f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$

   *а)* Определите асимптоты к графику функции $f$

   *б)* Определите интервалы монотонности и точки локальных экстремумов функции $f$.

   *в)* Определите площадь фигуры, ограниченной графиком функции f, осью $O_x$ и прямыми уравнения $x = \frac{1}{e}$ и $x = e$
11. В одной урне 3 красных и 2 белых шара, а в другой 2 красных и 3 белых шара одинакового размера. Из каждой урны вынимают по одному шару. Найдите вероятность того, что оба шара красные.
12. Сумма биномиальных коэффициентов первых трех членов разложения $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt[3]{a}}\right)^n$ равна 121. Найдите член, содержащий $a^5$ из данного разложения.

## Тест 52.

1. Покажите, что число $a = 4^{\log_2 \sqrt{7}} + \log_5 75 - \log_5 3$ – целое число .
2. Дано $z = 2i - 5i^3(1 - i) + 4$. Определите сопряженное комплексного числа $z$
3. $D(x) = \begin{vmatrix} \lg(12 - x) & 2 \\ \lg x & 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве R неравенство $D(x) = 0$
4. Дан многочлен, $P(x) = aX^4 + X^3 + bX^2 - X + 6$. Зная , что $P(X)$ делится без остатка на $X + 1$ и остаток от деления $P(X)$ на X-2 равен 12 , найдите остаток от деления $P(X)$ на $X + 3$
5. Решите на множестве $R$ неравенство $6\sin^2 x - 2\sin(2x) = 5$
6. Дан треугольник $ABC$ с $m(\angle A) = 90°, AC = 8{,}5$ см, $BC = 17$ см. Найдите соотношение величин углов ABC и ACB в треугольнике ABC.
7. Пусть $ABC$ — равнобедренный остроугольный треугольник, в котором $AB = BC$ и высота AD равна 6 см, $D \in (BC)$. Определите периметр треугольника ABC, если его площадь равна 30 см$^2$.
8. В прямом круговом конусе с радиусом основания 5 см и высотой 12 см , проходит параллельное основанию сечение, имеющее площадь 9 $\pi$ см$^2$. Найдите площадь боковой поверхности и объем образованного усеченного конуса.
9. Дана арифметическая прогрессия $(a_n)_{n\geq1}$, в которой $\begin{cases} a_1 + a_4 = -4 \\ a_2 + a_5 = 5 \end{cases}$. Найдите сумму первых 15-ти элементов прогрессии.
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{mx-2}{x^2-nx+1}$

   *а)* Определить действительные значения параметров $\boldsymbol{m}$ и $\boldsymbol{n}$ так, чтобы $x = 0$ и $x = 2$ были точками локальных экстремумов функции $\boldsymbol{f}$

   *б)* Для ранее определенного $\boldsymbol{m}$ и $\boldsymbol{n}$, напишите уравнение касательной к графику функции f до точки, в которой график функции пересекает ось $O_x$.

   *в)* Определите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f$, осью $O_x$ и прямыми уравнения $x = 1$ и $x = 2$.

11. В урне 11 одинаковых шаров: одни белые, другие красные. Вероятность того, что, вытащив из урны два шара, оба будут красные, равна $\frac{6}{55}$.Узнайте , сколько красных шаров в урне

12. В разложении $\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt[5]{a^2}}\right)^n$ разница между биномиальным коэффициентом 3 члена и биномиальным коэффициентом первого члена равна 65. Найдите член, содержащий $a^6$ из этого разложения.

## Тест 53.

1. Вычислите значение выражения: $E=25^{\frac{1}{\log_2 5}}-64^{\frac{1}{6}}$
2. Дан $\bar{z}=(2+i)(3-i)-4+5i,$ где $\bar{z}$ –сопряженное комплексного числа $z$. Определите комплексное число z.
3. Решите на множестве $R$ неравенство $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}-\sqrt{\left(\frac{27}{8}\right)^{x}}>0$
4. Дан многочлен, $P(x)=X(X-1)(X-a)+12$ ,где a – целое число. Известно, что $X=-1$ – корень многочлена. Разложите $P(x)$ на множители
5. Найдите решения уравнения $1-5\sin x+2\cos^2 x=0$ , которые проверяют условие $\cos x\geq 0$
6. ABC — треугольник, где m (∠A) = 60° и m (∠C) = 50°. Если [BD — биссектриса угла B в треугольнике D∈ (AC), найдите m (∠ABD)
7. Диагональ осевого сечения прямого кругового цилиндра имеет длину, равную 8 см, и образует угол 60° с плоскостью основания цилиндра. Определите площадь боковой поверхности цилиндра.
8. Найдите длину средней линии прямоугольной трапеции, описанной кругом, зная, что расстояния от центра круга до концов большей стороны равны 6см и 8см
9. Проанализируете монотонность прогрессии с общем термином $a_n\,\frac{(n!)^2}{\sqrt{n!}}$
10. Дана функция $f:R\rightarrow R, f(x)=\frac{x^2-3x}{\sqrt{x^2+1}}$

    *а)* Определите уравнения асимптот к графику функции *f*
    *б)* Найдите точки локального экстремума функции *f* и значение функции в точках экстремума.
    *в)* Определите объем тела, полученного вращением вокруг оси $O_x$ поверхностью, ограниченной осью $O_x$ и графиком функции *f*.

11. На полке находятся 10 книг, некоторые из них по математике. Вероятность того, что две случайно взятые с полки книги окажутся по математике, равна $\frac{1}{3}$ . Определите сколько книг по математике находятся на полке.

12. Определите для каких положительных значений x четвертый элемент разложения $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^7$ равен 280

## Тест 54.

1. Вычислите значение выражения: $a=\log_3(3\cdot\log_3 27)+\log_{\frac{1}{2}}(\log_2\sqrt{2})$
2. Решите на множестве $R$ уравнение $\begin{vmatrix} x^2-4 & -1 \\ x-2 & x+2 \end{vmatrix}=0$
3. Дано уравнение $E(x)=\frac{\cos^4 x+\sin^2 x\cdot\cos^2 x}{\sin^2 x}$. Покажите, что $E\left(\frac{\pi}{6}\right)$ – натуральное число

4. Определите комплексные числа $z$, которые являются решением уравнения
   $z^2 - 2(z - \bar{z}) + 4 = 0$
5. Решите на множестве R неравенство $\frac{\log^2{}_{x-1}(5-x)}{x^2-3x} \leq 0$
6. Дан треугольник ABC, в котором [AM] — медиана, M $\in$ (BC). Если $[MD]$ — медиана треугольника $AMC$, $D \in (AC)$, а площадь треугольника $DMC$ равен 18см$^2$, найдите площадь треугольника ABC
7. $ABC$ — прямоугольный треугольник, в котором $m(\angle A) = 90°$, и биссектриса $[BM]$ делит катет $[AC]$ на отрезки $AM = 8$см и $MC = 10$см. Определите длину радиуса описанной окружности к треугольнику $ABC$.
8. Дана правильная треугольная пирамида с радиусом окружности, описывающей основание, равной 4 см, а угол, образуемый боковой гранью с плоскостью основания, равен 60°. Найдите объём пирамиды.
9. Дана прогрессия $(a_n)_{n\geq1}$, в которой $a_8$= 32, $a_{15}$= 67. Найдите $a_{20}$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = 2\sin^2 x - \sin 2x$

   *а)* Приведите к более простой форме выражение $E(x) = f(x) - f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

   *б)* Определите решения уравнения $f(x) = 0$, расположенные на промежутке $[\pi; 2\pi]$

   *в)* Для функции $f: (0; 2\pi) \to R$ найдите первообразную, которая проходит через точку $A\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

   *г)* Определите действительные значения параметра $b$, для которого прямая $y = 2x + b$ – касательная к графику функции $f$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$

11. В урне 10 белых шаров, 8 красных и 6 желтых шаров. Найдите вероятность того, что, если наугад вытащить из урны два шара, оба окажутся красными
12. Определите $n \in N^*$ и элемент, содержащий $x^4$ из разложения бинома $\left(x\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x\sqrt[3]{x}}\right)^n$,зная, что сумма биномиальных коэффициентов этого разложения равна 128.

## Тест 55.

1. Вычислите среднее арифметическое значение чисел: $a = \log_3 18$ и $b = \log_9 \frac{1}{4}$.
2. Определите максимальное значение функции на области определения $f(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{1}{8}}$.
3. Решите на множестве $C$ уравнение $|z| - iz = 1 - 2i$
4. Решите на множестве R уравнение $\begin{vmatrix} \log_3(x-4) & \log_4 5 \\ \log_5 4 & 2 \end{vmatrix} = 3$
5. Найдите действительные значения $x$, при которых матрица $A = \begin{pmatrix} e^x & e^{-x} \\ 2 + e^x & 1 \end{pmatrix}$ обратима
6. $ABC$ — треугольник, в котором $[BD]$ — высота, $D \in (AC)$ и $[AM]$ — медиана, $M \in (BC)$. Если $MP \perp AC$ и $MP = 5$ см, найдите $BD$
7. В правильной треугольной призме боковая грань представляет собой квадрат с диагональю $6\sqrt{2}$ см. Определите объем призмы
8. В окружности радиусом 6 см вписанный угол ABC опирается на дугу 120°. Определите длины хорд $[AB]$ и $[BC]$, если $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$.
9. Дана прогрессия $(a_n)_{n\geq1}$, определяемая рекуррентным методом : $a_1$= 3, $a_{n+1}$= $2a_n$ +5. Найдите произведение $P = a_2 \cdot a_3$
10. Дана функция $f : D \to R, f(x) = \frac{x^2-2x-1}{x+2}$

   а) Напишите уравнения асимптот к графику функции $f$

*б)* Определите интервалы монотонности и точки локального экстремума $f$.

*в)* Вычислить интеграл $I = \int_3^5 f(x)dx$

*11.* 10 шариков, пронумерованных цифрами 1, 2, 3,4,5,6,7,8,9,10 располагаются в ряд один за другим. Найдите вероятность того, что шарик с номером 2 окажется за шариком с номером 1.

12. Дано разложение бинома $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}} + \sqrt[3]{x^2}\right)^n$,где $x > 0$. Зная, что разница между биномиальными коэффициентами третьего члена и первого члена равна 35, найдите член разложения, содержащий $\sqrt{x}$.

## Тест 56.

1. Вычислите значение выражения: $E = \sqrt{10^{2+\frac{1}{2}lg16}}$
2. Найдите модуль комплексного числа $z = \frac{25}{(2-i)^2}$
3. Решите на множестве R неравенство $9^{x^{-4x-5}} < 3^{-x} \cdot \frac{1}{27}$
4. Покажите ,что значение выражения $E(X) = \cos^2 x \cdot (\operatorname{tg} x + 2)(2\operatorname{tg} x + 1) - 5x \sin x \cos x -$ целое число.
5. Решите на множестве $R$ неравенство $(2 - |x-1|) \cdot \log_{\frac{1}{10}}(4x^2 + 8) \leq 0$
6. Площадь квадрата равна 81 см$^2$. Найдите длину диагонали квадрата
7. В ромбе малая диагональ равна 30 см, а высота 24 см. Определите периметр ромба
8. Основание прямого параллелепипеда – ромб. Высота параллелепипеда равна $\sqrt{3}$ см, а диагонали образуют с плоскостью основания углы 45° и 30°. Определите объем параллелепипеда.
9. В геометрической прогрессии $(b_n)_{n\geq1}$ известны :$b_5 = 61, b_{11} = 1647$. Вычислите $b_7$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = \ln(1 + x^2)$

   *а)* Вычислите предел $L = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{f(x)}{x}$

   *б)* Найдите интервалы монотонности и локальные экстремумы функции f.

   *в)* Вычислите интеграл $I = \int_0^1 f(x)\,dx$

11. В урне 10 одинаковых шаров: 3 белых и 7 красных. Наугад извлекаются два шара. Какова вероятность того, что два вынутых шара окажутся белыми?

12. В разложении бинома$\left(a\sqrt[4]{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^n$ , $a \neq 0$.сумма биномиальных коэффициентов на четной позиции равна 128. Найдите элемент , содержащий $a^3$.

## Тест 57.

1. Вычислите значение выражения: $E = \sqrt{25^{\frac{1}{\log_6 5}} + 49^{\frac{1}{\log_6 7}}}$
2. Найдите остаток деления многочлена $P(X) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 4$ на бином $X + 2$
3. Решите на множестве R неравенство $8 \cdot 2^{x^2-3x} < (0{,}5)^{-1}$
4. Пусть $z = \begin{vmatrix} 2-i & 2+3i \\ i & 1+2i \end{vmatrix}$. Найдите модуль комплексного числа $\bar{z}$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $\ln(x^2 + 1) - 0{,}5\ln(x^2 + 2x + 1) = \ln 3$
6. ABC- прямоугольный треугольник, где m (∠A) = 90° и m (∠B) = 2 • m(∠C). Если AB = 6 см, найдите BC

7. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной призмы равна площади основания. Определите косинус угла, образованного диагональю призмы с плоскостью основания.
8. Дан треугольник ABC, в котором [MN] — средняя линия, M∈ (AB). N∈ (BC) и MN = 5см. Найдите длину биссектрисы AD где D∈ $(BC)$, если периметр треугольника ABC равен 24 см и AB на 2 см больше BC
9. Найдите три числа арифметической прогрессии, зная, что их сумма равна 63, а соотношение между первым и третьим членом равно $\frac{5}{9}$
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + m$

   *а)* Определите $m \in R$, для которого $f'(1) = m$

   *б)* Для m, определенного в пункте а), найти интервалы монотонности и локальные экстремумы функции $f$

   *в)* Вычислите интеграл $I = \int_1^2 \frac{x^2-4x+3}{f(x)} dx$
11. В урне 12 шаров: 8 белых и 4 красных. Случайным образом вытаскивается 6 шаров. Найдите вероятность того, что два из вынутых шаров окажутся красными
12. В разложении бинома$\left(a\sqrt[3]{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^n$.сумма биномиальных коэффициентов на нечетной позиции равна 128. Найдите элемент , содержащий $a^3$.

## Тест 58.

1. Вычислите значение выражения: $E = \frac{1}{2} \cdot \lg 36 + \log_{0,1} 60$
2. Решите на R неравенство $9^{\log_3 x} < 1$
3. Найдите сопряжённое комплексного числа z= $\begin{vmatrix} i^2 & i^3 \\ 2-3i & i \end{vmatrix}$
4. Решите на множестве R×R систему уравнений $\begin{cases} \log_4 x - \log_4 y = 1 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $\sqrt{2\sin^2 x} = \cos x$,и найдите решения уравнения, которые принадлежат промежутку $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$
6. $ABCD$-ромб, где AC ∩ BD = {O}. Если m(∠ABO) = 20°, найдите m(∠BCO).
7. В равнобедренной трапеции боковая сторона равна 30 см, а диагональ равна 40 см и перпендикулярна боковой стороне. Определите длину малого основания трапеции.
8. Высота правильной треугольной пирамиды равна 2 см, а величина двугранного угла при основании пирамиды - 30°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды
9. Покажите , что последовательность $a_n = \frac{3n-1}{3n+1}$, что ограничен и монотонный.
10. Дана функция $f : R\backslash\{2\} \to R, f(x) = \frac{x^2-5x+7}{x-2}$

   *а)* Найдите координаты точек на графике функции $f$, в которых проходит наклонная, угловой коэффициент которой равная $\frac{3}{4}$.

   *б)* Определите множество $E$ значений функции $f$.

   *в)* Вычислите первообразную $F: D \to R$ функции f, для которой $F(3) = 2$.
11. С помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5 образуются все натуральные трехзначные числа. Найдите вероятность того, что при случайном выборе числа из образовавшихся оно будет кратно 4
12. Определите средний член из разложения бинома$\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^6$.

## Тест 59.

1. Вычислите значение выражения: $a = 5^{\log_{\sqrt{5}} 4 + 2\cdot\log_5 3}$
2. Найдите модуль комплексного числа: $z = \begin{vmatrix} 2+i & 1-i \\ 3+i & 5-i \end{vmatrix}$
3. Дано выражение $\mathrm{E}(a) = \frac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha} - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$. Найдите $E\left(\frac{\pi}{4}\right)$.
4. Найдите сумму действительных решений уравнения $\left(\frac{5}{3}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{9}{25}\right)^{x^2+2x-11} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-9}$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $\log_4 x^2 + \log^2{}_2(-x) > 6$
6. Дан квадрат $ABCD$, в котором AC$\cap$ $BD = \{O\}$ , AC=8см. и M середина стороны $[AB]$. Найдите площадь треугольника $MAD$.
7. Прямой круговой цилиндр имеет объём 12 см$^3$. Другой цилиндр имеет высоту в 3 раза больше, чем в первом цилиндре и радиус основания в два раза меньше, чем у первого цилиндра. Найдите объём второго цилиндра
8. Периметр прямоугольного треугольника равен 30 см$^2$. В треугольник вписана окружность. Точка касания окружности с одним из катетов делит катет на отрезки, длины которых соотносятся, как $2:3$, измеряя от прямого угла. Найдите длины сторон треугольника.
9. Периметр выпуклого многоугольника равен 234 см. Найдите сколько сторон имеет многоугольник, зная, что его стороны формируют арифметическую прогрессию, разность которой равна 2 см, а самая большая сторона имеет длину 42 см.
10. Дана функция $f : R \to R, f(x) = e^x - 2x$

    а) Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке абсцисса 1, расположенной на графике функции

    *б)* Определите интервалы монотонности и точки локального экстремума $f$.

    *в)* Вычислите первообразную $F(x)$ функции $f(x)$, график который проходит через точку $\mathrm{A}(0;5)$

11. Вероятность того, что один токарный станок, который работает час, не будет работать равна 0,15, а другого токарного станка равна 0,16. Какова вероятность того, что оба станка будут работать непрерывно ?
12. Определите член, содержащий $x^6$, из разложения бинома$\left(x\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$,зная ,что разность биномиальных коэффициентов третьего и второго элемента равна 35.

## Тест 60.

1. Вычислите значение выражения: $\mathrm{E} = (0{,}027)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{10}\right)^{-2}$
2. Найдите модуль комплексного числа: $z = \left[\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{\pi}{18} + i\sin\frac{\pi}{18}\right)\right]^6$
3. Решите на множестве $R$ уравнение $\frac{x\cdot 3^{x-1} - 81x}{x+3} = 0$
4. Вычислите на множестве $R$ систему уравнений $\begin{cases} 2^x \cdot 4^y = 64 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \end{cases}$
5. Решите на множестве $R$ уравнение $2\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{3}{2}\sin 2x$
6. Диагональ прямоугольника имеет длину $4\sqrt{10}$см. Найдите площадь круга, ограниченного окружностью ,описывающая прямоугольник
7. Большее основание равнобедренной трапеции является диаметром окружности, описанной около трапеции. Боковая сторона трапеции равна 15 см, а высота равна 12 см. Найдите радиус окружности, описывающей трапецию.

8. Боковое ребро и апофема правильной треугольной пирамиды соответственно равны 11см. и 7 см. Найдите площадь сечения, которое проходит через боковое ребро и высоту пирамиды
9. Найдите 3 числа в геометрической прогрессии, сумма которых равна 28, зная, что, если вычесть из последнего элемента 4, получим три элемента арифметической прогрессии
10. Дана функция $f : R^* \to R, f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

    *а)* Напишите уравнения асимптот к графику функции f

    *б)* Определите интервалы монотонности и точки локального экстремума функции $f$

    *в)* Вычислить интеграл $I=\int_1^3 f(x)dx$

11. В одной урне находятся идентичные красные и синие шары. Известно . что вероятность выбирая наугад синий шар равна $\frac{7}{8}$. Зная, что в урне находится 5 красных шаров, найдите сколько синих шаров находятся в урне.

12. Найдите $n$ из разложения бинома$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^n$, зная, что $\frac{T_3}{T_4} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

## Ответы:

***Первые 10 тестов*** полностью решены:

Смотрите в сборнике! Или в сканах сборника (напишите, если у Вас его нет)

***Ответы других тестов: (11-60, есть опечатки!)***