

UNIVERSITATEA DE STAT DIN TIRASPOL

Cu titlu de manuscris

CZU 37.016:51(091)(043.2)

COJOCARU ION

**ÎNVĂȚĂMÂNTUL MATEMATIC ÎN MOLDOVA:
secolul al XV-lea – începutul secolului al XX-lea
(Aspect didactic)**

Specialitatea: *13.00.02 – Teoria și metodologia instruirii (matematica)*

Teză de doctor în pedagogie

Conducător științific:

HARITON Andrei,
doctor în pedagogie,
profesor universitar.

Consultant științific:

CALMUTCHI Laurențiu,
doctor în științe fizico-matematice,
conferențiar universitar.

Autorul

COJOCARU Ion

Chișinău, 2007

CUPRINS

PRELIMINARII.....	1
Capitolul I	
ASPECTUL DIDACTIC AL PARADIGMELOR ȘI TEHNOLOGIILOR DE INSTRUIRE ALE ÎNVĂȚĂMÂNTULUI MATEMATIC ÎN MOLDOVA DE LA ÎNFIINȚAREA PRIMELOR ȘCOLI (secolul XV) PÂNĂ LA ÎNCEPUTUL SECOLULUI XX.....	8
1.1. Implicații metodologice ale paradigmei și tehnologiei de instruire în învățământul matematic.....	8
1.2. Aspectul didactic al educației matematice populare ca formă originală de instruire continuă	14
1.3. Evoluția tehnologiilor didactice în învățământul matematic (secolul XV – începutul secolului XX)	19
1.3.1. Aspectul didactic al evoluției conținutului învățământului matematic ca parte componentă a Curriculum-ului școlar	27
1.3.2. Conceptul de manual școlar și evoluția lui din punctul de vedere al rigurozității didacticei matematice.....	42
1.3.3. Școala națională în concepția pedagogilor autohtoni	45
1.3.4. Gândirea pedagogică progresistă și impactul ei asupra perfecționării continue a aspectului didactic al paradigmelor învățământului matematic.....	50
1.3.5. Politica statului și reformele în învățământul matematic.....	52
1.4. Aportul cadrului didactic în dezvoltarea importanței cognitive a învățământului matematic și în sporirea continuă a eficienței lui.....	55
Capitolul II	
EVOLUȚIA TEHNOLOGIILOR DIDACTICE ȘI A METODOLOGIEI PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII MATEMATICII	59
2.1. Perfecționarea continuă a metodologiei predării-învățării disciplinelor matematice	60
2.1.1. Constituirea metodologiei de predare-învățare a aritmeticii	62
2.1.2. Metodologia predării-învățării geometriei	71
2.1.3. Metodologia predării-învățării algebrei	77
2.1.4. Metodologia predării-învățării trigonometriei.....	80

2.1.5. Metodologia predării-învăţării elementelor de matematică superioară	83
2.2. Principiile didactice aplicate în învăţământul matematic.....	87
2.3. Metodele didactice de predare-învăţare a matematicii în corespundere cu paradigmele respective ale învăţământului matematic.....	89
2.4. Formele de organizare a învăţământului matematic	93

Capitolul III

ELABORAREA ŞI VALIDAREA SISTEMULUI METODOLOGIC DE INSTRUIRE A STUDENŢILOR FACULTĂŢILOR DE PROFIL ALE INSTITUŢIILOR DE ÎNVĂŢĂMÂNT ÎN BAZA APLICĂRII METODEI GENETICO-ISTORICE DE STUDIERE

A NOŢIUNILOR MATEMATICE	98
3.1. Metodologia pregătirii profesionale a viitorilor profesori de matematică bazata pe utilizarea noţiunilor istorico-matematice în procesul instruirii.....	102
3.1.1. Metoda genetico-istorică de predare-învăţare a noţiunilor matematice.....	103
3.1.2. Importanţa elementelor istorico-matematice în instruirea şi educarea elevilor	105
3.1.3. Ponderea metodei genetico-istorice de studiere a noţiunilor matematice în formarea profesională a cadrului didactic.....	107
3.1.4. Principiile fundamentale ale sistemului metodologic de formare a cadrului didactic în planul utilizării noţiunilor istorico-matematice în procesul instructiv	109
3.1.5. Tehnici de aplicare a metodei genetico-istorice în procesul predării-învăţării matematicii.....	111
3.2. Validarea experimentală a eficienţei modelului didactic elaborat	113
CONCLUZII GENERALE ŞI RECOMANDĂRI.....	123
BIBLIOGRAFIE.....	127
ADNOTĂRI	135
PEZIOME.....	135
SUMMARY.....	136
PLANŞE	136
ANEXE	

PRELIMINARII

Învățământul preuniversitar la matematică din Republica Moldova se află în iureșul reformelor. Aceste reforme vizează principiile fundamentale de constituire a învățământului matematic.

Transformările actuale, care au loc în didactica matematicii, poartă amprenta timpului – începutul secolului al XXI-lea. Se caută căi raționale de integrare europeană, de aderare la Procesul de la Bologna. În acest context devine importantă cercetarea retrospectivă a procesului de formare a unui Curriculum educațional în domeniul învățământului matematic, analiza tendinței de dezvoltare a învățământului matematic din Moldova, a curentelor și concepțiilor pedagogice ce s-au conturat și s-au afirmat pe parcurs, a evaluării esențelor lor și a influenței acestora asupra dezvoltării didacticii matematicii.

Astăzi nivelul de cunoștințe istorico-pedagogice al profesorilor de matematică și al studenților, nu poate fi considerat satisfăcător. Una din principalele cauze ale acestei situații este că timp îndelungat cercetările referitoare la istoria școlii și evoluției gândirii pedagogice, a teoriei și metodologiei instruirii în țară au demarat sub influența paradigmatelor subiective ale procesului general-istoric de pe pozițiile clasei dominante și ale ideologiei comuniste.

Paradigma contemporană a învățământului matematic cere o cercetare multilaterală și aprofundată a procesului istoric în contextul situațiilor socioculturale complicate ce au avut loc în domeniul învățământului matematic din Moldova în perioada vizată. Cercetarea situațiilor și tendințelor evoluției școlii naționale, a învățământului matematic (fragmentar) și a gândirii pedagogice în Moldova până la începutul secolului al XX-lea a fost întreprinsă în lucrările lui N. Adăniloie, Gh. Andonie, T. Cibotaru, I. Goraș, N. Iorga, Șt. Pascu, B. Bâcicov, I. Lupu, V. Belousov, I. Neagu ș.a. Evoluția învățământului în Moldova în aceste lucrări este expusă ca un proces complex și plin de contradicții. Cercetările numite sunt vaste, dar ele vizează dezvoltarea învățământului și gândirii pedagogice generale.

Pentru a obține o caracteristică amplă și obiectivă a învățământului matematic în Moldova din perioada vizată, este necesară o analiză a faptelor istorico-pedagogice și o restabilire a tabloului veridic al reformelor din domeniul învățământului matematic. Se impune o analiză integrală a formelor de organizare a învățământului, a evoluției conținutului, principiilor, metodelor și mijloacelor de instruire și racordarea lor la cerințele paradigmatelor actuale ale învățământului matematic.

Cunoașterea evoluției și dezvoltării învățământului matematic poate fi un stimul aplicabil în direcția sporirii eficacității învățământului matematic modern. Se știe că profesorii care aplică în expunerea materiei de studiu fapte legate de evoluția învățământului matematic contribuie la o

înțelegere profundă și clară a obiectului și a însușirii materiei de studiu în mod conștient și fundamentat (H. Freudental, V. Bobînin, F. Klein, K. Weyssel, G. Gleizer etc.).

La etapa actuală nu toți profesorii de matematică aplică *principiul istorico-genetic* de studiere a noțiunilor. Una din cauzele situației create, după părerea noastră, este insuficiența de cunoștințe în acest domeniu. Predarea-învățarea matematicii, în linii generale, trebuie să parcurgă calea dezvoltării științei *matematica*, care, fiind ajustată *la particularitățile de vârstă ale elevilor*, va contribui în mod substanțial, pe parcursul anilor de școală, la însușirea în mod conștient și consecvent a multiplelor idei abstracte din matematică [130, p.11]. Cunoștințele din domeniul istoriei dezvoltării învățământului matematic pot contribui nu numai la sporirea interesului față de matematică, dar concomitent, pot deveni un potențial valoros de cunoaștere a culturii generale. Propuneri prețioase în acest plan au fost înaintate de savanții-matematicieni în perioada corespunzătoare de activitate: H. Freudenthal, F. Klein (Germania, 1891-1900), V. Bobînin (Rusia, 1893-1900), R. Aslanov, H. Grebenov, G. Denisova, L. Eremina, N. Egorina, A. Muhin, S. Moiseev, B. Naimanov, A. Mordkovici ș.a. (Rusia, 1960-1980), G. Gleizer (Moldova, 1960-1964), D. Polya (SUA, 1930-1970), K. Ianke (Germania, 1996-1999), A. Fauvel (Anglia, 2000-2004), Van M. Ahen (Olanda, 2000-2004), O. Stacey și Mac Gregor (Anglia, 2001-2003) ș.a. Din cele expuse rezultă importanța formării inițiale și continue a cadrelor didactice orientată spre utilizarea chibzuită a elementelor de istorism-matematic, pentru înlesnirea procesului de însușire conștientă și fundamentată logic a noțiunilor matematice bazate pe principiul istorico-genetic și pe bogăția științifică și spirituală a poporului băștinaș.

Conform tendințelor actuale de dezvoltare a învățământului se profilează **problema cercetării** – de a studia evoluția învățământului matematic prin prisma politicii statului Moldova (secolul XV – începutul secolului XX), teoriei pedagogice și metodologiei instruirii adecvate acestei perioade, pentru a determina indicii ce au condiționat transformările teoretico-metodologice în domeniul acestui învățământ, survenite pe parcursul perioadei vizate, și, reieșind din acestea, de a fundamenta metodic modelul de instruire a studenților facultăților de profil bazat pe evoluția învățământului matematic în Moldova.

Obiectul cercetării îl constituie procesul evoluției învățământului în Moldova (secolul XV – începutul secolului XX), paradigmele instruirii matematice și formării cadrelor didactice.

Scopul cercetării: Corelarea procesului de formare a cadrelor didactice la matematică în Republica Moldova cu rezultatele obținute în examinarea evoluției învățământului matematic în Moldova din perioada secolului al XV-lea – începutul secolului al XX-lea.

Ipoteza cercetării: Asigurarea unor rezultate mai înalte în raport cu cele medii statistice în educarea motivației studierii matematicii, formarea profesională și sporirea nivelului eficienței muncii cadrului didactic vor fi posibile, dacă:

- profesorii, autorii manualelor de matematică vor cunoaște particularitățile reformelor și tendințele evoluției învățământului în Moldova (secolul XV – începutul secolului XX);
- profesorii vor avea o atașare lăuntrică pozitivă față de aplicarea cunoștințelor de istorism matematic în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii;
- vor fi argumentate și demonstrate aplicativ avantajele abordării din perspectiva structural-logică, a modulelor „File din istoria învățământului matematic în Moldova din secolul XV până la începutul secolului XX” și „Elemente din istoria matematicii în predarea-învățarea noțiunilor matematice în învățământul primar și gimnazial”, ca două componente de bază ale cursului facultativ;
- formarea inițială și continuă a profesorilor de matematică se va efectua în conformitate cu modelul didactic propus în baza metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice utilizând tehnologiile didactice adecvate.

Din această ipoteză generală s-au definit și formulat **obiectivele cercetării**:

1. Analiza condițiilor istorico-politice și social-economice de constituire a sistemului învățământului general și matematic în Moldova din perioada cercetată.
2. Evidențierea tendințelor principale ale evoluției conținutului învățământului matematic, a tehnologiilor didactice aplicate și impactul lor asupra paradigmelor actuale ale învățământului matematic universitar.
3. Determinarea caracteristicilor formării metodologiei instruirii disciplinelor matematice în perioada examinată.
4. Elaborarea și validarea experimentală a unui model didactic de utilizare a noțiunilor matematice prin prisma genetico-istorică în procesul formării inițiale și continue a cadrelor didactice.
5. Formarea și dezvoltarea motivației aplicării elementelor de istorism matematic în studierea noțiunilor noi.
6. Elaborarea cursului „File din istoria învățământului matematic în Moldova din secolul XV până la începutul secolului XX”.
7. Elaborarea și validarea experimentală a metodologiei didactice elaborate.

Baza epistemologică a cercetării au constituit-o: a) concepția dezvoltării învățământului în Republica Moldova și a aderării lui la standardele moderne internaționale (N. Bucun, S. Musteață, V. Cojocar); b) concepția „*noilor educații*” (I. Bontaș, S. Cristea, C. Cucoș, I. Papuc); c) concepția tehnologiei educaționale (N. Bucun, S. Musteață, V. Guțu, D. Patrașcu, V. Mândăcanu, Gh. Rudic); d) teoria învățământului formativ (N. Bucun, V. Guțu, N. Silistraru); e) teoria Curriculum-ului școlar la matematică (A. Răileanu, I. Achiri, V. Garit, N. Prodan ș.a.); f) concepția corelării predării matematicii școlare cu elemente din istoria matematicii și a

învățământului matematic autohton (H. Freudenthal, F. Klein, V. Bobânin, A. Mordkovici, G. Gleizer, I. Lupu, V. Belousov, I. Neagu, D. Poya, A. Fauvel, K. Ianke, O. Stacey, Mac Gregor ș.a.); g) concepția predării-învățării matematicii în Republica Moldova și în România (A. Hariton, B. Bâciov, I. Parno, I. Lupu, I. Achiri, V. Plângău, D. Brânzei, M. Anastasiei ș.a.); i) Legea învățământului din Republica Moldova; h) fondurile nr. 152, 156, 159, 162, 172, 176, 197, 316, 318 ș.a. din Arhiva de Stat a Republicii Moldova.

Cercetarea e bazată pe aplicarea metodei genetico-istorice supuse unei abordări *sincronice* (statice în raport cu momentul respectiv istoric) și a unei abordări *diacronice* (privind lucrurile în evoluția lor).

Metode de cercetare aplicate:

1. Studiarea literaturii științifice de specialitate și a învățământului matematic în Moldova, a documentelor oficiale și a arhivelor de stat care vizează problema de cercetare.
2. Studiarea și determinarea tendințelor principale ale dezvoltării gândirii pedagogice în domeniul învățământului matematic și a fenomenului de constituire a sistemului național de învățământ din Moldova.
3. Experimentul de constatare și diagnosticare în scopul de a evalua modalitatea de aplicare în procesul de predare-învățare-evaluare a cunoștințelor de istorism matematic.
4. Experimentul de formare și validare a unui model a ideii expuse în teză desfășurat sub formă de ore experimentale (prelegeri, practicumuri și discuții la seminare).
5. Analiza comparativă și generalizarea rezultatelor obținute în urma experimentelor pedagogice realizate în cadrul facultăților de profil ale Universității de Stat din Tiraspol și a Universității de Stat din Cahul.
6. Prelucrarea și stocarea informației referitor la modalitățile, formele, volumul și timpul de îndeplinire de către studenți a cercetărilor independente în planul utilizării elementelor de istorism matematic sub formă de referate, teze de an, teze de licență etc.

Baza experimentală a cercetării o constituie Facultatea de Fizică și Matematică a Universității de Stat din Tiraspol (cu sediul la Chișinău), Facultatea de Economie, Informatică și Matematică a Universității de Stat „B.P. Hasdeu” din Cahul, Seminarul republican la Metodica predării Matematicii ce activează în cadrul facultății, Seminarul Republican al profesorilor de matematică.

Valoarea teoretică și inovația științifică a cercetării :

- S-a sistematizat și descris în plan genetico-istoric evoluția învățământului matematic în Moldova (secolul XV – începutul secolului XX) sub forma unui discurs socio-cultural,

pedagogico-metodic și raportat la realitățile autohtone contemporane.

- Pe baza cercetării efectuate s-a determinat un volum informațional de cunoștințe referitor la învățământul matematic din Moldova din perioada vizată ce poate contribui pe viitor la:
 - lărgirea orizontului culturii generale umane;
 - motivarea postulatelor fundamentale ale didacticii matematice și a istoriei acesteia;
 - determinarea caracteristicilor principale ale istoriei evoluției oricărei discipline de studiu din ciclul științelor reale;
 - elaborarea manualelor de matematică, de didactică sau istoria matematice, înzestrarea lor cu materiale de un colorit național și adaptarea lor la realitățile autohtone.
- S-a elaborat metodologia formării inițiale și continue a cadrelor didactice la matematică pe baza aplicării metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice.
- S-a creat, implementat și validat modelul didactic de formare a cadrelor didactice în planul utilizării elementelor de istorism matematic.
- S-a redactat un supliment la Curriculum-ul național actual la matematică ce prevede utilizarea elementelor de istorism matematic în procesul predării-învățării-evaluării matematice.
- S-a evidențiat și confirmat existența unei relații directe între nivelul motivațional de utilizare a metodei genetico-istorice și eficiența muncii cadrului didactic.
- S-a determinat conținutul și structura cursului *„File din istoria învățământului matematic în Moldova din secolul XV până la începutul secolului XX”*.

Valoarea practică a cercetării este determinată de recomandările metodice concrete în planul utilizării rezultatelor cercetării în lucrul de lărgire a orizontului cultural uman, creativitate didactică în elaborarea manualelor și în formarea abilităților de utilizare a unor tehnologii în planul implementării elementelor de istorism matematic în practica lor de lucru. Cursul *„File din istoria învățământului matematic în Moldova din secolul XV până la începutul secolului XX”* deschide noi perspective și oferă unele posibilități reale de formare profesională a pedagogilor în domeniul instruirii matematice.

Aplicarea practică de către profesori a rezultatelor cercetării pot contribui la însușirea unui volum de cunoștințe istorico-matematice și altoirea aptitudinilor de a opera cu ele. Materialele expuse în teză pot fi utilizate în reformarea și modernizarea noilor paradigme ale învățământului matematic modern și dezvoltarea curriculară.

Tezele fundamentale propuse pentru susținere:

1. Învățământul matematic din Moldova (secolul XV – începutul secolului XX) s-a aflat permanent în centrul atenției organelor de resort a țării (epitropie, minister) și a fost adaptat la necesitățile societății, fapt ce a asigurat reformarea lui continuă.
2. Evoluția învățământului matematic a avut loc sub influența factorilor social-economici și științifici, având ca conținut atât idei și noțiuni venite din exterior (Rusia, România, Franța, Italia, Germania), cât și din interior: noțiuni exprimate în limba poporului băștinaș, metode de predare-învățare și aplicare a cunoștințelor matematice, ce nu și-au pierdut valoarea metodică până astăzi (metoda reducerii la absurd, a mersului retrograd, a balanței, regulii de trei etc.).
3. Modelul didactic de formare inițială și continuă a cadrelor didactice la matematică se bazează pe rezultatele analizei evoluției învățământului matematic din Moldova (secolul XV – începutul secolului XX) și include modulele: „File din istoria învățământului matematic în Moldova din secolul XV până la începutul secolului XX” și „Elemente din istoria matematicii în predarea-învățarea noțiunilor matematice în învățământul primar și gimnazial”.
4. Suplimentul la Curriculum-ul școlar la matematică poate contribui la utilizarea corectă a cunoștințelor istorico-matematice acumulate și garanta sporirea eficienței însușirii noțiunilor matematice, dezvoltării dragostei și interesului personal pentru lucrul de studiere de sine stătător.

Rezultatele cercetării au fost enunțate și aprobate la:

- Prima Conferință a Societății Matematice din Moldova (Chișinău, august 2001);
- Simpozionul științific jubiliar „*Ștefan cel Mare și Sfânt: 500 ani de nemurire*” (Chișinău, mai 2004); Simpozionul științific „*Petre Osmătescu – 80 ani*” (Chișinău, noiembrie 2005); Simpozionul „*Fizica în procesul de instruire*” consacrat Anului Fizicii (Chișinău, 17 noiembrie 2005);
- Conferința științifico-metodică „*Învățământul universitar din Republica Moldova la 75 de ani*” (Chișinău, octombrie 2005); Conferința a XIV-a a matematicilor aplicate și industriale (Chișinău, 17-18 august 2006); Conferința Științifică Internațională „*Calitatea învățământului superior – concepte și strategii în pregătirea cadrelor didactice*” (Chișinău, 12-13 octombrie 2006);
- Ședințele Seminarului metodic republican al UST (2001-2006);
- Studiarea cursului „*File din istoria învățământului matematic în Moldova din secolul XV – până la începutul secolului XX*” în anul V la Facultatea de Fizică și Matematică în cadrul Universității de Stat din Tiraspol;

- Tezele de an și de licență ale studenților la tema dată;
- Ședințele Seminarului profesorilor de matematică din Republica Moldova (2002-2003);
- Lecturile pedagogice (școala profesională Nr. 8 din mun. Chișinău, ianuarie, 2000-2007).

Rezultatele investigației au fost publicate în 14 lucrări.

Noțiuni-cheie: educație, instruire, activitate pedagogică, curente pedagogice, stil pedagogic, inovație pedagogică, sistem de învățământ (conținut, obiect, programă, component), Curriculum școlar, didactica, reforme în învățământul matematic, paradigmă, anafora, epitropie, epistimuri, preparanți, dascăli, metoda genetico-istorică.

Capitolul I

ASPECTUL DIDACTIC AL PARADIGMEI ȘI TEHNOLOGIILOR DE INSTRUIRE ALE ÎNVĂȚĂMÂNTULUI MATEMATIC ÎN MOLDOVA DE LA ÎNFIINȚAREA PRIMELOR ȘCOLI (secolul XV) PÂNĂ LA ÎNCEPUTUL SECOLULUI XX

1.1. Implicații metodologice ale paradigmei și tehnologiei de instruire în învățământul matematic

Abordarea noțiunii de *paradigmă a învățământului matematic* ne obligă să determinăm ce este *paradigma* și cum se aplică ea în învățământul matematic. Studiul literaturii de specialitate ne permite să evidențiem că paradigmele învățământului matematic pot fi considerate acele realizări care s-au implementat în practica de lucru a școlii naționale din Moldova pe parcursul perioadei istorice cercetate.

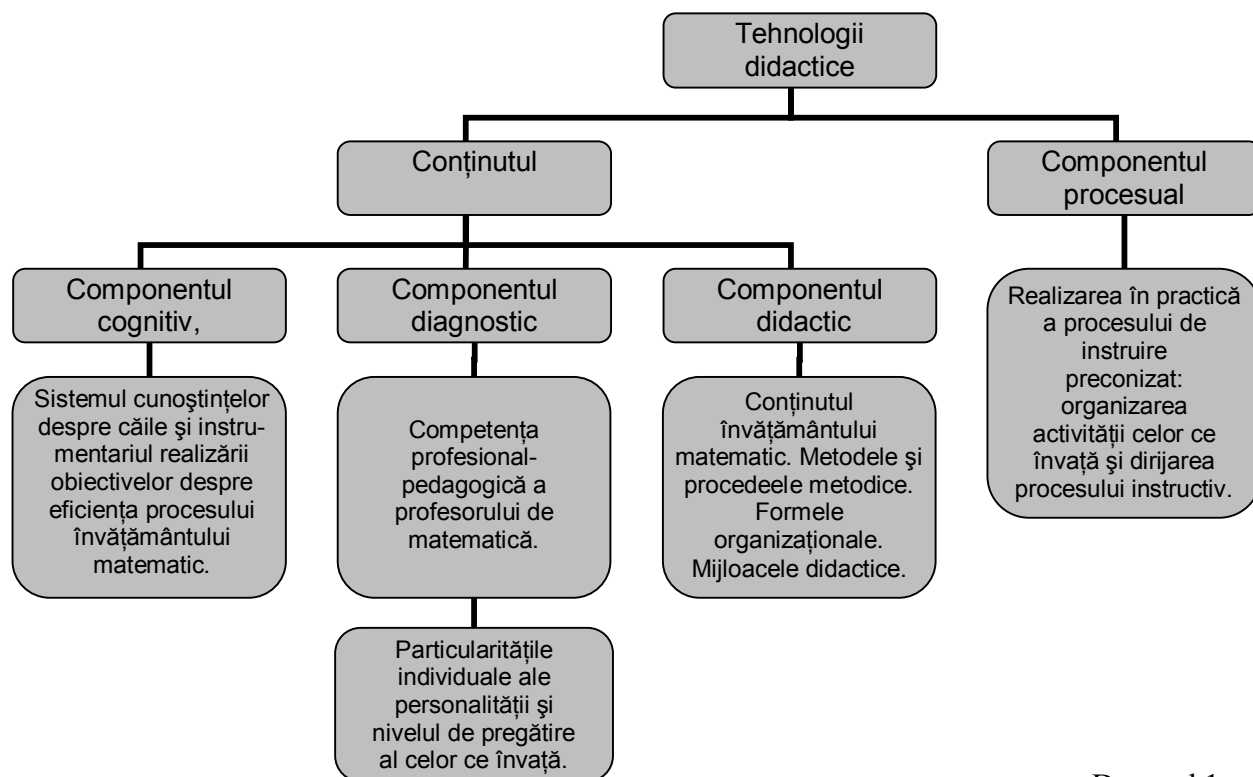
Vom utiliza această noțiune în sensul de *Paradigmă* (*paradeigma* – exemplu, model) ca:

1. Teorie științifică strictă, expusă într-un sistem de noțiuni, care exprimă trăsăturile caracteristice ale realității;
2. Modalitate de a expune probleme și de soluționare a lor.

În cercetarea noastră noțiunea de paradigmă va fi utilizată ca o schemă conceptuală inițială, un model de a expune problematica didactică a învățământului matematic la momentul dat, istoria și soluționarea acesteia în cotidianul din o anumită organigramă metodologică perpetuu conformată cu cele mai progresiste realizări ale didacticii, ce a dominat pe parcursul anumitei perioade istorice.

Realizarea oricărei paradigme are loc prin aplicarea în procesul predării-învățării a tuturor componentelor implicate ce reprezintă un mod sistemic de proiectare, realizare, evaluare și reglare, în concordanță cu obiectivele pedagogice asumate – numit în concepția modernă *tehnologia instruirii*. Tehnologia instruirii asigură interdependența dintre componentele Curriculum-ului școlar: obiective – conținuturi – strategii de predare-învățare-evaluare. Tehnologia instruirii o vom accepta în sensul unui sistem de elaborare, aplicare și determinare a întregului proces de predare-învățare-evaluare prin evidența resurselor tehnice și umane și interacțiunea lor, care are scopul de a optimiza procesul de învățământ [137]. Vom aborda două accepții: *metodologie* ca o totalitate de metode, procedee și mijloace de prelucrare, reprezentare, măsurare și prezentare a informației necesare, și ca o știință despre mijloacele de influență a pedagogului asupra elevilor în procesul instructiv. Tehnologia didactică (tehnologia instruirii) e

o categorie sistemică are și următoarele componente: obiectivele, conținutul, mijloacele de influență pedagogică, organizarea procesului instructiv, pedagogul (cadrul didactic), elevul, rezultatul activității. Noțiunea de tehnologie didactică poate fi reprezentată în trei aspecte: *științific* (cognitiv, ideinic), *procesual-descriptiv* și *procesual-aplicativ* (Des. 1).



Desenul 1.
Structura tehnologiilor didactice

O latură importantă în realizarea tehnologiilor didactice îi revine copilului, postura copilului în procesul instructiv, atitudinea față de copil a celor maturi. Din acest punct de vedere în cercetarea noastră se evidențiază următoarele tipuri de tehnologii: a) *autoritare*, în care pedagogul a fost și este subiectul principal al procesului instructiv-educativ, iar elevul este doar un „obiect” oarecare. Se evidențiază printr-o organizare dură, aspră ce deprimă inițiativa și independența elevilor (scolastica, mitocela, mecanicismul); b) *orientate la personalitatea elevului* (școala nouă, metoda Decroli), bazate pe relații umane, pe susținerea elevului, stima față de elev; c) *de colaborare*, unde domină relații democratice, de parteneriat și egalitate în relațiile dintre elev și pedagog (școala nouă); d) *de educare liberă*, unde elevul este liber în alegerea activității sale (școala pe interese, metoda proiectelor) [70].

În cercetarea noastră a fost utilizată frecvent forma tradițională de tehnologie didactică – forma de instruire pe clase-lecții, bazată pe principiile didactice postulate în secolul XVII de I.A. Comenius și care prevalează și astăzi în majoritatea școlilor lumii. De la asemenea tehnologii avem derivatele: prelegerea, seminarul, activitățile practice.

În mod empiric învățământul matematic are rădăcini cu pornire din antichitate. Se

consideră că obiectul de studiu al învățământului matematic este constituit din activitatea de instruire proiectată în cadrul procesului general de învățământ, organizată în contextul propriu pentru disciplina matematică dată și, reieșind din cerințele înaintate față de ea, de condițiile social-culturale din societatea dată la momentul concret istoric. Întreaga problematică a învățământului matematic a cunoscut o dezvoltare specifică în contextul istoric pentru fiecare disciplină școlară matematică (aritmetică, geometrie, algebră, trigonometrie, elemente de matematică superioară) și, în dependență de treptele de învățământ, expusă în metodologia de predare a lor.

Disciplina de studiu în procesul de predare-învățare-evaluare în învățământul matematic la rândul ei este conturată la nivelul a trei dimensiuni, în calitate de cadrul de realizare a instruirii:

- *dimensiunea funcțională* – depinde de sistemul de învățământ care stabilește liniile orientative de desfășurare a activității aplicate pedagogic în practica de lucru la nivelul obiectivelor valabile pe trepte și nivele de învățământ; obiective incluse în planul de învățământ și în programele școlare de matematică (Curriculum), care se perfectează o dată cu sistemul în cauză;
- *dimensiunea structurală* – include principalele resurse pedagogice distribuite – informaționale, umane, didactice, bugetare, care depind completamente de sistemul dat;
- *dimensiunea operațională concretă* – depinde de cadrul didactic, de modul cum știe să valorifice dimensiunea funcțională și structurală în raport de contextul fiecărei clase și fiecărui elev în parte.

Din aceste considerente rezultă principalele sarcini ale procesului de predare-învățare-evaluare al învățământului matematic din Moldova în perioada cercetată. Ele pot fi reduse la următoarele:

1. Modelul metodologic al procesului de predare-învățare trebuie să selecteze din matematică ca știință conceptele, rezultatele și ideile fundamentale care pot fi predate elevilor, dictate de următoarele principii: studiu în perspectiva dezvoltării matematicii, liniile stabilite de psihologie, strategiile cele mai eficiente, indicate de pedagogie.
2. Selectarea cunoștințelor ce urmează a fi transmise elevilor ține de organizarea lor pe anumite trepte de atractivitate și prin anumite grade de rigurozitate și complexitate.
3. Modelul trebuie să identifice principalele caracteristici: tehnologii, instrumente, metode și aplicații specifice matematicii; să conțină tiparele de gândire matematică, accesibile elevilor la diferite vârste.

În funcție de aceste sarcini ale sistemului de învățământ (în contextul învățământului matematic) putem constata dacă în Moldova din perioada cercetată au fost elaborate propriile planuri de învățământ și programele școlare adecvate. S-a constituit o anumită metodologie de

predare-învățare a disciplinelor matematice școlare, s-a format un contingent de cadre didactice instruite. În acest context au fost analizate următoarele obiective:

- a) Conținutul învățământului matematic și metodologia de predare-învățare a matematicii sunt cele mai eficiente instrumente în dezvoltarea capacității de abstractizare și generalizare în dezvoltarea creativității, perseverenței și voinței elevilor.
- b) Matematica a rezultat din efortul activității omenirii de a se adapta la mediul fizic înconjurător la momentul istoric dat într-o societate concretă. Mediul ambiant, la rândul lui, a fost mai ușor înțeles după anumite modele matematice și de aceea procesul predării-învățării-evaluării trebuie să țină cont de aceste considerente, fiind fundamentat științific prin aplicarea metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice.
- c) Matematica a fost mereu corelată cu alte discipline școlare, sau utilizarea cunoștințelor matematice trebuie cercetată în raport cu studiul altor discipline și cu cotidianul practic.
- d) Detalierea anumitor teme de studiu fiind combinate cu indicarea căilor potrivite pentru explicarea lor, devin mult mai accesibile.
- e) Modul de organizare a activităților de învățământ trebuie să fie cât mai variat și accesibil; totodată să se țină cont de particularitățile psihologice și fiziologice de vârstă ale fiecărui elev.
- f) Modul de organizare a procesului de predare-învățare este mai eficient dacă se face cu referire la utilizarea manualelor, problemarelor, îndrumarelor etc.

De-a lungul istoriei la toate popoarele au existat preocupări pentru selectarea și transmiterea cunoștințelor matematice generației în creștere. Ele au existat încă în Egipt, Babilon, Grecia Antică sub formă de papirusuri, tăblițe cuneiforme, cărți [8, 25, 26, 30]. În aceste surse informaționale sânt inserate: probleme, procedee de soluționare indicate succint, formule, idei. Ele erau transmise de la generație la generație, servind ca un etalon didactic eficient de educație matematică și constituiau o anumită paradigmă și tehnologie didactică de natură empirică. Metodologia acestui proces de instruire era bazată mai ales pe imitare, adică copiere de pe modelul dat.

Bazele primelor paradigme și tehnologii didactice ale învățământului matematic din Moldova se găsesc în concepția medievală a învățământului și se referă la *cele șapte căi* sau *șapte arte liberale*, care includeau în *cvadrium*: aritmetica, geometria, astronomia și muzica (Anexa 1).

Metodologia acestei paradigme consfințea catehismul scolastic medieval, bazat pe reproducerea mecanică a cunoștințelor propuse de-a gata sub formă „perfectă” de întrebări și răspunsuri. În aceste condiții memoria elevului doar reproducea mecanic informația, deci era o expunere reproductivă. Raționamentul logic în această metodologie lipsea cu desăvârșire.

O fundamentare a necesității studierii logice a matematicii este expusă în operele marelui pedagog elvețian I. H. Pestalozzi. El a pus la baza teoriei sale de instruire metoda intuiției, cu elemente proprii: numărul, forma și numele. Aceste elemente sânt, totodată, și modalități de percepere a mediului ambiant. Reieșind din aceste considerente, Pestalozzi stabilește pentru învățământul primar un conținut adecvat de cunoștințe matematice, din care rezultă necesitatea studierii anumitor discipline în clasele primare: aritmetica, limba maternă, geometria, desenul etc. [72, 82, 83, 161, 162]. Această motivare a constituit o paradigmă a învățământului matematic cu tehnologiile didactice adecvate ei, care a fost ulterior dezvoltată și confirmată teoretic de I. F. Herbart, A. Diesterweg etc. Această metodologie era bazată pe anumite repere științifice, pe succesele didacticii lui I.A.Comenius, pe analiza activității marilor pedagogi cunoscuți lui I. Pestalozzi: Locke, Rousseau, Rable ș. a.

O anumită paradigmă s-a afirmat odată cu înființarea școlilor orășenești, care, în raport cu cele bisericesti, aveau deja un conținut laic pronunțat. Astfel de învățământ trebuia să suplinească necesitățile comunităților din orașe prin oameni cunoscători de carte, care trebuiau să posede cunoștințe matematice de evidență contabilă, calculare de impozite, venituri etc. [58]. În felul acesta a apărut metodologia unui învățământ de profil real, care arăta în mod elocvent importanța cunoștințelor matematice și locul disciplinelor matematice în învățământul general.

O altă paradigmă a învățământului matematic a constituit trecerea de la limba veche slavă la cea băștinașă și, o dată cu ea, schimbarea modalității de a scrie cifrele. În locul cifrelor exprimate prin slovele alfabetului chirilic au fost introduse cifrele hinduso-arabe și, o dată cu ele, s-a confirmat în practică sistemul de numerație pozițional zecimal [7, 87, 88]. S-a statornicit această realizare cam pe la sfârșitul secolului al XVIII-lea. Mărturie a acestui fapt ne servește manualul lui A. Hotiniul [54]. Nu este exclus faptul că unii oameni cărturari, mai cu seamă târgoveții, utilizau cifrele hinduso-arabe cu mult mai devreme.

Metodologia paradigmei învățământului matematic de la sfârșitul secolului al XVIII-lea ne-a adus în procesul de predare-învățare simplitatea calculelor, claritatea în raționamentul logic și economie de timp. Prin aceasta învățământul matematic a devenit un atribut absolut necesar fiecărui om cult.

Deschiderea clasului de ingineri hotarnici, în 1813, în cadrul Academiei Domnești din Iași de către Gh. Asachi, a fost o necesitate stringentă a societății de a delimita hotarele dintre moșii și, totodată, a constituit o paradigmă a necesității unui învățământ matematic de învățătură înaltă (superior), care a favorizat ulterior deschiderea în 1860 a Universității din Iași [49]. Această paradigmă a stat la baza metodologiei învățământului matematic superior.

Odată cu aderarea Moldovei la sistemul metric de măsuri european, în locul celui popular, s-a constituit o nouă paradigmă a învățământului matematic. Legea de introducere în uzul

cotidian a sistemului metric de măsuri datează din 1859, dar utilizarea noțiunii de sistem metric este atestată încă prin anii 1813-1830 în manualele scrise de Gh. Asachi [10-12]. Ulterior în practica de lucru a școlilor au apărut tabele speciale de transformare a unităților de măsură metrice în unități populare și invers. Au fost editate manuale școlare speciale de matematică, la sfârșitul cărora figurau asemenea tabele. Manuale similare au circulat prin Moldova până la începutul secolului al XX-lea [55].

Metodologia paradigmei anilor 70 ai secolului al XIX-lea a avut la bază trecerea de la măsurile efectuate prin intermediul unităților populare (ce facilitau relațiile comerciale, schimbul de mărfuri și alte relații cantitative) la sistemul metric de măsuri european, care aducea cu sine multe liberalizări în diverse domenii, mai ales în învățământul matematic.

Alte paradigme ale învățământului matematic s-au constituit pe baza următoarelor repere:

- introducerea disciplinei școlare algebra;
- introducerea în școala medie a elementelor de matematică superioară: analiza matematică, geometria analitică etc.;
- introducerea ideii de dependență funcțională în cursul școlar de matematică [149];
- realizarea unui curs propedeutic de algebra, geometrie, trigonometrie etc. pentru înlesnirea însușirii conștiente a cursurilor sistematice corespunzătoare;
- paradigma fuzionismului în matematică, care nici astăzi nu este realizat completamente [154, 180].

Toate aceste paradigme au avut la bază anumite cauze, ce reieșeau din necesitățile stringente ale societății. La rândul lor, ele tindeau să se conformeze cerințelor societății în cauză. Fiecare paradigmă aducea cu sine tehnologia cu metodologia corespunzătoare pentru organizarea procesului de predare-învățare a matematicii școlare.

Este evident că astfel de paradigme în învățământul matematic au existat dintotdeauna, deci este un proces perpetuu, la fel și metodologia predării-învățării matematicii – încă din antichitate oamenii se conduceau după o paradigmă didactică empirică, care exista în mod oral în popor (1.2.), numită de noi matematica populară.

În Moldova din perioada cercetată sânt evidențiate diverse paradigme ale învățământului matematic începând cu cea empirică (populară) și terminând, către începutul secolului al XX-lea, cu paradigma ideii dependenței funcționale în matematică și în viața cotidiană. Fiecare paradigmă era realizată prin anumite tehnologii didactice, care admiteau anumite metodologii și mijloace de învățământ specifice paradigmei date.

Paradigma predării-învățării disciplinelor matematice poate fi cercetată în formă *analitică*, în cadrul căreia se prezintă principalele componente implicate în învățământul matematic după cum ne-am străduit să arătăm în paginile cercetărilor noastre, sau în formă *sintetică*, reprezentată

printr-o schemă grafică inspirată din modele conceptuale, funcțional-structurale, pe care le întâlnim în literatura de specialitate, dar mai puțin reflectate în teza de față [Pastiaux G. și J., Précis de Pédagogique. Paris: Editions F. Nathan, 1997, p.81].

Varianta analitică se bazează pe definirea mai multor componente pedagogice și pe evidențierea corelațiilor funcționale extinse între acestea: finalitățile educației și instruirii, proces de învățământ, metode și forme de instruire și educație, Curriculum, proiectare curriculară.

Varianta sintetică cuprinde în mod grafic elementele componente, relațiile și corelațiile între ele, pe orizontală și pe verticală.

Cele menționate ne permit să facem o incursiune istorică asupra preocupărilor pentru evoluția învățământului matematic în Moldova în decursul perioadei istorice cercetate, după care vom realiza o analiză a educației matematice ca formă originală de instruire continuă, evaluarea conținutului didactic a învățământului matematic, conceptul de manual școlar de matematică, metode de instruire, forme de organizare a învățământului și altele.

1.2. Aspectul didactic al educației matematice populare ca formă originală de instruire continuă

Popoarele care au locuit din antichitate pe teritoriul țării noastre au jucat un rol esențial în dezvoltarea culturii de mai apoi. În acele timpuri îndepărtate popoarele în cauză posedau deja un potențial oarecare de cunoștințe matematice originale autohtone sau erau împrumutate de la alte popoare cu care aveau diferite relații. Mostrele arheologice [8, 53, 65, 48, 121, 172] ne demonstrează că în acele timpuri oamenii au atins un nivel înalt de dezvoltare, îndeosebi în domeniul cunoștințelor matematicii empirice (Planșa I-IV). Și astăzi vasele de lut pictate în cultura tripoliană ne fascinează prin perfecțiunea artistică (Planșa III). Faptul denotă că încă din timpurile străvechi exista o anumită educație matematică empirică în popor, expusă printr-o tehnologie de transmitere în mod practic, mai ales prin imitarea cunoștințelor matematice.

Oamenii primitivi încă nu cunoșteau nici creșterea animalelor, nici prelucrarea pământului. Ei se ocupau cu vânatul animalelor sălbatice, prindeau pește, culegeau fructe, ciuperci și nuci, scobeau din pământ unele rădăcini comestibile. Cea mai multă carne se putea căpăta în urma vânatului de mamuți. După ce oamenii au vânat mamuții, iar turmele de zimbri, bizoni, căprioare și bivoli s-au micșorat simțitor, a apărut problema: cu ce se pot hrăni mai departe? Astfel, oamenii au început prelucrarea pământului și domesticirea animalelor. Ocupația cu agricultura, și vităritul a cerut cunoștințe aritmetice. Fără calcularea numărului de zile era greu de determinat când trebuia de semănat, de așteptat recoltarea sau progenitura animalelor. Trebuia de dus contul animalelor din turmă, sacilor de grâne puși în hambar etc. Nevoile practice l-au silit pe om să creeze un întreg

sistem de calcul „în gând”, înainte de cunoașterea scrisului și socotitului cu numere abstracte [7, p.63].

Procesul educativ este un rezultat al unei îndelungate dezvoltări istorice. Importanța educativă ca factor determinant în evoluția societății s-a confirmat prin sistemul de unități de învățământ și prin așa-zisa educație populară liberă. Educația în comuna gentilică a demonstrat destul de convingător rolul pedagogului, persoană ce trebuia să întrunească în sine îndemânarea cunoștințelor celor mai experimentați, mai înțelepți membri ai comunei [26, p.7]. Succesiunea generațiilor antrenate în procesul uneia și aceleiași munci, conviețuirea în grup, făceau să se transmită, prin tradiții, obiceiuri și deprinderi, niște norme de comportament, o experiență de muncă, anumite ritualuri, o anumită sumă de cunoștințe, în același rând, și cunoștințe matematice.

Cu 30 mii de ani î.e.n., istoricii demonstrează printr-un prim document, nu prea convingător, că strămoșii noștri îndepărtați erau familiarizați cu începuturile socotitului – așa-zisul „os” cu creștături – *răbojul* (Planșa II).

Cu câțiva zeci de ani în urmă, savanții arheologi au descoperit în Moravia un femur de lup, cu creștături [25, p.11] (Planșa II). Un vânător din lumea antică a făcut pe acel femur 50 și 55 de creștături. Probabil că, făcându-le, el socotea pe degete. Izvodul sau desenul de pe os era compus din 11 grupe, a câte 5 creștături în fiecare. Totodată primele 5 grupe el le-a despărțit de celelalte printr-o linie lungă. Au fost depistate mai multe surse vechi, care atestă preocupări „matematice”. Ele sânt nu altceva decât niște documente nescrise: diferite obiecte – ustensile cu creștături, semne, noduri, desene etc. [25, p.11]. Divizarea muncii (40-10 mii ani î.e.n.), apoi procesul de schimb cu produse de muncă au adus cu sine primele informații despre apariția calculului. Primele noțiuni matematice cu care s-au confruntat oamenii au fost „mai mic” (mai puțin), „mai mare” (mai mult) și „tot atât” (egal). Dacă un trib schimba peștele prins de ei pe cuțite de piatră făcute de oamenii din alt trib, apoi nu era necesar de a număra, cât pește și câte cuțite s-au adus. Era destul să pui alături de fiecare grămadă de pește cuțitul respectiv, ca schimbul să aibă loc cu succes (Planșa I).

Apariția scrisului caracterizează, într-o măsură oarecare, începutul activității fructuoase care în contextul istoric aproape întotdeauna coincide cu începutul acumulării esențiale a cunoștințelor matematice orale. Matematica scrisă e anticipată de o perioadă de dezvoltare orală, legată de cultura poporului, care are rădăcini în cele mai străvechi timpuri ale istoriei sale.

Primele înregistrări scrise au fost creștăturile, zgârieturile pe ceva: oase, pietre, nisip, pământ. Această formă de scriere are o vechime de zeci de mii de ani.

Cunoștințele matematice, mai ales dacă se referă la o oarecare specialitate: lemnărie, construirea caselor, olăritul, țesutul, evidența calendarului etc. (Planșa III-IV), se transmiteau din tată în fiu, de la mamă la fiică ș.a.m.d. Se știe că în trecut oamenii, de obicei, socoteau pe degete.

Socoteau destul de dibaci, astfel încât unii mai iscusiți puteau ajunge la calcule cu zeci de mii [108, p.132]. Unii oameni calculau și cu ajutorul degetelor de la picioare, adică operau în sistemul de numărare în baza 20. În vechime un astfel de calcul era, probabil, îndestulător. Însușind această tehnică de calcul, oamenii au început a socoti cu zecile, apoi, desigur, peste o anumită perioadă de timp omul a început a număra cu sutele. Mai întâi operațiile asupra numerelor se efectuau în fiecare caz separat cu obiecte concrete (numite de unii autori numere complexe, în loc de numere nominale).

Cea mai veche constatare de calcul matematic atestată la români a fost *răbojul* [7]. Era o modalitate de a fixa un număr oarecare pentru evidență sau păstrare. La alte popoare era: *wampumul*, *kvipusurile*, *șireturi cu noduri* etc. [25]. La români până nu de mult s-a păstrat acest sistem de numărat mai ales la ciobanii de la munte, la vopsitorii de pânzeturi etc. Sistemul de numărare pe răboj a fost o trecere de la matematica empirică orală la cea scrisă. Răbojul are mai multe variante. Mai adesea se prezintă sub forma unui bețișor sau scândurică pe care se prestează linii paralele, egale cu numărul obiectelor luate. Sistemul de enumerare pe răboj este destul de simplu: fiecărui element numărat îi corespunde o linie. Această idee de a reprezenta unitățile simple printr-o creștătură sau linie este atestată la toate popoarele lumii.

Calendarul, se presupune, nu putea să apară înaintea scrisului, deoarece calculele calendaristice necesită scrierea și reținerea informației. Este clar că în această perioadă nu putea fi vorba de nici o sistematizare concretă strictă a cunoștințelor matematice, cu toate că o sistematizare orală exista. Printr-o metodă activă, practică aceste cunoștințe erau transmise de la om la om [173] și astfel era însușită matematica empirică compusă din calcule orale, măsurări, elemente de construcții geometrice practice, calculări de arii, volume, calcule astronomice și cronologice, calendare, orientări etc. Metodologia acestui învățământ popular al cunoștințelor matematice avea la bază operațiile practice, imitarea prin copiere, antrenamentul în practica cotidiană.

Omul primitiv, când a trecut la modul de viață comunitar sedentar în gîntă deja dispunea de anumite abilități mintale matematic-empirice, deoarece compara destul de abil, cu toate că nu putea număra precis. După cum menționează istoricii noștri autohtoni pe teritoriul Moldovei s-au găsit urme ale primelor ființe umane ce s-au stabilit cu traiul sedentar pe malul râului Răut sau al altor râuri cu circa 40-10 mii de ani în urmă. Aceasta o atestă așezările Butuceni, Duruitoarea, Vânători. Migrațiile încă erau destul de frecvente și, ca rezultat, aproape toată populația Europei Centrale comunica liber și există presupunerea că în matematică numeralele *unu*, *doi*, *trei*, *patru* la multe popoare și în multe limbi au aceeași rădăcină și sună chiar la fel, iar de la *șase* în sus se diferențiază, după cum scrie Florica Câmpan sau Mihail Grebencea [115, p.85] și aceste denumiri de numere au apărut încă până la diferențierea limbilor. Desigur astăzi aceste ipoteze sînt destul de greu de demonstrat, iar semnele scrise și forma grafică de scriere a numerelor s-au perfectat

paralel cu matematica orală ca necesitate de a reține pe un anumit timp informația matematică. Calea de constituire a cifrelor este relatată în mai multe surse [59, 87, 121]. Aceasta denotă că gândirea rațională la oamenii din diferite colțuri ale globului este aproape identică. Este cert că la baza dezvoltării matematicii se află cerințele activității practice a omului. Cunoștințele matematice au apărut din necesitatea măsurării lungimilor, volumelor vaselor, calculării timpului, din observațiile omului asupra fenomenelor naturii. Atare cunoștințe matematice separate, ca ceva comun a rațiunii omenești, au existat la toate popoarele antice cunoscute [120, p.6].

Important e că cunoștințele matematice îl ajutau pe om să măsoare, să compare, să calculeze [55, 174], și în același timp îi formează omului o anumită concepție referitor la structura universului său, la structura universului general, la cosmografia lumii. Astfel a apărut orientarea după stele, socoteala schimbării succesive a anotimpurilor, iar mai apoi este inventat calendarul ca o etapă destul de avansată a culturii matematice populare. Calendarele practicate la diferite popoare peruani, azteci, englezi (Stonehenge), egipteni, babilonieni, chinezi, români (Butuceni, Grădiștea Muncelului, Sarmizegetusa) (Planșa IV) ne demonstrează că gândirea omenească a făcut concluzii juste referitor la observările sale asupra naturii, asupra mișcărilor stelelor, soarelui, lunii și aceste raționamente logice au ceva comun în aplicarea cunoștințelor matematice practice în activitatea oamenilor zi de zi [119]. În primul rând, este vorba de durata anului, apoi de cele 4 anotimpuri, de 12 luni legate de semnele zodiacale. Este uimitor că cele 12 semne zodiacale ale eclipticii se cunoșteau și aveau aceleași simboluri ca și astăzi la diverse popoare și în diferite colțuri ale pământului. Aproape la toate popoarele lumii lunile anului au 30 de zile. Interesante sânt referirile istoricului nostru I. Niculiță [65, p. 36] despre Sanctuarul de la Butuceni (anii 500 î.e.n.-500 e.n.) (Planșa IV). Calendarul utilizat de geții de la Butuceni, reflectă concepțiile lor despre lume, care reies din mișcarea corpurilor cerești ce le dădea posibilitatea să determine, fie și cu aproximație, timpul schimbării anotimpurilor, caracterul precipitațiilor ș.a. [65].

Necesitatea măsurărilor mai riguroase a constituit un pas înainte în dezvoltarea cugetului omenesc și, în special, în metodologia însușirii cunoștințelor matematice. Strămoșii noștri și-au frământat îndelung mintea, ca să stabilească o metodă de măsurare a lungimilor, ariilor, volumelor. La un astfel de rezultat s-a putut ajunge abia după ce a fost stabilit un sistem oarecare de numerație și după ce oamenii s-au familiarizat cu linia dreaptă și proprietățile ei. Înțelegând că lungimile segmentelor puteau fi comparate, stabilindu-se care este mai mare și de câte ori, a apărut necesitățile unei anumite unități concrete de lungime. Astfel au apărut unitățile de măsură: palma, cotul, brațul întreg, piciorul, pasul. Unitatea aleasă, arbitrar de fiecare dată, a fost indicată de însăși mărimea ce urma să fie măsurată și trebuia să posede anumite proprietăți: să fie cât mai la îndemână și cât mai simplă. Pe toate continentele lungimea palmei sau a piciorului, a brațului sau a cotului au fost folosite ca unități de lungime de bază. Aceste unități erau marcate fie pe o funie, cu

ajutorul nodurilor, fie pe o prăjină tăiată, în așa fel încât ea reprezenta un număr întreg de unități de lungime. Funia și prăjina au devenit instrumente de măsurare a hotarelor, ogoarelor, a drumurilor, a temeliiilor pe care se zideau casele și templele [119].

În Moldova până în a doua jumătate a secolului al XIX-lea, unitățile de măsură erau bazate pe cele populare și se deosebeau de cele din Muntenia, Bucovina, Rusia sau alte state vecine, deși se numeau tot palmă, stânjen, prăjină, deget și linie, numai că în limba respectivă. Aceste deosebiri îngreunau operațiile comerciale dintre diferite state, de aceea s-au introdus unele unități internaționale de măsură.

Și astăzi mai întâlnim unități populare la măsuratul capacității unui butoi (vedre), ariei suprafeței unui lot (pogoane), a unei fățare cosite (falce); clăditul fânului sau al paielor se face în clăi, stoguri, scârte etc. Aceasta denotă că tradițiile populare încă au rădăcini destul de viguroase.

În mod firesc se pune întrebarea: când, unde și în ce mod a fost însușit impunătorul volum de cunoștințe matematice? Răspunsul, desigur, ar putea fi: aceste vaste cunoștințe matematice, *„care ar putea constitui o programă de învățământ matematic popular, erau transmise generațiilor în creștere într-un îndelung proces de instruire și educație populară care începea din frageda copilărie la școala vetrei părintești și se prelungea pe parcursul întregii vieți. În procesul instruirii, de regulă prin metode practice, active, a acestui vast bagaj de cunoștințe matematice, avea loc, și are loc și astăzi, formarea și dezvoltarea capacităților intelectuale ale generației în creștere”* [36, p.43].

Cele menționate mai sus demonstrează destul de elocvent evoluția metodologiei procesului de dezvoltare a noțiunilor matematice și, în special, a numerelor așa-numitului proces genetico-istoric. În felul în care s-a dezvoltat, din punct de vedere genetic, societatea omenească împreună cu tezaurul său cultural – în mod similar se dezvoltă și copilul la vatra părintească, în familie, în mediul ambiant copilăresc, parcurgând în mod simplificat cam aceeași cale genetico-istorică ca și societatea omenească [108-111, 114]. Astfel, se poate conchide că copilul, însușind matematica, trebuie, în mod similar (adică genetico-istoric), să învețe și să acumuleze cunoștințe matematice, numai că în cazul copilului procesul genetico-istoric de studiere este simplificat pe cât e posibil și este alcătuit din anumite secvențe selectate și dirijate în mod special. O asemenea metodă de însușire a cunoștințelor matematice face ca matematica să fie cât mai accesibilă pentru copil [73, 179].

Educația matematică populară joacă un rol prioritar în educația generală a omului. Dacă vom face abstracție de o viață de om matur, care trăiește în mediu 60-70 de ani și vom conștientiza că omul, cât trăiește, învață ceva, vom observa că din acești ani școlii îi revine a șasea parte din viață, care apoi se mai divide la 4, considerând că copilul la școală se află 6 ore din 24, adică dacă vom face abstracție cu o zi de 24 de ore – școlii i-ar reveni doar 4, care trebuie divizate la 4 ore,

adică o oră presupusă din diurnă, restul 23 de ore sau cel puțin 12 ore, dacă luăm în considerație somnul, le-ar reveni educației populare: în familie (cu părinții și rudele), pe stradă, în jocurile de copii, în ocupații, în procesul lucrului practic etc. Din acest timp (12 ore ale unei diurne sau 30-35 de ani din viața unui om matur) o bună parte ar fi destinată educației matematice populare, adică acea matematică care se învață de la sine prin interes, curiozitate, atracție involuntară, altoită din fragedă copilărie pentru toată viața. De aici și concluzia: acestei forme de educație trebuie să-i acordăm atenție cuvenită și să apelăm permanent la ea.

1.3. Evoluția tehnologiilor didactice în învățământul matematic (secolul XV – începutul secolului XX)

Din sursele cercetate s-a constatat că românii de pe întregul lor teritoriu își aveau dascălii lor, prin intermediul cărora însușeau cunoștințe matematice rudimentare [22]. Populația Moldovei alcătuită cu precădere din moșneni și răzeși avea un atașament deosebit față de știința de carte, de cunoștințe matematice elementare.

O dată cu organizarea școlilor mănăstirești, parohiale, bisericesti, domnești etc., matematica se studiază ceva mai profund, dar totuși în limitele celor 4 operații aritmetice elementare și socotitul, denumit uneori *ambac* (hambac). Este probabil o urmă lăsată de noțiunea de *abac* (tablă de socotit din Evul Mediu). Matematica, care se predă în aceste școli, urmărea ca ucenicii să poată socoti, să ducă evidența gospodărească, să calculeze pascaliile și alte date ale sărbătorilor religioase [90]. Cunoștințele matematice predate depindeau de nivelul de pregătire al fiecărui cadru didactic în parte, de nivelul lui de cunoștințe. Cifrele erau reprezentate prin buchile alfabetului slavon, ceea ce îngreuna cu mult însușirea calculului numeric [87, 88].

Către sfârșitul secolului XV începe o perioadă de dezvoltare relativ rapidă a orașelor vechi și de apariție a unor orașe noi – centre ale producției meșteșugărești, ale comerțului. Orașele prezentau cetăți sau centre administrative în care se situau deseori posturi vamale. Populația orașelor era eterogenă. În oraș trăiau meșteșugari, târgoveți, reprezentanți ai clerului și ai păturii de slujitori domnești și locali. Toți acești oameni aveau nevoie de știință de carte și, nu în ultimul rând, de matematică. În virtutea acestor împrejurări iau ființă școlile orășenești [28]. Conținutul învățământului în aceste școli era legat, în mare parte, de ocupațiile practice ale populației orășenești, care trebuia de multe ori să legalizeze anumite afaceri, să alcătuiască anumite acte de cumpărare, vânzare, comandă. Ei trebuiau să poată măsura, socoti, cântări, controla prețurile, să ducă evidența contabilă etc. Pentru toate aceste activități cunoștințele matematice căpătau o anumită importanță. În felul acesta, școlile orășenești din cea mai timpurie perioadă a existenței

lor (secolul XV) trebuiau să capete un caracter laic pronunțat. Ele erau deschise și întreținute prin eforturile orașenilor, uneori bucurându-se în această privință de ajutorul și de susținerea din partea unor domnitori moldoveni. În unele orașe apar sporadic școli de stat (domnești). În majoritatea lor predarea se făcea în limba română. Matematica se predă în limita necesităților de evidență contabilă simplă.

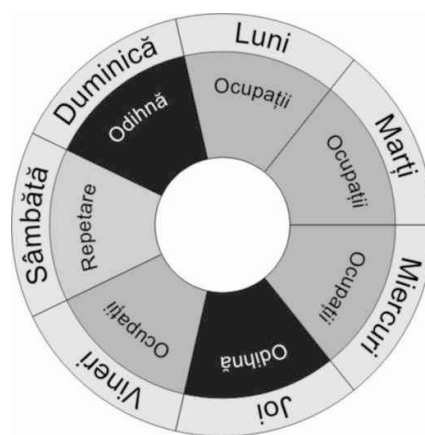
Perioada a doua (1765-1813) este remarcată prin o nouă reorientare a școlii în direcția intensificării învățământului laic. Pe lângă limbile greacă și latină în planul de învățământ se introduc o serie de obiecte noi ca: aritmetica, geometria, algebra, trigonometria și fizica. Toate aceste discipline erau numite împreună printr-un cuvânt „*epistimuri*”, (obiecte științifice). De aceea în 1766 școala primește noua sa denumire de „*Academie a învățăturilor și epistimurilor*” [28]. Aceste discipline se predau după metodele și principiile didacticii moderne aceluia timp [29, p.36-100].

Numai în Colegiul Vasilian (1640), apoi Academia Domnească din Iași (1714) se ținea un curs mai avansat de matematică, deoarece școala era de tip mediu și pretindea chiar la nivel superior.

Un moment important în istoria școlii și gândirii pedagogice moldovenești îl constituie anaforaua (raportul) din anii 1792-1795 alcătuită de mitropolitul Moldovei Iacob al II-lea și de episcopii școlilor la porunca domnitorului [29, p. 100-102]. Propunerile din anaforă erau expuse după punctele: pentru dascălii elinești, pentru dascălii epistimurilor, pentru dascălii limbii latine, pentru dascălii geometriei practice, pentru ucenici, pentru păzitorul cărților. Autorii raportului arată că e necesar de organizat Academia în așa fel, încât ea să fie, într-adevăr, o academie a științelor exacte. În special se vorbea despre necesitatea predării matematicii. Geometria era indicată absolut necesară, deoarece în țară nu erau ingineri, care să stabilească hotarele diferitelor moșii [7, 20, 58]. În această perioadă Academia își desfășoară o largă activitate instructiv-educativă și științifică. Se scriu și se traduc noi manuale și îndreptare, mai ales în științele exacte, inclusiv hotărnicia și topografia. Biblioteca se completează cu un șir de cărți traduse și autohtone. Printre ele și cărțile lui Amfilohie Hotiniul, inclusiv manualul de aritmetică „*Elemente de aritmetică arătate firești*”. Ceva mai târziu apar monografiile tânărului inginer-matematician G. Asachi. Totuși, Academia din Iași continua să nu corespundă în multe privințe noilor cerințe ale societății precum și noilor idei despre școală și învățământ. Eforturile pentru ridicarea nivelului organizațional și științifico-metodic al învățământului continuă pe tot parcursul perioadei cercetate. Se introduc o serie de îmbunătățiri, se indică completarea permanentă a bibliotecii cu cărți noi și cu materiale didactice la matematică [36, p.91].

A treia perioadă (1814-1821) este scurtă, dar importantă prin faptul că pe lângă Academie pentru prima dată se deschide un curs de științe ingineresti cu predare în limba română în scop de

a pregăti ingineri hotarnici cunoscători de limba poporului și a vechilor pravile. Conform hrisovului din martie 1813, școala capătă titlul de „Învățământ superior al științelor”. La acest curs se studia geodezia, arhitectura, desenul ingineresc, algebra, geometria, trigonometria etc. Învățământul la început avea un caracter liniar, adică disciplinele școlare se studiau succesiv. La bariera dintre secolele XVIII și XIX se introduce studierea *sincronică* a obiectelor [51], apare orarul de tip modern în care lecțiile erau înscrise strict după ore, cu indicarea numelui învățătorului, a obiectului și uneori a temei [19, 20, 29, 52]. Elevii învățau 5 zile pe săptămână (joia și duminica erau zile de odihnă). Patru zile erau destinate studierii materialului nou, iar sâmbăta după amiază se făcea repetarea materialului învățat [51] (Des. 2).



Desenul 2.
Orarul săptămânal

Lecțiile aveau loc atât de dimineață, cât și după masă. Elevii frecventau regulat serviciile bisericești. Cursurile începeau toamna și durau până în vară, când începea vacanța cea mare. Elevii mai aveau vacanțe de sărbătorile de iarnă și cele de primăvară. Trebuie de menționat că încă nu exista o specializare strictă a profesorilor după obiecte. Unii profesori puteau predă până la 12 obiecte din diferite domenii. Doar la începutul secolului XIX are loc o oarecare specializare. De pildă, Gh. Asachi, care este considerat ca primul profesor ce a predat matematica în limba română în Moldova, predă numai științele matematice și de inginerie [48, 49].

Matricea sarcinii didactice profesionale a unui cadru didactic

sec. XV	<i>Un cadru didactic predă toate obiectele</i>
1804	<i>Doi pedagogi predau cele 15 obiecte ce se studiau în școala județeană</i>
1813	<i>Pentru prima oară Gh. Asachi predă numai matematica la Academia Domnească din Iași (algebra, geometria, trigonometria, geodezia, desenul linear etc.)</i>

În predarea matematicii cele mai des erau aplicate astfel de metode ca cea catihetică și povestirea. Lucrările practice ce se bazau, în special, pe memorizare și reproducere. Inițial matematicile intrau în componența cursului de filozofie și se predau pe baza lucrărilor lui Aristotel. Abia după 1765 are loc o anumită modernizare și filozofia propriu-zisă cedează locul de frunte științelor matematice. Filozofia nu se mai studiază pe baza lui Aristotel, ci după traduceri și prelucrări ale operelor lui Wolff, a cărui școală a și predominat în universitățile europene până la apariția filozofiei lui Kant. La baza instruirii era principiul învățământului intuitiv (după Pestalozzi, Comenius), care corespundea și conținutului modern al disciplinei din acea perioadă. Matematica din această perioadă avea o orientare practică. Disciplinele

matematice se studiau pe baza unor cursuri sau manuale traduse în special din germană. Ele includeau deseori figuri, tabele-dovadă că la predarea matematicilor se foloseau și unele metode noi, intuitive. Cea mai modernă secție a Academiei era clasa de ingineri hotarnici condusă de Gh. Asachi [19]. E de notat că modernizarea era oglindită și în documente de stat. Așa, de exemplu, anafora din 1792-1795 recomandă noi principii în didactică: *învățământul să se facă pe bază de intuiție, la predare să se țină cont de particularitățile psihologice ale școlarului, învățământul să fie activ și să se facă de la simplu la compus* [50]. Se condamna învățământul mecanic și se recomandă unul conștient. Iar hrisovul dat în timpul domniei lui A. Moruzzi (1802-1806) prevedea înzestrarea bibliotecii școlii cu „*matematicești instrumenturi*” [29, p.102-103], [20, p.106]. De „*organe matematice*” vorbea, de altfel, și hrisovul pentru școli dat de Grigore Ghica în 1766 [85].

Altfel spus, Academia a contribuit la răspândirea culturii moderne europene în țară, a pregătit teren pentru dezvoltarea învățământului matematic superior în limba maternă (cursul de ingineri). Ea a pus baza metodologică-pedagogică de formare a viitorului sistem de învățământ matematic românesc din Moldova.

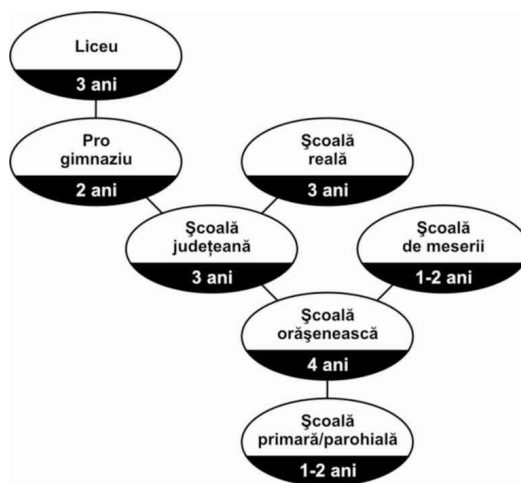
În anii 1820-1832 în Moldova, ca și în toată Europa, au funcționat școlile lancesteriene [107, 181]. Matematica în aceste școli se învăța în limita celor 4 operații aritmetice elementare și a socotitului [92] (1.3.1, 2.4). Ele au propagat și implementat prin sistemul lor monitorial, știința artei socotitului în masele largi de oameni.

În această perioadă matematica devine un obiect de studiu școlar important, fapt atestat în multe documente oficiale, mai ales pentru cei care râvnesc să ocupe anumite posturi de stat [36, p.177], se deschid cursuri speciale pentru pregătirea profesională în anumite domenii în același cadru și pentru pregătirea învățătorilor.

În a doua jumătate a secolului al XIX-lea studierea matematicii devine din ce în ce mai necesară. Apar planuri de învățământ concrete, programe cu elemente de învățământ realist. Pe lângă aritmetică se mai introduc și alte științe naturale. Ca un model de programă la matematică se poate lua cea a școlilor din ținutul Suceava. Matematica, conform acestei programe de învățământ, este cultivată atât pentru valoarea sa formativă (contribuie la dezvoltarea vieții sufletești), cât și pentru importanța sa practică, cerută de comerț și industrie. Se observă, că există o justă înțelegere în ce privește rolul acestei discipline. În clasa I se predau cele patru operații aritmetice în concentrul 1-10, monezi, unități de măsură etc. În grupa de clase II-III se continuă cu numerația și cele 4 operații cu numere întregi până la 1000 și se completează cu unități de măsură și monezi, elemente de calcul simplu și probleme practice. În grupa a III-a de clase (clasele IV-VI) se continuă cu numerația și cele patru operațiuni cu numere întregi până la 1000 000, se rezolvă diferite probleme practice și se studiază elemente de geometrie, fracțiile.

Acest plan și programa aplicată constituiau un progres incontestabil, care a pus bazele unui învățământ mult mai modern din școala suceveană [52, p.110-111]. Liceele din ținutul Suceava erau de tip clasic. Prin ele se urmărea pregătirea elevilor pentru universitate sau pentru a completa necesitatea de cadre de conducere medii din diverse ramuri ale economiei [67, 86]. Planul lor de învățământ (Planșa V) s-a menținut până în 1918 [52, p.128].

Către sfârșitul secolului al XIX-lea, din considerente social-economice și politice, structura sistemului de instituții de învățământ capătă o orientare realistă. În 1871 la Chișinău se deschide, pe baza gimnaziului regional, deschis în 1834, încă un gimnaziu de băieți (151 de elevi), iar în 1879 și în 1880 la Akerman și Ismail au fost înființate câte un gimnaziu de băieți, care în 1884, împreună cu cel din Chișinău, au fost transformate în licee cu câte șase clase [158]. Planul de învățământ realist, în special, pentru școlile reale, denotă o orientare pronunțată față de importanța cunoștințelor matematice. Orelor de matematică și de alte obiecte realiste li se rezervă de la 6 ore în clasa pregătitoare până la 13 ore în clasa a 6-ea; matematicii i se rezervă, respectiv, 6, 6, 5 ore, ceea ce reprezintă din numărul total de ore 27-43% [38, 96] (Planșa IX). În 1884 în Basarabia erau de acum 3 licee clasice și unul real. Se conturează următorul sistem al Instituțiilor de învățământ în Basarabia (Des. 3).



Desenul 3.
Structura sistemului de învățământ din Basarabia la 1910

Menționăm că toate aceste licee deserveau populația nemoldovenească din regiune. Desigur, o dată cu creșterea numărului de școli, crește și numărul absolvenților instituțiilor medii de învățământ din Basarabia, care își continuă studiile în instituțiile de învățământ superior din Rusia. Printre ei sânt și moldoveni. Din păcate, aportul lor la dezvoltarea culturii naționale moldovenești până în anii 20 ai secolului al XX-lea este aproape nul. Datorită dezvoltării capitaliste care pătrunsese în ținut, se simte tot mai mult nevoia de brațe de muncă, cadre calificate cu cunoștințe de matematică și mecanică aplicată, capabile să conducă și să repare noile mașini și unelte ce apăreau tot mai des în ateliere, micile întreprinderi, pe ogoare, în

deosebi cele moșierești, dar și de specialiști apți să organizeze exploatarea judicioasă a pământului. De aceea zemstva deschide în 1880 în fiecare județ câte o școală de meserii cu o singură clasă, de obicei pe lângă școlile orășenești. Aceste clase de meserii, care necesitau cunoștințe de științe reale aplicate, dădeau posibilitatea să crească cadre de tâmplari, fierari, strungari, rotari, cizmari, lăcătuși, olari etc., asigurându-le în acest mod un rost în viață. De aceea clasele de meserii se bucurau, la început, de mare popularitate. Pe la sfârșitul anilor 80 asemenea clase funcționau deja în cadrul a 65 de școli, având un contingent de 1245 de elevi. În aceste școli predarea se făcea numai în limba rusă.

În anii 90 se deschid trei școli agricole: la Cucuruzeni (Orhei), Purcari (Akkerman), Grinăuți (Soroca) cu o durată de studii de 4 ani. Ele trebuiau să devină niște focare de răspândire a cunoștințelor agricole. Prin concursul medicilor progresiști se deschide o școală de felceri și una de moașe, cu durata de studii de trei ani. În ele se studia matematica aplicată. Învățământul comercial începe abia în 1899 la Chișinău cu o școală comercială de trei clase. În școala comercială matematica era studiată mult mai profund [38] (Planșa X).

Către începutul secolului al XX-lea în Moldova s-a constituit o anumită sistemă de instituții de învățământ: casa părintească, școala primară, gimnazii, licee, universitate, academie. În aceste instituții tânăra generație căpăta anumite cunoștințe de carte, printre care și matematică. În această perioadă școala națională a căpătat o orientare realistă, destul de pronunțată. Evoluția învățământului matematic este reflectată în matricea așezării acestui învățământ după ani, localitate, fondatorii ei și aportul adus în dezvoltarea lui ulterioară.

Matricea evoluției învățământului matematic din Moldova
(secolul XV – începutul secolului XX)

Nr. d/o	Anii	Locul, instituția	Cine a conceput ideea	Aportul în dezvoltarea învățământului matematic
1	c.1400	Școlile mănăstirești	Biserica	Studiarea rudimentară a celor 4 operații aritmetice, socotitul.
2	1401-1403	Școlile domnești	Alexandru cel Bun	Studiarea rudimentară a celor 4 operații aritmetice, socotitul, evidență simplă contabilă
3	c.1552-1561	Colegiul de la Hârlău	Al. Lăpușneanu	Studiarea rudimentară a celor 4 operații aritmetice, socotitul.
4	1559	Școala română (Șcheii Brașovului)	Domnitorii Moldovei și Munteniei	Studiarea rudimentară a celor 4 operații aritmetice, socotitul.
5	1562	Shola Latina (Colegiul din Cotrani)	Despot Vodă	Studiarea rudimentară a celor 4 operații aritmetice, socotitul.
6	1640	Colegiul Vasilian (Iași)	Vasile Lupu	Studiarea matematicii în spiritul filozofiei lui Aristotel, curs în componenta filozofiei în limba slavonă.
7	1714	Academia Domnească (Iași)	Mavrocordat	Studiarea matematicii în spiritul filozofiei lui Aristotel, curs în limba greacă în componenta filozofiei.

8	1766	Academia Domnească (Iași)	Grigore II Ghica	Introducerea studierii epistimurilor(științe exacte) în clasele X-XII, reformare în spirit iluminist European, matematica citită după operele lui Wolf, în greacă.
9	1795	Huși-Iași	A. Hotiniul	Primul manual autohton de aritmetică
10	1804	Seminarul Teologic Socola (Iași)	Al. Moruzzi, Gh. Asachi, V. Costache	Prima instituție de învățatură înaltă în limba română. Primul curs serios de aritmetică în limba română.
11	1813	Academia Domnească, clasul de ingineri (Iași)	Gh. Asachi	Începutul învățământului matematic superior. Pregătirea primilor ingineri hotarnici în limba poporului băștinaș.
12	1813	Seminarul Teologic din Chișinău	Mitropolit G. Bănulescu-Bodoni	Prima instituție de învățatură înaltă din Basarabia. Pregătirea pedagogilor pentru școlile primare.
13	1819	Școlile Lancasteriene (Chișinău)	Decembriștii	Cunoștințe matematice simple(socotitul și 4 operații aritmetice) în masele largi.
14	1821	Academia Vasiliană (Iași)	Gh. Asachi	Academia Domnească din Iași redeschisă deja cu limba de predare română și orientare spre un învățământ realist.
15	1832	Cursuri pedagogice pentru pregătirea profesională (Iași)	Gh. Asachi	Pregătirea cadrelor didactice pentru școlile deschise în conformitate cu Regulamentul Școlilor și Regulamentul Organic.
16	1834	Gimnaziul regional din Chișinău		Prima instituție de tip real din Basarabia
17	1835	Academia Mihăileană (Iași)	Gh. Asachi	Deschiderea cursurilor practice reale: matematica, geodezie, geometrie practică(3 ani).
18	1840	Școala de Artă și Meserii (Iași)	Gh. Asachi	Prima școală superioară de profil real
19	1855	Institutul Preparandal (Iași)	Gh. Asachi. A. Velini	Instituție de pregătire a cadrelor didactice, un loc prioritar revenea studierii aritmeticii
20	1860	Universitatea din Iași	A.I. Cuza	Prima instituție superioară de învățământ, care avea și facultatea de științe reale. Pregătea profesori de matematică pentru ciclul mediu.
21	1864-69	Liceele	S. Haret	Orientarea spre un învățământ realist.
22	1872	Seminarul învățărotesc (Bairamciu)		Prima instituție de învățământ pentru pregătirea cadrelor didactice din Basarabia.
23	1879	Academia de științe	S. Haret	Fondarea centrului de dirijare a științelor
24	1882	Herbatianismul	V. Petri, T. Ziller, W. Rein	Introduce în învățământ treptele lui Herbart și organizează forma modernă de petrecere a unei lecții pe trepte.
25	1884	Primul Congres al cadrelor didactice	S. Haret	Învățământ bazat pe o pedagogie activă și creativitate; învățământ realist.
26	1886	Metoda intuiției	S. Haret	Metoda intuiției se introduce ca obiect obligatoriu de studiu în școală, prezentând ideea învățământului activ, realist.
27	1889	Școala nouă	G. Ibrăileanu, P. Mușoiu, E. Vaian	Militează pentru democratizarea școlii și un învățământ realist.

28	1898	Liceele Trifurcate	S. Haret, C. Dimitrescu-Iași	Se organizează licee cu durata de studii de 8 ani pe 3 profiluri: real, clasic și modern și 2 cicluri inferior și superior. Trifurcarea se realiza în ultimi 2 ani.
29	1898	Învățământul profesional	S. Haret	Școli profesionale bazate pe învățământul realist.
30	1902	Cursuri pedagogice (Chișinău)		Pregătirea învățătorilor școlilor primare în limba rusă
31	1904	Cursuri pentru adulți	S. Haret	Lichidarea analfabetismului între adulți.
32	1910	Haretismul	Grupul "vremea nouă"	Ideea solidarității profesionale ale pedagogilor. Introducerea metodelor noi (blânde) în educație și instruire. Atașament pentru copii săraci.
33	1912	Seminarul învățătoresc (Soroca)		Al doilea seminar învățătoresc din Basarabia în limba rusă
34	1914	Seminarul învățătoresc (Chișinău)		Seminar învățătoresc pentru femei
35	1915	Educația nouă	V. Ghidionescu	Propune educația bazată pe pedagogia experimentală, realistă (metode științifice matematice).
36	1916	Institutul învățătoresc (Chișinău)		Institutul de pregătire a învățătorilor ce avea trei clase
37	1918	Școla muncii	S. Mehedințchi	Legea școlară ce prevedea mutarea școlilor normale la sate, orientarea practică a școli.

Obiectivul fundamental al școlii era educarea tineretului deoarece se considera că „următorul secol va fi anume astfel, precum vor fi educați pentru el viitorii cetățeni”. În atenția organelor de stat ce dirijau cu școala se afla pedagogul și educarea tinerei generații. Această atenție era sublimată nu numai prin statutul la care era determinat de către stat pedagogul (rang, salarii, locuință), ci și față de condițiile lui de lucru și trai. Lăcașul școlii primare la anul 1920 era planificat astfel, încât era rezervată o parte din local pentru locuința învățătorului. La universitate au fost planificate încăperi separate pentru profesori pentru lucrul creativ științific și odihnă în afara orelor de curs. Instituțiile de învățământ erau aprovizionate în mod gratuit cu manuale, literatură metodică și mijloacele didactice necesare.

Finalitățile evolutive ale sistemului învățământului matematic așteptau în preajma anilor 20 ai secolului XX-lea creșterea calității și eficienței învățământului real, promovarea celor mai recente inovații din domeniul metodic-științific; deschiderea școlii către mediul ei natural, social și economic cu aplicarea conștientă în practica cotidiană a cunoștințelor matematice.

În concluzie se poate afirma că sistemul de învățământ din Moldova în perioada supusă cercetării a parcurs calea de la niște școli mănăstirești sporadice până la un sistem de instituții de învățământ (Tab. 1) în spiritul ideilor lui I. A. Comenius.

Tabelul 1.
Evoluția sistemului de învățământ din Moldova (1400-1918)

Treptele	Anii									
	1400	1460	1640	1714	1804	1819	1836	1860	1869	1879-1918
I	Ș.Mn.	Ș.Mn.	Ș.B.	Ș.B.	Ș.B.	Ș.B. / Ș.L.	Ș.B. / Ș.P.	Ș.B. / Ș.P.	Ș.B. / Ș.P.	Ș.B. / Ș.P.
II		Ș.D.	Ș.D.	Ș.O. / Ș.D.	Ș.O.	Ș.O.	Ș.O. / S.M.	Ș.M.	Ș.M.	Ș.M.
III			G.V.	A.D.	A.D. / S	A.D. / S	A.M. / Ș.N.	Ș.N.	Ș.N. / L / Ș.Pr.	Ș.N. / L / Ș.Pr.
Înv. Superior								Un. / Ș.S.	Un. / S.P.	Un. / S.P.
										A

Ș.Mn. – Școli mănăstirești;
 Ș.B. – Școli bisericești;
 Ș.P. – Școli primare;
 Ș.L. – Școala Lancasteriană;
 Ș.D. – Școli Domnești;
 Ș.O. – Școli orășenești;
 Ș.N. – Școli normale;
 Ș.S. – Școli superioare;
 Ș.M. – Școli medii (gimnazii);

Ș.Pr. – Școli profesionale;
 A.D. – Academia Domnească;
 A.M. – Academia Mihăileană;
 G.V. – Gimnazia Vasiliană;
 S. – Seminar;
 Un. – Universitate;
 L. – Licee;
 A. – Academia de Științe
 S.P. – Seminar pedagogic

Acest sistem dispunea de rețele adecvate de instituții de instruire și educație de diferite niveluri, trepte, forme de organizare și de activitate; de planuri și programe de învățământ cu un conținut adecvat, realist, atașat la standardele educaționale necesare societății existente. Dar raportate la cerințele înaintate de necesitățile social-economice ale societății de la începutul secolului al XX-lea și la cerințele moderne ale aceluși timp înaintate de didactica matematicii corespunzătoare față de organizarea procesului de predare-învățare a matematicii aceste instituții nu corespundeau în multe privințe.

1.3.1. Aspectul didactic al evoluției conținutului învățământului matematic ca parte componentă a Curriculum-ului școlar

Actualmente conținutul învățământului matematic se proiectează în baza standardelor educaționale de stat în conformitate cu paradigmele corespunzătoare ale învățământului general. El are un caracter formativ-funcțional și este eșalonat pe niveluri și trepte.

Conținutul învățământului matematic (*Curriculum-ul*) reprezintă ansamblul de valori gnoseologice și de cunoștințe, priceperi și deprinderi selectate din tezaurul cunoașterii și practicii umane (sistem ideatic și practic), care se transmit și se învață pentru dezvoltarea personalității tinerelor generații în vederea integrării lor socioprofesionale.

Conținutul învățământului matematic constituie o componentă fundamentală și esențială a procesului instructiv-educativ, având două însușiri importante: cantitatea și calitatea. *Cantitatea* conținutului răspunde la întrebarea: „cât anume trebuie de transmis și însușit din volumul total de

cunoștințe teoretice și practice la o anumită disciplină matematică?”, determinând caracterul informativ al conținutului. *Calitatea* reprezintă însușirea conținutului: ce anume se transmite și se învață, determinând caracterul formativ al conținutului. *Calitatea* evidențiază profunzimea, nivelul, funcționalitatea, performanța, durabilitatea și eficiența cunoștințelor matematice în dezvoltarea personalității și formarea profesională în dezvoltarea capacităților intelectuale și profesionale ale tineretului [138]. O dată cu dezvoltarea schimburilor comerciale, conținutul învățământului matematic în perioada cercetată se îmbogățește atât *cantitativ*, cât și *calitativ* [27]. Dacă aceste două însușiri se aflau în echilibru, atunci învățământul matematic era eficient. Neconcordanța dintre ele duce la diminuarea eficienței procesului de predare-învățare-evaluare. Astfel, spre sfârșitul secolului al XIX-lea în Moldova, din cauza supraîncărcării programelor analitice la matematică și a înstrăinării cunoștințelor matematice de la viața practică din cotidian, am ajuns să constatăm că matematica nu era, pur și simplu, înțeleasă și cele mai scăzute note (cunoștințe) erau înregistrate anume la matematică (1.3. anii 1860-1900).

De regulă, conținutul învățământului matematic la diverse niveluri și trepte este asigurat prin planuri de învățământ și programe analitice de studii aprobate de Ministerul Învățământului (Art. 38, Legea învățământului, 1995).

În Moldova (perioada cercetată) conținutul învățământului tradițional avea un caracter static, informativ, excedent, care nu permitea realizarea pe deplin a obiectivelor instruirii. În conținutul dat asista insuficiența valorilor umane, naționale și universale. Era ignorat conținutul funcțional, formativ, dezvoltativ, interdisciplinar.

La nivelul matematicii școlare conținutul învățământului a căpătat o expresie concretă aparte, care ne vom strădui s-o evidențiem raportată la perioada cercetată. Ca obiect de studiu, matematica conține: studierea bazelor aritmeticii, algebrei, geometriei, trigonometriei, analizei matematice, teoriei probabilităților, statisticii matematice; altoirea priceperilor și deprinderilor de a aplica cunoștințele matematice la rezolvarea problemelor practice, dezvoltarea gândirii logice și a reprezentărilor spațiale. Studierea matematicii a servit dintotdeauna ca un obiectiv general al educației tinerei generații și susține o anumită pregătire a lor către viitoarea activitate practică.

Până în secolul al XVII-lea matematica era considerată ca o știință despre numere, mărimi constante și figuri geometrice simple. Ulterior s-a dezvoltat treptat în ascensiune. În prezent a acumulat în sine un conținut variat ce constituie o știință compusă din mai multe discipline [27]. Matematica școlară ca obiect de studiu reiese din această știință raportată la particularitățile de vârstă ale elevilor, la regularitățile pedagogice și psihologice ale procesului instruirii și se deosebește de matematica-știință nu numai prin volum și sistemă, dar și prin profunzimea reprezentării adevărilor matematice în mod sistematic: clar, accesibil, concis și în ascensiune de la concret la abstract, de la cunoscut la necunoscut [82].

În Evul Mediu (anii 700-800) în țările din Europa Occidentală cât și în Moldova (anii 1800) nivelul scăzut al dezvoltării gospodăriei feudale nu înainta nici un fel de cerințe sporite, față de matematică ceea ce ar fi stimulat dezvoltarea ei de mai departe. În gospodărie și în viața cotidiană era necesar de a cunoaște procedee elementare de calcul cu numere întregi și fracționare, de a opera cu figuri geometrice simple, de a folosi unități simple de măsură sau relații valutare, de a duce evidența conturilor economice în gospodărie. În mănăstiri față de matematică erau înaintate aceleași cerințe. Se adăugau doar problemele, legate de calendar și determinarea sărbătorilor religioase, în deosebi a Paștelui.

Științele tradiționale precise ce se studiau în ciclul quadrivium aveau următorul conținut:

- *aritmetica*: expunerea celor mai simple proprietăți a numerelor și mistica legată de ele; studierea celor șase operații aritmetice cu numere naturale (adunarea, scăderea, înmulțirea, împărțirea, ridicarea la puterea doi și trei și extragerea rădăcinilor respective) și aplicarea lor în măsurare;
- *geometria*: conglomerat de informații din geometrie și povestiri despre minunile lumii, aplicarea cunoștințelor în practica construcțiilor și a măsurărilor [122];
- *astronomia*: alcătuirea calendarelor și ghicirea după stele, determinarea duratei anului, calcularea pascaliilor [25];
- *muzica*: se considera o știință a armoniei sunetelor sau aritmetica ritmurilor, sunetelor și armoniilor date prin proporții [7].

În aceste timpuri magia și mistica conviețuiau alături de știință [82].

Despre conținutul învățământului matematic al Evului Mediu se poate constata apelând la manualele alcătuite pentru școala palatină pe lângă curtea lui Carol cel Mare (anul 800) de marele cărturar Albin Alcuin și după cartea „Liber abaci” a lui Leonardo Fibonacci (anul 1202). Conținutul lor cuprindea: cunoașterea scrierii numerelor și efectuarea calculelor cu cifre hinduso-arabe, operațiile aritmetice cu numere întregi și fracționare, reguli de comerț (calcularea prețului, rabatului), regulile de trei, regulile falsei poziții, rădăcini pătratice și cubice, probleme de algebră și geometrie practică [122, p.293]. Aranjarea materiei de studiu era reprezentată în mod catehetic și într-o formă destul de simplă. Se poate menționa forma dialogată (catehetică) a manualului lui Alcuin – sub formă de întrebări și răspunsuri, care s-a păstrat în literatura didactică matematică până în secolul XIX (A. Hotiniul, Gh. Asachi etc. [10, 54]). În școlile pe lângă biserici și mănăstiri, ucenicii învățau scrierea, cititul și socotitul în limita celor mai simple operații aritmetice [60, vol. I, p.324].

Spre exemplu în [71, p.77] se menționează că școlile slavo-române de la Iași aveau o programă asemănătoare cu cele din Europa Occidentală. Ea cuprindea scrierea și citirea numerelor în slavonă, noțiuni elementare la aritmetică etc. Printre materii de studii erau exerciții

de socotit prin care ucenicii erau orientați în probleme financiare legate de visteria țării. Evidența mărfurilor care puteau trece la vămi, prețurile lor etc. Ucenicii erau inițiați în cunoașterea legilor, (a pravilelor țării), cunoașterea cronologiei etc. Dascălii făceau cu ucenicii multe exerciții de aplicații practice privind măsurarea terenurilor, trasarea hotarelor, delimitarea unei proprietăți și împărțirea ei pe cete, neamuri sau ginți etc. În [60, vol. I, p.81] se subliniază că ucenicii însușeau noțiuni elementare de aritmetică, geometrie, necesare la ținerea evidenței veniturilor mănăstirești, a dijmelor de tot felul. În școlile din mediul rural, ucenicii se deprindeau în meșteșugul scrisului și cititului, în însușirea noțiunilor elementare de socotit și măsurat [71, p.78]; învățau câte o cronologie a anilor de la facerea lumii (5508 î.e.n.).

Ulterior conținutul se îmbogățește pentru a răspunde astfel nevoilor sociale mereu în creștere a societății în cauză.

O fundamentare științifică a obiectelor ce trebuiau studiate în școala primară o face pentru prima dată I. Pestalozzi [72]. Marele pedagog își materializează concepția sa despre metoda intuitivă și educația copilului în conformitate cu natura (corespunde legilor specific umane) [83, p.68] și care are la bază trei elemente: *numărul*, *forma* și *numele*. Întemeindu-se pe cele trei elemente ale intuiției și pe cele trei forțe elementare ale ființei umane (perceperea unităților, formelor și pronunțarea sunetelor), Pestalozzi stabilește conținutul învățământului elementar:

- aritmetica (*numărul*);
- geometria, desenul, scrisul, lucrul manual (*forma*);
- limba maternă, cititul, geografia, istoria, științelor naturii (*numele*);

Începând cu Pestalozzi, școala și învățământul, în special, cel matematic capătă o nouă orientare, o fundamentare psihologo-pedagogico-teoretică bazată pe cunoștințe de psihologia și fiziologia copilului și începe să se dezvolte ca o instituție necesară pentru instruirea tinerei generații, având la bază motivația unui anumit conținut de materie de studiu.

În școala gramaticului, existentă în Moldova în secolul XV, conținutul învățământului este orientat spre cunoașterea scrierii, mai ales în limbile latină și slavonă, pe atunci limbi oficiale în cancelariile țării. Fiindu-le necesare, ucenicii, împreună cu slujbașii de la vămi, negustorii, însușeau, în deosebi, cele patru operații aritmetice cu cifre scrise cu caractere slavone și romane. Cu timpul apar școli de grad mai înalt în care conținutul învățământului este mai bogat și mai diversificat. De exemplu, Shola Latina de la Cotnari din sec. al XVI-lea își desfășoară activitatea după o programă care avea la bază studiul gramaticii, iar în cadrul lecțiilor se predau și noțiuni de astronomie, cronologie, aritmetică și fizică [23]. Școlile de limbă română și slavonă din secolul XVII (Câmpulung, Putna, Iași, etc.) aveau o programă care urmărea efectuarea celor patru operații, noțiuni de cronologie, geometrie (măsurarea pământului), cunoașterea mărfurilor ce treceau prin vamă și evidența lor etc. [60, vol. I, p.325]. În Colegiul de la Trei Ierarhi (1640)

din Iași, se predă o învățătură umanistă de nivel înalt, însă matematica era studiată la nivel rudimentar. Planul de studii al Academiei Domnești din Iași, mai ales după etapa 1765-1821, indică noua orientare a studiilor. Acest plan cuprindea: aritmetica, geometria, algebra, trigonometria, fizica raționată, logica, muzica, geodezia, arhitectura în limba română (după anul 1813), desenul ingineresc etc.

În Bucovina în planul săptămânal întocmit de Anton de Marki de la școala din Cozmeni județul Suceava, din octombrie 1789 (plan aplicat în toate școlile din Bucovina), se conține:

Nr.	Obiectul de studiu	Clasa și numărul de ore	
		I	II
1	Cunoașterea slovelor. Slovenirea	3	-
2	Învățământul moral-religios	3	3
3	Citirea slovelor din bucoavnă	3	-
4	Scrierea	1	2
5	Citirea	-	5
6	Aritmetica	-	2
7	Pravilele din însemnarea cărții	-	1
8	Ortografie și gramatică	-	2
9	Compunerea	-	1
10	Cântările religioase	1	1
Total pe săptămână		11	17

Planul cuprinde deja 2 ore de aritmetică pe săptămână în clasa a II-a, se introduc elemente ce măresc orizontul de cunoștințe a științelor exacte a elevilor [52, p.70-71].

În ce privește predarea aritmeticii (chambakul), conținutul era foarte restrâns. Era o simplă continuare a ceea ce se predă în învățământul bisericesc. Astfel, în clasa 1-a, programa cuprindea câteva socoteli orale, iar în clasa a 2-a scrierea numerelor 1-1000, calcul oral și în scris în cercul 1-20, tabla înmulțirii. Aceste cunoștințe matematice elementare apăreau, doar în manualele de limba română. Odată cu apariția primului manual de aritmetică, la finele sec. al XVIII-lea, conținutul învățământului matematic își lărgeste cuprinsul, mai ales în școlile principale, după cum rezultă din notările cataloagelor și din însăși manualele de aritmetică. La această dată, programa la aritmetică în clasa a 2-a, etapa I-a cuprindea: noțiunea de *pluralitate* (mulțime) și *unitate*, *numerația* de la 1 la 1000000, cu *compunerea* și *scrierea numerelor* respective, noțiunea de *adiție*, *substrație*, *multiplicație*, *divizie* (adunare, scădere, înmulțire, împărțire) – definiții, precum și cele 4 operații în cercul 1-1000. Programa la aritmetică din clasa a 2-a etapa a II-a, a cărei conținut tematic este mai bogat și mai bine aranjat. Această programă constituia mai mult un plan dezvoltat de studii. În această formă simplistă, apariția planului de învățământ și a programei matematice au marcat un pas înainte în practica școlii din Moldova [52, p.74].

Către sfârșitul secolului XVIII conținutul învățământului matematic se înnoiește. Noua perioadă, asigura științelor reale un loc din ce în ce mai important în planul de învățământ, replicând, astfel, acelor forțe conservatoare care urmăreau cu orice preț limitarea procesului instructiv-educativ la religie, gramatică și retorică, după cum și la limbile aromâne. Către 1780

științele naturii erau studiate destul de modest în Moldova. O asemenea concluzie se desprinde din studiile privitoare la Academia Domnească din Iași [60, vol. I, p.234], [14, 35]. Acest conținut se poate urmări după cursurile citite în greacă și care s-au păstrat în conspectele unor elevi din acele timpuri sau în manualele păstrate în arhiva bibliotecilor în diferite limbi: greacă, latină, slavonă. Inițial matematica făcea parte din epistemii (cursuri ale științelor exacte, a științelor cunoașterii lumii materiale) înserate în cursul de filozofie, apoi cu timpul s-a separat aparte. În Moldova [5], astfel de cursuri încep a se preda la Academia din Iași în 1766 și anume în ultimii ani de studii din academie; clasele 10-12. Dintre matematici se preda: aritmetica practică și raționată; algebra; teoria și practica logaritmilor; trigonometria plană și sferică; astronomia și aplicațiile matematice în arta militară, în special în artilerie. Conținutul matematic al acestor obiecte cuprindea: noțiuni despre numere și scrierea lor prin slove, semne romane, operații cu numere simple, rapoarte, fracții, puteri (pătrate și cubice), logaritmi, planimetrie, stereometria solidelor, regulile pentru măsurarea dimensiunilor și capacităților vaselor, trigonometria plană. Despre conținutul învățământului matematic urban și rural se poate vorbi referindu-ne la una din cele mai populare cărți ale sfârșitului secolului al XVIII-lea, cartea episcopului de Huși Amfilohie Hotiniul, „*Elemente aritmetice arătate firești*” [54], din cuprinsul căreia putem evidenția conținutul materiei la aritmetică: scrierea și citirea numerelor prin slove și cifre hinduso-arabe (în carte este atestată o tabelă de trecere a numerelor scrise prin slove la numerele scrise prin cifre), cele 4 operații, ridicarea la putere și extragerea rădăcinilor (pătrate și cubice), regula de trei simplă și compusă, regula tovrășiei, regula rapoartelor și a proporțiilor compuse. Conținutul materiei de studiu la geometrie cuprinde: elemente și noțiuni fundamentale, figuri geometrice, cercul, arii, unități de măsură populare: linia, degetul, latul de mână, palma, pasul geometric, prăjina, stadia, lega etc.

Un nou suflu în perfectarea conținutului programelor analitice a învățământului matematic îl dă activitatea Seminarului de la Socola (1804), care mai apoi este implementată în Basarabia de Gavriil Bănulescu-Bodoni pentru a organiza activitatea Seminarului Teologic din Chișinău (1813). Aritmetica ce se învăța la Seminar avea deja o structură destul de bine încheată: operații aritmetice cu numere întregi și fracționare, regula de trei simplă și compusă, regula tovrășiei, regula aliajelor, unitățile de măsură aproape de cele internaționale și lucrul cu monedele [84].

Un important pas în îmbogățirea conținutului matematic aparține lui Gh. Asachi. Deschizând cursul de pregătire a inginerilor hotarnici, Asachi concepe cursuri de matematică care mai apoi apar sub forma de manuale separate: aritmetica („*în toate părțile ei*”), geometria și algebra, la care se adaugă arhitectura, geodezia sau ingineria câmpului și altele. Acest învățământ a avut un ecou prin manualele, [60, vol. I, p.357] ce au avut mare circulație nu numai în Moldova. Aceste manuale [10-12] reflectă conținutul disciplinelor matematice, care s-au ținut

la cursul de ingineri hotarnici în anii 1813-1818 la Academia Domnească [5], iar mai târziu la cursurile pe lângă Seminarul de la Socola și cele de la Academia Mihăileană. Aritmetica [10] cuprindea: operații cu numere întregi și fracții, inclusiv cele zecimale; rapoarte și proporții, progresii, combinatorica. Algebra [11] operații cu variabile, noțiuni referitoare la puteri și rădăcini, monoame și polinoame, fracții algebrice și operațiile cu ele; ecuații și soluțiile lor. Geometria elementară [12] studia planimetria și stereometria. În planimetrie se conținea poziția reciprocă a dreptelor, dreptelor și cercului, unghiuri, construcții geometrice simple, triunghiuri, patrulatere, poligoane, arii, ridicarea planului. Stereometria cuprindea: drepte și plane în spațiu, unghiuri diedre și poliedre, poliedre, corpuri de rotație, volume și suprafețe, inclusiv conice. Prin aceste conținuturi s-a pus începuturile matematicii școlare și a terminologiei matematice române moderne.

Conținuturile cu timpul devin constante. Între obiectele disciplinelor matematice exista însă o izolare, după cum și o ruptură dintre teorie și practică, mai ales din lipsa problemelor cu conținut practic din viața cotidiană [82].

În școlile primare, în ciclul începător se predau cele 4 operații aritmetice cu numere simple (socoteli din gând), numai din clasa a 3-a se prevedea învățarea aritmeticii practice până la fracții inclusiv, iar în clasa a 4-a începuturi de geometrie, mecanică practică și început de desen liniar. Aceste cunoștințe erau considerate absolut necesare pentru așa meserii ca: dulgheria, zidăria, ciubotăria ș.a., se mai studia regula de trei și purtarea registrelor ca „*necesar vieții de obște*” [60, vol. II, p.78].

Pe parcursul perioadei cercetate conținutul matematicii s-a perfectat continuu fiind conformat la nevoile stringente ale societății, răspunzând receptiv la cerințele timpului dat. Se evidențiază un decalaj între cerințele societății și nivelul cunoștințelor matematice. Ultimele rămâneau către sfârșitul secolului al XIX-lea foarte departe de nivelul cerințelor științei matematice. Matematica școlară folosea ideile secolelor XVII- XVIII. Acest decalaj s-a diminuat într-o anumită măsură în urma reformelor efectuate în învățământul matematic către sfârșitul secolului al XIX-lea – începutul secolului al XX-lea ca rezultat al activității Comisiei Internaționale de reformare a matematicii școlare, în frunte cu F. Klein [95]. Multe realizări n-au fost implementate în învățământ din cauza conflictelor militare, a războaielor ce au avut loc.

Conținutul învățământului matematic se caracterizează prin două componente esențiale: *cultura generală* și *cultura de specialitate* (profesională sau de profil) [24, p.106].

Cultura generală reprezintă ansamblul valorilor materiale și spirituale create de poporul Moldovei (perioada cercetată). Ea este determinată de concepția și atitudinea față de om și societate și față de idealul cetățenesc de formare a personalității la un moment dat al dezvoltării social-istorice. În antichitate *Cultura Generală* era însușită de oamenii liberi, în Evul Mediu se

considera obiectivul celor șapte arte libere; în epoca Renașterii – „cultură de tip enciclopedic” (homo universalis) etc. În Moldova (perioada cercetată) se considera ca fiind o cultură fundamentală care ajută ca oamenii să se înțeleagă, indiferent de profesia lor etc. Astăzi este concepută ca fiind un ansamblu de cunoștințe teoretice și care, practic, asigură dezvoltarea integrală, multidimensională și armonioasă a personalității. *Cultura generală școlară* a avut și are un caracter pronunțat umanist, fapt care-i atestă valoarea și eficiența sa informativ-formativă și socială. În acest context cultura generală înzestrează personalitatea cu un larg și valoros orizont de cultură iluminist-umanistă și cu capacități intelectuale, creând condițiile de comunicare, înțelegere și solidaritate între oameni. Tot timpul cultura generală școlară își amplifică obiectivele, își extinde și diversifică conținuturile, care-i sporesc valențele instructiv-formative, realizând, totodată, în cadrul acestora și premisele profesionalizării, ale culturii de specialitate. Tendințe de formare a culturii generale sânt manifestate la mulți dintre pedagogii de vază ai timpului dat.

Cultura de specialitate (matematică) reprezintă un ansamblu de cunoștințe teoretice și practice din domeniul matematicii, care asigură pregătirea profesională pentru activitatea practică în cotidian. Cultura de specialitate prezintă două trepte: generală și pur profesională. Matematica în școală unii o studiază doar pentru a avea cunoștințe generale, iar alții – în conformitate cu profilul real ales: comerț, industrie etc. Unii își aleg calea în studiul aprofundat al matematicii, adică devin profesioniști. În Moldova cultura de cunoaștere a matematicii a parcurs calea de la cunoștințe rudimentare, în limita calculului simplu și a celor patru operații aritmetice ce se studiau în școala bisericească sau de altă orientare din secolul al XIV-lea până la liceele reale și școlile comerciale cu un caracter profund pronunțat de studiere a matematicii de la începutul secolului al XX-lea.

Ca orice componentă a procesului de învățământ, conținutul învățământului matematic necesită o programare și o obiectivitate (concretizare). Obiectivitatea învățământului matematic se realizează într-un sistem de documente: planul de învățământ, programa analitică, manualul de matematică, ghiduri, problemare, orar etc. [24].

Pentru a putea elabora un model adecvat de predare a matematicii, trebuie să fie întreprinsă o lectură nouă a planului de învățământ, a programei și a manualelor școlare, care înmagazinează conținuturile de bază ale instruirii conformate cu necesitățile social-economice ale societății la momentul dat.

Planul de învățământ este un document oficial. În contextul cercetării noastre planul de învățământ va fi înțeles ca concept curricular ce se bazează pe trei tipuri de abordări: a) *sistemică* – plan de învățământ unitar cu structuri intra-și interdisciplinare, cu deschidere spre învățarea permanentă; b) *curriculară* – disciplina, numărul de ore, forme de organizare pe trepte și clase;

c) *psihologică* – selectarea disciplinelor și a ariilor curriculare și a perioadei de timp rezervate acestora în raport de vârsta psihologică a elevilor, de nivelul lor atitudinal și aptitudinal. Planul de învățământ precizează obiectele de învățământ în succesiunea lor pe ani de studii, pe tipurile de școli; stabilește numărul de ore pe o săptămână. În Moldova planul a apărut pentru prima dată în 1786 în Bucovina, fiind alcătuit de inspectorul Anton Marki (Planșa V). Ulterior astfel de planuri s-au răspândit prin toată Moldova. Planul era inițial destul de schematic, dar deja asigura, în formă generală, conținutul învățământului matematic pentru fiecare clasă aparte în conformitate cu numărul de ore și conținutul cantitativ. Mai apoi aceste planuri au devenit mult mai aplicabile și conțineau uneori, mai ales către începutul secolului al XX-lea, chiar și unele informații metodice, cu alte cuvinte apare *calitatea* lui. Spre exemplu în planurile de la sfârșitul secolului al XIX-lea se propunea ca în cadrul orelor de geometrie să fie aplicată cât mai des posibil metoda intuitivă pentru a spori eficiența însușirii noțiunilor matematice corespunzătoare.

Conținutul obiectului matematica este reflectat în programa școlară analitică, structurată pe clase, trepte, profiluri. Conținuturile sânt mijloace prin care se urmărește atingerea obiectivelor propuse. Unitățile de conținut sânt organizate fie tematic, fie în conformitate cu domeniile constitutive ale obiectelor de studiu. Se precizează ce fel de cunoștințe, priceperi, deprinderi trebuie să-și însușească elevii în clasa respectivă și în ce succesiune trebuie învățată. Realizarea programei este obligatorie.

Problema necesității programelor la matematică în școlile din Moldova ca programe unice se pune abia după ce se concepe a organiza un sistem unic de învățământ, în conformitate cu prevederile Regulamentului Organic [75, 76], dar ele apar destul de târziu, odată cu dirijarea învățământului de către minister.

Programele analitice au apărut o dată cu organizarea sistemului de învățământ de stat. La noi în Moldova prima programă este atestată către anii 1830-1835. Primul text românesc care cuprinde indicații la metodologia predării-învățării matematicii se găsește în instrucțiunile Regulamentului Organic [75, 76] și aparțin lui Gh. Asachi.

Până în anii 1830-1840 în Moldova lui Ștefan cel Mare nu existau programe speciale dictate de stat. Fiecare învățător își alcătua cursul său de sine stătător. În școlile parohiale predarea aritmeticii era destul de neglijată. Pe lângă aceea că conținutul aritmeticii era destul de elementar, la studierea ei învățătorii purcedeau destul de rar. Însușirea materiei aritmeticii era la un nivel destul de scăzut. Astfel se menționează în [149], că în Basarabia din 2512 elevi, care frecventau școlile parohiale în 1867, numai 13 cunoșteau cele 4 operații aritmetice. În școlile orășenești organizarea învățământului era cu mult mai avansată. În școlile județene, care erau de un nivel mai înalt se studia aritmetica și geometria până la stereometrie, însă fără nici o demonstrație. Conținutul programelor analitice la matematică în Basarabia cuprindea în clasa 1-a

(școala județeană): repetarea primelor operații aritmetice cu folosirea socotelniței, rezolvarea problemelor practice cu numere complexe (unități de măsură, bani); în clasa a 2-a se studiau fracțiile ordinare și zecimale, puteri, rădăcini pătrate și cubice; în clasa a 3-a proporțiile, regula de trei și geometria plană. Făcând comparație cu clasa I-a a gimnaziului de la Trei Ierarhi din Iași se poate scoate concluzia că conținutul era de nivel mediu [18, fond 152, fila 29, p.14-16].

În conformitate cu Regulamentul Organic conținutul matematic prevăzut în Regulamentul școlar din Moldova avea următoarea distribuție: în clasele 1-a și 2-a cele patru lucrări ale aritmeticii din gând și în scris cu numere simple; în clasa a 3-a aritmetica practică până la fracții inclusiv. În școlile umanitare se mai învăța și aplicarea operațiilor matematice la ținerea registrelor. În clasele complementare, considerate ca învățământ de rang superior, învățământul matematic continua cu cursuri speciale de geometrie și algebră unde se studiau inclusiv ecuațiile de gradul II. Cursurile de matematică aplicată conțineau la anul I: trigonometria aplicată cu ridicarea planurilor și algebra superioară; în anul II – calculul diferențial și integral și ca prelungire a trigonometriei – geodezia aplicată cu ridicarea planurilor topografice; în anul III – un curs de mecanică aplicată (era vorba de mecanisme de mecanică) și arhitectura [75, 76].

În următorii ani, după 1836, schimbări esențiale nu au loc în conținuturile programelor la matematică, cu toate că au loc schimbări în structura sistemului de învățământ. În programa analitică pe anul 1837-1838 pentru școlile publice din Moldova, sunt aceleași ca și la clasele de la Trei Ierarhi din Iași. În 1842 se înființează clasa a 5-a colegială, iar în anul 1843 programa la matematică în clasele colegiale se modifică după cum și programa de la clasele facultății de filozofie a Academiei Mihăilene. Materiile propuse în noul conținut sunt: algebra, aritmetica rațională, geometria, trigonometria, geometria descriptivă, teoria generală a ecuațiilor, geometria analitică. Primele trei obligatorii pentru clasele colegiale, iar ultimele pentru anul I și II la filozofie.

În Basarabia spre finele anului 1845 a fost anulată predarea în gimnaziu a elementelor de geometrie analitică și descriptivă. În 1846 se publică prima programă analitică la matematică care are deja un conținut bine stabilit. Programa pentru gimnazii în comparație cu anul 1828 avea un conținut puțin mai extins al aritmeticii pe calea introducerii fracțiilor periodice și care se studia în trei ani în loc de doi. Geometria începea să fie predată în clasa a 2-a a gimnaziului și se finaliza în clasa a 5-a. În cursul de algebră se introduc elemente din teoria combinatorică și binomul lui Newton, ridicarea la putere a polinoamelor, aplicarea noțiunilor din algebră la rezolvarea problemelor de geometrie. Programa conținea și unele indicații referitoare la succesiunea parcurgerii materiei de studiu în fiecare clasă la discipline aparte, acordând pentru prima oară atenție rezolvării problemelor și aplicării teoriei în practică [26, fond 152, fila 28, p.12-13].

Programa gimnazială din 1852 se deosebește de cele anterioare doar printr-o aranjare mai chibzuită a materiei de studiu. În fond în plan metodic ea aproape nu se deosebea de cea studiată în Moldova de peste Prut și Bucovina: în clasa 1-a și a 2-a gimnaziale – aritmetica raționată; în clasa a 3-a algebra (inclusiv și ecuațiile de gradul II); în clasa a 4-a algebra (finalizare) și geometria (longometria); în clasa a 5-a: geometria care prevedea finisarea cursului de planimetrie și elemente de stereometrie; în clasa a 6-a: geometria descriptivă (noțiuni generale, așezarea reciprocă a punctelor, dreptelor și planelor), trigonometria plană și partea I-a a aplicării algebrei în geometrie; în clasa a 7-a: partea a II-a a aplicării algebrei în geometrie și geometria (inclusiv și secțiuni conice). Această programă analitică la matematică a fost folosită fără schimbări de conținut până în anul 1865, când gimnaziul devine clasic cu singura limbă de predare latină [18, fond 152, dosarul 1, p.120].

În anul școlar 1859-1860 pe baza Academiei Mihăilene și a cursurilor ei se deschide Universitatea din Iași. Facultatea de filozofie avea deja o secție aparte de matematică la care se predau: analiza superioară (calculul integral și diferențial), geometria descriptivă, geometria analitică și trigonometria. Cu ocazia deschiderii universității se organizează un curs pregătitor pentru cei ce au terminat cursurile gimnaziale și au dorința de a-și urma studiile. Aceste cursuri la matematică aveau următorul conținut: în semestrul I se studia matematica elementară: aritmetica, algebra (până la teoria funcțiilor), desenul liniar; în semestrul II: geometria, trigonometria, desenul liniar. În 1862 se întocmește deja o primă programă analitică pentru școlile satești din Moldova. Se prevede următorul conținut pentru cele 4 clase primare: aritmetica se învață doar în primii trei ani și cuprinde cele 4 operații aritmetice cu numere întregi și complexe. În această perioadă are loc un proces intensiv de căutări. Se încearcă a copia ceva de la europeni, însă multe lucruri originale se creează de matematicieni autohtoni.

Condițiile create în organizarea învățământului și a îmbogățirii conținutului matematic, după unirea principatelor și realizată parțial prin legea din 1864, sunt indisolubil legate de introducerea în uz a sistemului unic internațional de măsuri în locul celui vechi popular. În conformitate cu el se înnoia și conținutul matematic. Aritmetica în ciclul primar prevedea studierea celor patru operații în concordanță cu sistemul nou legal de măsuri: lungimi, greutate, capacități, bani. În clasele cu o studiere mai aprofundată a matematicii, în special în școlile județene se predau: cele patru operații cu numere întregi și complexe, fracții ordinare și zecimale, regulile de trei și aplicarea lor în practica soluționării problemelor. În școlile pentru fete era aceeași programă, dar într-o formă mai superficială și în plus se învăța ducerea registrelor financiare. În 1876, după o mică modificare, programele analitice pentru băieți și fete se aduc la același exponent (numai în ciclul celor urbane). Tot prin această modificare se introduc criteriile de divizibilitate, transformarea fracțiilor ordinare în zecimale și invers, sistemul metric de măsuri

finisat (clasa a 3-a), iar în clasa a 4-a principii fundamentale de geometrie și aritmetică raționată [18, fond 580].

În 1893, când se adoptă legea învățământului primar și normal primar în Moldova, conținutul programei analitice la matematică capătă forma unui studiu mai desăvârșit. Materia de studiu se împarte deja în trimestre pentru fiecare clasă și se distribuie destul de amănunțit. Se acorda o mai sporită atenție atât teoriei, cât și aplicării practice a ei în viața cotidiană. Conținutul programelor se îmbogățește calitativ și cantitativ. În special, pentru liceu, legea prin articolul 116 prevedea studierea în primele 4 clase a aritmeticii raționate, a geometriei plane și spațiale, a algebrei (până la ecuații de gradul II inclusiv) și a algebrei superioare (studiul valorilor maxime și minime a unei funcții, combinatorica și binomul lui Newton, teoria logaritmilor), a trigonometriei plane și sferice și cosmografiei. În școlile reale și de comerț cu durata de 4 ani: aritmetica, contabilitatea industrială, geometria, geometria descriptivă, desen tehnic. Prin articolul 258 a legii se stabilesc materiile de studiu la facultatea de matematică și științe, se menționează catedrele de: geometrie analitică, geometrie descriptivă, calcul diferențial și integral, mecanică raționată, astronomie. Aceste catedre însă activează în condiții când încă nu erau stabilite programe analitice precise și sistematizate pentru facultate.

În Basarabia în urma mișcării social-politice din anii 60 ai sec. al XIX-lea din Rusia, guvernul țarist rus efectuează un șir de reforme în învățământ. Se deschide o rețea de școli noi: inițial, în 1865, pro-gimnazii, care cu timpul trec în gimnazii de profil real și clasic în care se studia un conținut definitivat. Astfel se studia: în clasa I-a: cele patru operații asupra numerelor întregi și complexe; în clasa 2-a: operații cu fracții ordinare și zecimale; în clasa 3-a: regula de trei cu procente, evidența polițelor, regula tovarășiei și a amestecurilor; din algebră – operații cu monoame și polinoame; în clasa 4-a la algebră – operații cu fracții algebrice, ecuații de gradul I, rapoarte și proporții, la geometrie – poziția reciprocă a dreptelor, unghiuri, relații metrice în triunghi, poligoane, cerc; în clasa a 5-a: la algebră – cercetarea ecuațiilor liniare de gradul I, ridicarea la putere a monoamelor și polinoamelor, extragerea rădăcinii pătrate și cubice, operații cu radicali, ecuații de gradul II; la geometrie – poligoane închise și circumscrise, asemănarea, arii; în clasa 6-a: algebra conținea fracții neperiodice, ecuații și inecuații de gradul I cu 2 necunoscute, progresii, combinatorica, binomul lui Newton, logaritmi, procesele compuse de negoț și plățile urgente, la stereometrie – corpuri de rotație, ariile și volumele lor; la trigonometrie – teoria funcțiilor trigonometrice; în clasa 7-a: se repetă toată materia studiată, plus rezolvarea triunghiurilor și nivelarea. Programa analitică a fost aplicată în gimnaziile din Basarabia până în 1871, când lor li se, mai adaugă clasa a 8-a și unele teme se deplasează dintr-o clasă în alta. Totodată din conținut se scot puterile cu exponent fracționar și negativ, și se introduc teme noi referitor la rezolvarea ecuațiilor de gradul II cu 2 necunoscute, limite. Se poate

spune că programa analitică la matematică are la această dată un conținut mult mai superior și mai complicat decât cel din 1865 și mai avansat față de cel din Moldova de peste Prut. Totuși acest conținut este considerat formal – intelectual, separat de viața cotidiană [140], deci nu posedă calitatea necesară. Această programă mai suferă o modificare de îmbunătățire în 1877 când matematicii în gimnaziu i se rezervă 36 ore pe săptămână, succesiv de la clasa 1-a până la cea de a 8-a gimnaziale: 4, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 3. Algebra și trigonometria suferă unele modificări. La algebră se include studierea ecuațiilor binoame de ordinul III și superioare, numere imaginare, noțiuni de șiruri, limite, sume logaritmice și trigonometrice, combinații cu permutări; la trigonometrie – metode grafice de rezolvare a triunghiurilor, transformări identice ale expresiilor logaritmice și trigonometrice, rezolvarea celor mai simple ecuații trigonometrice. În 1890 apar noi programe analitice la matematică, însă schimbările conținutului sunt neesențiale [18, fond 156]. Această programă a fost, aplicată până în 1918. Notița lămuritoare la programă subliniază caracterul abstract al conținutului matematicii și nu evidențiază nimic referitor la căpătarea deprinderilor și capacităților necesare în activitatea practică, sau despre legătura matematicii cu viața cotidiană și cu alte științe. Conținutul era mitocit pe de rost fără nici o motivare logică. [140, p.107].

În Moldova de peste Prut un aport considerabil în îmbunătățirea calității conținutului programelor la matematică l-a adus legea, primită în 1898, referitoare la învățământul secundar și superior. Se cere insistent legătura conținutului cu viața cotidiană. Astfel programa gimnazială prevedea: în clasa 1-a aritmetica practică; în clasele a 2-a și a 3-a aritmetica raționată și geometria plană; în clasa 4-a: algebra (până la ecuații de gradul I), geometria plană și în spațiu, agrimensura (tehnica de măsurare a terenurilor agricole). Pentru cursurile superioare se prevedea: în clasa 5-a și a șasea: algebra și geometria plană și spațială; în clasa 7-a trigonometria plană; în clasa 8-a – aplicațiile trigonometrice plane la agrimensură. În gimnaziile pentru fete (școlile secundare de gradul I) disciplinele matematice după conținut aveau același volum, dar într-o formă mai superficială, se adăugau noțiuni de contabilitate și îndeplinirea registrelor. În liceele reale matematica fiind studiată în clasele a 5-a, a 6-a câte 6 ore pe săptămână și în clasele a 7-a a 8-a câte 4, conținutul programelor cuprindea: aritmetica raționată cu teoria erorilor se studia geometria plană și în spațiu, în clasele a 5-a și a 6-a: algebra superioară, trigonometria plană și sferică, în clasele a 7-a a 8-a: geometria descriptivă în clasa 7-a geometria analitică. În 1906, guvernul țarist, a permis o reformă și în urma ei s-au efectuat unele schimbări în programele analitice, care erau aplicate și în Basarabia [96]. Astfel, din clasa 7-a a școlii reale se scot problemele aplicării algebrei în geometrie, iar studierea celor mai simple formule ale înmulțirii prescurtate și a calculării rădăcinilor ecuației pătrate, rezolvarea problemelor tipice cu aplicarea ecuațiilor de gradul II, se transferă în clasa 5-a; trigonometria se divide în două părți:

prima ce se referă la rezolvarea triunghiurilor se învâța în clasa 6-a, iar a doua – teoria funcțiilor trigonometrice, se învâța în clasa suplimentară. Din programa analitică precedentă sunt excluse așa teme ca: extragerea rădăcinilor pătrate și cubice din polinoame, evidența polițelor și regula în lanț, problema despre curieri, egalitatea triunghiurilor triedre, condițiile despre congruența și asemănarea prismelor și piramidelor. Totodată în conținutul programei clasei a 8-a se introduce geometria analitică și elemente de analiză matematică. Bazele geometriei analitice includeau studierea: coordonatelor carteziane, teoria dreptei și a cercului, coordonate polare, spirala lui Arhimede, locuri geometrice, secțiuni conice, ecuațiile curbilor de ordinul II, ecuația tangentei în punctul dat al curbei, [18, fond 162, p.13]. elemente de analiză matematică conțineau: teoria limitelor cu aplicații, sistema naturală a logaritmilor, noțiuni de funcție și continuitate, noțiune de derivată, diferențială și integrală, ecuația tangentei și a normalei, aplicarea în practică a derivatei și integralei [18, fond 162, p.14]. Un neajuns destul de esențial al acestor programe de matematici superioare era acela că se introduceau în cursul școlar fără nici o legătură cu cursul de matematică elementară a primelor clase gimnaziale. Totodată această programă era supraîncărcată cu elemente de matematică superioară. Programa se menține până în anul 1918.

Către începutul secolului al XX-lea s-au stabilit disciplinele matematice ce trebuiau studiate în școala medie de cultură generală pe trepte și niveluri: aritmetica, geometria (plană și spațială), algebra, trigonometria, elemente de matematică superioară. Se stabilește și o pondere cantitativă rațională, ca număr de ore pentru fiecare disciplină, în funcție de locul și rolul acesteia. Deoarece se comiteau exagerări în planuirea și aprobarea programelor analitice la fiecare disciplină aparte, nu era practică legătura dintre disciplina școlară și practică vieții cotidiene, cadrele didactice nu dispuneau de un arsenal adecvat de strategii didactice ce puteau fi aplicate în procesul de predare-învățare-evaluare, apoi și rezultatul lăsa mult de dorit (1.3.), deci suferea *calitatea conținutului*. Programele analitice deseori erau supraîncărcate, complicate și lipsite complet de legătura cu viața cotidiană.

Cu toate că programele analitice s-au perfectat pe parcursul anilor din perioada vizată, ele încă nu permiteau organizarea unui învățământ matematic eficient. Erau complicate și lipsea corelația dintre diverse discipline matematice. Multe din ideile inovatoare nu erau reflectate în aceste programe din cauza rutinei și aparatului birocratic, care dirija organizarea procesului de instruire [27].

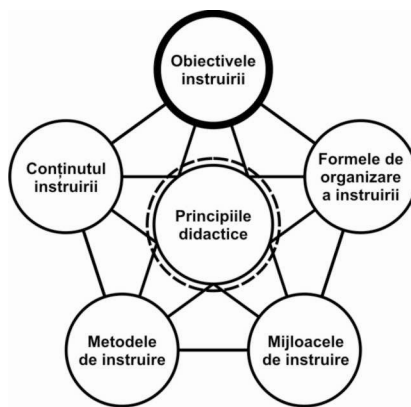
Reieșind din cuprinsul unor programe analitice, principalul conținut al unei discipline școlare se obiectivează în formă scrisă în manualul corespunzător disciplinei pe niveluri și clase (1.3.2). Realizarea conținuturilor disciplinare matematice avea loc în rezultatul petrecerii orelor conform unui *orar* stabilit.

Orarul este un document oficial, întocmit în baza planului de învățământ, care asigură

programarea conținutului și activităților didactice cu caracter de predare-învățare-evaluare pe o perioadă școlară determinată, având ca model care se repetă – săptămâna. Disciplinele de învățământ, activitățile didactice și numărul de ore preconizat acestora într-o săptămână sânt cele prevăzute în planul de învățământ. Desigur, conținuturile activității didactice se schimbă, necesitând noi informații, date și aplicații, care asigură parcurgerea treptată și gradată a materiei de studiu (1.3).

La începutul formării statului în Moldova școlile activau fără nici un orar stabilit, deoarece nu erau cunoscute asemenea forme de organizare a învățământului – ca *lecția*. Pentru prima oară orarul apare și se perfectează în practica de lucru în cadrul Academiei Domnești din Iași. Conform orarului se specifică în practica de lucru încă o modalitate de studiere a disciplinelor școlare: liniară și sincronică [51]. După aplicarea orarului au apărut noțiunile de *programare rațională a disciplinelor școlare, de programare a orelor numai într-o parte a zilei sau numai în anumite zile, de folosirea intensivă a orelor prevăzute în orar, de recreații, vacanțe* (1.3).

Între conținutul matematic și celelalte componente ale procesului de învățământ – *principii, surse, obiective, strategii, metode, mijloace și forme de activitate didactice și de evaluare*, caracterul lor sistematic – există o relație destul de strictă. În des. 4 este indicată schema conceptuală a relațiilor dintre componentele procesului instructiv, postulate de principiile didactice fundamentale (Des. 4).



Desenul 4.
Schema conceptuală a relațiilor
dintre componentele procesului instructiv

Procesul de învățământ matematic către începutul secolului XX era conceput deja ca un sistem destul de bine conturat de componente ce se interpătrund și se condiționează reciproc, cu toate că încă la un nivel destul de scăzut.

1.3.2. Conceptul de manual școlar și evoluția lui din punctul de vedere al rigurozității didacticei matematice

Manualul școlar reprezintă un document oficial de politică a educației matematice, care asigură concretizarea Curriculum-ului la obiect într-o formă de prezentare a cunoștințelor și capacităților la un nivel sistematic, prin diferite unități didactice, operaționalizabile în special din perspectiva elevului: capitole (module tematice), grupuri de lecții, activități de învățare independentă etc. [1, 43-45]

Funcțiile pedagogice ale manualului școlar trebuie să fie prezentate prin reflectarea capacităților operaționale ale programelor curriculare de formare-dezvoltare a personalității elevului prin intermediul unor sarcini și activități de instruire.

Școlile în Moldova (secolul XV-XVIII) erau organizate în cadrul bisericilor și serveau în total clerul. Matematica în acest sistem de învățământ se studia într-o formă superficială. Manuale la matematică nu existau. Noțiunile matematice erau inserate în cărțile bisericești. O dată cu schimbarea rolului școlii și, mai ales, după laicizarea lor, când matematica devine, evident, necesară fiecărui om cult, apar și manualele respective. Primul manual autohton de matematică este scris în Moldova de A. Hotiniul [54] la 1795 (1.3.1.). Către sfârșitul secolului al XIX-lea și începutul secolului al XX-lea manualele școlare erau deja cărți bine concepute, cu idei progresiste și cât de cât științifice, însă până la un manual care să poată satisface toate cerințele înaintate de procesul de învățământ era departe (Anexa I). Manualele folosite în școli încă nu puteau realiza multe funcții pedagogice necesare. *Ca sursă de informație* manualele de matematică din perioada cercetată încă nu dispuneau de un aparat metodic bine chibzuit care să poată eșalona adecvat informațiile în contextul materiei de studiu. *Ca sursă de formare*, manualul respectiv nu corespundea exigențelor necesare pentru stimularea activităților individuale ale elevului, deoarece manualul era destinat în exclusivitate învățătorului. *Funcția de cunoaștere și de antrenare* caracterizează doar manualele care aveau un colorit național și izvoare informaționale legate de realitățile poporului. Astfel de manuale au scris A. Hotiniul [54], Gh. Asachi [10-12], A. Velini [105], G. Săulescu, S. Haret ș.a., dar antrenarea independentă propriu-zisă a elevului în ele încă nu era preconizată.

Către sfârșitul secolului al XIX-lea și începutul secolului al XX-lea manualele, în general, devin din ce în ce mai aproape de știința matematică și partea abstractă-educativă a materiei de studiu prevalează în ele [5, 120]. În acest plan s-a impus, în special, școala rusă, ale cărei manuale au fost pe larg utilizate în Moldova în perioada studiată.

Elaborarea manualelor era dictată de cerințele față de conținutul înaintat de paradigma respectiva a învățământului matematic ce corespundea acelei etape istorice de dezvoltare a

societății.

În conformitate cu paradigmele și tehnologiile didactice corespunzătoare ale învățământului matematic și manualele corespunzătoare aveau un conținut adecvat [5]. Astfel, în manualele apărute în perioada cercetată au fost reflectate:

- a) trecerea de la cifrele reprezentate prin slove chirilice sau cele romane la cifrele hinduso-arabe [54];
- b) trecerea de la sistemul popular medieval de măsuri la cel internațional metric, bazat pe sistemul zecimal de numerație (Gh. Asachi, A. Teodorescu, A. Velini, I. Ghinculov, G. Săulescu etc.) [84, 105];
- c) introducerea în cursul școlar de matematică a disciplinei separate „algebra” (Gh. Asachi, A. Davidov, G. Stranoliubski etc.) [11];
- d) introducerea cursurilor propedeutice de geometrie, algebră, trigonometrie;
- e) introducerea în matematica școlară a ideii dependenței funcționale [104];
- f) aplicarea metodelor intuitive de predare etc. (1.3.) [4, 52].

Primele manuale tipărite în Moldova aduceau cu sine suflul învățământului Evului Mediu [54]. Ele respectau în toate vechile tradiții medievale. Manualele erau scrise în special în forma catihetică, adică dialogată. În cărți se aplica o întrebare și imediat urma răspunsul de-a gata. De obicei se nota Î., R [25, 54]. O astfel de formă aveau manualele scrise de A. Hotiniul [38, 54], primele cărți ale lui Gh. Asachi [10] ș.a. Era o tradiție moștenită din anii 800, începând cu marele cărturar A. Alcuin (școala palatină) (Anexa I). Manualele apărute după 1820 nu mai folosesc structura dialogată.

Manualele din acea perioadă erau destinate doar învățătorului. Posibilitățile mărginite ale tipografiilor nu permiteau o varietate a prezenței grafice și nici tipărirea lor în multe exemplare [7]. Structura manualului presupunea că învățătorul trebuie să fie capabil de a alcătui exerciții pentru lucrul cu elevii atât în cadrul școlii, în grup sau în mod independent, cât și pentru lucrul de acasă. Dacă ne referim la respectarea părților componente ale manualelor pe capitole, teme, apoi trebuie spus că aceste manuale prin eleganța lor metodică ar putea concura și astăzi cu multe din cele ce le utilizăm. Ele corespundeau principiului orientării științifice a instruirii (desigur, corespunzător cu paradigma acelui timp), se respecta principiul succesiuni continue și al ascensiunii expunerii noțiunilor matematice în așa fel încât următorul pas să fie bazat pe cel precedent, ținând cont de principiul de la simplu la complex, de la clar sau cunoscut la necunoscut sau general. Este important de menționat că anume prin aceste manuale s-au introdus în uz cifrele hinduso-arabe și sistemul zecimal de numerație; sistemul metric de măsuri; terminologia matematică aferentă limbii poporului (Anexa I). Prin aceste manuale s-a realizat unul dintre cele mai fundamentale principii ale învățământului matematic – însușirea conștientă a noțiunilor

matematice și aplicarea lor în practică. Impresionează limbajul cursiv și clar al expunerii, ceea ce dovedește o atitudine responsabilă a autorului față de opera sa.

Manualele apărute mai târziu poartă cu sine suflul ideilor noi, a metodelor de predare-învățare a matematicii, în special, bazate pe ideile curenților pedagogice progresiste, care se circula în acel timp prin Europa (1.3.4). Astfel a apărut manualul lui A. Grube [116], tradus mai apoi în rusă, în care era expusă metoda intuitivă propusă încă de I. Pestalozzi, fundamentată de I. Herbart și A. Diesterweg [46]. Metoda în cauză a avut o influență deosebită asupra dezvoltării învățământului matematic, deoarece se considera că metoda intuitivă este unul din principiile fundamentale de studiere corectă a lumii înconjurătoare și, în special, a matematicii. Timp îndelungat această metodă era studiată ca obiect aparte în școala primară și s-a menținut până în anii 20 ai secolului XX [4].

În conformitate cu paradigmele corespunzătoare de organizare a învățământului matematic au fost alcătuite manualele și suporturile metodice necesare (Anexa I). Manuale ce au stat la baza organizării învățământului matematic au constituit un model pentru cele actuale.

Una din problemele cardinale care a apărut din ideea conceptului de manual de matematică a fost fuzionismul matematic, adică contopirea tuturor disciplinelor matematice într-un tot întreg. Astăzi cunoaștem doar niște pași timizi în tendința de a studia în școală un singur obiect – matematica (fuzionismul). Compartimentele ei tradiționale așa și au rămas separate. Este necesar să facem un efort de constituire a unei paradigme a învățământului matematic (fuzionismul) în care existentele bariere ar dispărea și studierea matematicii s-ar baza pe niște concepte structurizate de: număr, mulțime, reprezentări spațiale, dependențe funcționale, expresii algebrice, sistem de coordonate etc., având la bază simplul principiu de studiere a matematicii conform ideilor lui Pestalozzi: numărul, forma, numele. Către sfârșitul secolului al XIX-lea tot mai insistent apar propuneri de a lichida această lacună și de a apropia disciplinele școlare până la un fuzionism complet. Inițial acest lucru a fost conceput de autorii planului Dalton [101], dar în perspectivă așa și nu a avut o largă aplicare (Anexa I). Metodologia fuzionismului disciplinelor matematice și astăzi rămâne o enigmă ce se cere soluționată.

Ceva mai târziu, către finele secolului XIX, apar îndrumările metodice ce propun aplicarea în învățământul matematic a anumitor metode și procedee de predare-învățare scrise de: I. Felbiger, Gh. Asachi, A. Velini, A. Grube, E. Vișnevscii, A. Paulson, A. Davidov, S. Șohor-Troțki [13, 31, 105, 116, 182, 183] ș.a. (Anexa I). Aceste îndrumări au contribuit, într-un fel, la instruirea metodico-profesională a profesorilor din punctul de vedere al didacticii matematicii secolului XIX.

Către mijlocul secolului XIX sânt atestate primele problemare de matematică. De o mare popularitate s-au bucurat problemarele lui A. Malinin și K. Burenin, iar către începutul secolului

XX – cele ale lui S. Șohor-Troțki, E. Vișnevscii, A. Bilibin ș.a. Un problemar autohton avem atestat cel scris de publicistul basarabean G. Codrean [131]. Aceste problemare au contribuit la organizarea didacticii muncii independente a elevilor, mai ales acasă.

Un mare neajuns al manualelor din perioada cercetată este că fiecare disciplină matematică școlară era concepută de sine stătătoare și nu avea nimic comun cu alta. Lipsea legătura interdisciplinară [5].

1.3.3. Școala națională în concepția pedagogilor autohtoni

Ideea de constituire a școlii naționale nu este numai un deziderat al politicii educaționale (doleanță), ci și al politicii statale. O școală detașată de interesele națiunii este un organism străin. Ea nu perpetuează și nu dezvoltă cultura națională. Interferența celor două torente – al valorilor naționale cu cel general-uman – a fost un proces permanent neglijat, efectul fiind bine cunoscut, în special de populația Basarabiei și a Bucovinei [86].

Școala a apărut la o anumită perioadă de dezvoltare istorică. Preponderent, ele funcționau în baza limbii poporului autohton. La noi însă, în arealul român, precum și în multe țări europene, mai ales în cele care au fost sub ocupația imperiului roman, apoi a bisericii catolice creștine, școlile au funcționat inițial în alte limbi, diferite de limba poporului autohton. În Moldova școlile inițial au funcționat în greacă, apoi în slavonă, latină etc. Nu se poate spune categoric că instruirea în limba română lipsea cu desăvârșire. Probabil, undeva, în unele școli particulare sau mănăstirești, bisericești, parohiale, unii dascăli instruiă tineretul în limba română, dar nu avem anumite atestări documentare. Limba română era considerată ca limbă inferioară față de alte limbi (clasice sau moderne) și din acest motiv servea doar pentru comunicare între oamenii simpli, din popor. Boierimea și demnitarii de stat vorbeau, de obicei, în greacă, latină, slavonă, germană, franceză, poloneză etc., considerând o rușine a vorbi între ei în limba „*mojicilor*”, care, după ei „*nu are vorbele științelor*” [82, p.267]. De aceea eforturile depuse de A. Hotiniul, Gh. Asachi, pentru înființarea școlilor în limba poporului majoritar [85], trebuie conștientizate ca un act de mare curaj. Ei conștientizau cât de eficientă este instruirea în limba maternă a copilului și câte greutatea întâmpină copilul român studiind într-o limbă străină lui, mai ales matematica. Ideile lor aveau la bază principiile pedagogiei și psihologiei ce stăteau la temelia învățământului [27, 28, 73]. Se refereau la cunoscutul procedeu pe care îl aplică orice copil care nu este instruit în limba mamei lui: ascultă enunțul din întrebare expus în limba străină, traduce în limba maternă informația audiată (desigur, dacă enunțul este înțeles corect), chibzuiește și găsește răspunsul în urma unui raționament logic, formulează și argumentează logic răspunsul, apoi traduce și expune răspunsul în limba străină. Acest procedeu, desigur, nu întotdeauna conducea la un răspuns corect. Calea era accesibilă doar în cazul în care elevul

cunoștea bine limba străină și înțelegea corect enunțul problemei puse în fața lui. Pe lângă aceasta, trebuie de menționat că procesul de soluționare a problemelor matematice este legat de o activitate mintală superioară. În procesul instruirii elevii sânt puși în postura de descoperitori ai adevărilor matematice (independent sau prin intermediul profesorului) și, prin urmare, activitatea lor servește și ca o metodă științifică de cercetare. Cu alte cuvinte, învățământul matematic dezvoltă gândirea logică [1, p.69] și, contribuie la formarea unei gândiri generale abstracte. Gândirea logică a oricărui om se formează prin implicarea principalelor operații mintale, care în bună parte, corespund metodelor matematice de cercetare. De aici reiese logica gândirii afirmației că Omul mai bine cugetă în limba sa maternă, deoarece cunoaște toate subtilitățile lingvistice, are un vocabular bogat și, ca rezultat, poate efectua un raționament logic corect. Însă, dacă cugetă în altă limbă, el deseori nu poate găsi legătura logică necesară, deoarece nu dispune de un asemenea arsenal bogat de cuvinte.

Anul 1559 se consideră, anul deschiderii primei școli în limba română, a celei din Scheii Brașovului (Planșa XVII) [21, p.19] Firește nu putem contesta că alte școli nu existau, deoarece nu avem mărturii documentare. E posibil că astfel de școli să fi existat, căci, cărturarii care cunoșteau limba română erau. La Colegiul de la Trei Ierarhi (1640), fondat de domnitorul Moldovei Vasile Lupu, nu era nici un curs de predare în limba română, toate studiile urmau în greacă și latină. O dată cu venirea la putere în Moldova a regimului fanariot (mai mult de un secol 1711-1821) școala română se dezvoltă în continuare, se deschid unele școli elementare, în care matematica era studiată doar în limitele celor patru operații și a socotitului, numit uneori *ambac* [52]. Mai ales, se poate menționa că pe vremea lui A. Ghica învățământul în Moldova capătă prevederi noi printr-o *anaforauă* din 1765, iar prin Hrisovul domnesc din 1766 învățământul capătă contururi precise. Spre sfârșitul secolului al XVIII-lea Academia Domnească din Iași are orientarea spre un învățământ real: matematic și fizic. Conținutul învățământului matematic de la această Academie era la fel ca și în alte instituții de învățământ superior din centrul Europei, cel puțin la Viena [82, p.192], [9; 20]. Acest timp se consideră perioada declinului învățământului în limba greacă. În 1803 domnitorul Moldovei A. Moruzzi la îndemnul mitropolitului cărturar V. Costachi, înființează Seminarul de la Socola cu o durată de șase ani, în planul de învățământ al căruia se prevedea și un curs serios de aritmetică. Acest seminar era cea mai înaltă școală românească din acel timp. Tot în acea vreme pe lângă Iași existau și alte mari centre care au promovat cultura în limba română: Putna și Neamțu [37]. Printre călugării cărturari de aici s-au remarcat D. Bojincă, I. Putneanu, I. Stamate, V. Măzăreanu, care au ctitorit școli în limba română și au avut grijă de îndestularea școlilor cu cele necesare inclusiv manuale de matematică. Către sfârșitul secolului XVIII la Huși activează episcopul A. Hotiniul. El pledează pentru o școală națională, editează manuale la științele exacte:

fizică, geografie, printre care și manualul de matematică „Elemente aritmetice arătate firești” [54] (1795). Cărțile, de un bogat conținut, adaptate la condițiile Moldovei din acea perioadă, aveau un colorit național evidențiat [82, p.194-195]. Deja către începutul secolului al XIX-lea țările române intră într-un proces de transformare, care va conduce la instituirea economiei lor pe baze capitaliste. Această orientare avea necesitatea de cadre calificate, care, la rândul lor, influențează activ asupra conștiinței naționale, ce se va afirma atât în 1821, cât, mai ales, în 1848. Pe fondul acestor transformări economice și sociale apare și necesitatea de a institui unele instituții de învățământ de nivel înalt cu orientare reală în limba română. Vechile școli – Academii domnești în limba greacă frânau, prin activitatea lor, ritmul dezvoltării culturii românești.

Ctitorul învățământului matematic superior în limba română e considerat Gh. Asachi [32, 48]. Școala pe care a creat-o a răspuns unei cerințe stringente a societății românești de la începutul secolului XIX – pregătirea inginerilor hotarnici. Dezvoltarea schimbului comercial a făcut să crească interesul marilor proprietari pentru producția agricolă, de aici a rezultat o atitudine mai atentă a lor față de întinsele hotare ale pământurilor pe care le stăpâneau. Au apărut de îndată numeroase litigii ce reclamau măsurări cât mai riguroase, litigii din partea boierilor, mănăstirilor, răzeșilor, care cereau insistent Divanului țării delimitarea moșiilor lor, pentru care se cereau ingineri hotarnici, ce trebuia să cunoască limba română a „*vechilor documente și a vechilor pravile*” [48, p.50]. Puținii ingineri hotarnici existenți nu puteau face față cerințelor. Cererea de ingineri hotarnici a fost motivul imediat care a dus la organizarea învățământului superior matematic în limba română. Desigur, au existat motive și de alt ordin, poate și mult mai adânci, care își aveau originile în procesul de încheiere a conștiinței naționale [83, p.80]. Însă, cu toată rezistența opusă din partea profesorilor greci, îndeosebi, în anul 1813, tânărul profesor Gh. Asachi, a început să predea unui număr de 33 de elevi (fii de boieri) un „*curs de matematică teoretică cu aplicație practică de geodezie și arhitectură*” [14, p.19]. În primul an cursul s-a ținut în franceză, iar în următorii – în limba română [48, p.51]. În 1819 a avut loc examenul public de absolvire, la care Gh. Asachi prin răspunsurile elevilor demonstrase capacitatea limbii române de a exprima noțiunile abstracte ale științelor exacte sau ale matematicii [83, p.81]. După cum scrie Asachi [15, 16] [17, p.10], cei prezenți s-au convins că „*cunoștințele pozitive dobândite de elevi în limba română erau mai folositoare decât arta de a scanda în limba greacă iambii și spondeele versurilor lui Asclipiade*”. Însă sub presiunea boierilor și a grecilor Academiei, „*că într-un lăcaș al limbii grece cu atâtea tradiții nu este loc la o limbă care n-are nici un trecut*”, cursul a fost anulat din motivul „*că sânt deja destui ingineri hotarnici*” [48, p.52]. Asachi însă, numit ca Epitrop al școlilor Moldovei, începe reformarea Seminarului de la Socola [14-17], invitând profesori talentați din Transilvania. Astfel, Seminarul de la Socola devine o școală

română de înaltă cultură, care constituie o treaptă inițială spre învățământul superior. Prin reorganizarea în 1820 a Seminarului de la Socola, Asachi a înfrânt politica școlară a clasei dominante, consolidând și mai mult ideea că este cu putință predarea învățăturilor reale înalte în limba română cu profesori români [48, p.54].

În Moldova, prin grija lui Gh. Asachi, se deschid în 1828 din nou ușile Academiei, dar cu totul într-o formă nouă, cu limba de predare română, cu numele de Gimnazia Vasiliană (în amintirea colegului lui V. Lupu din 1640). Școala, desigur, nu era de un nivel superior, dar, prin ea, Asachi pregătea înființarea unei academii [83, p.82]. După pacea de la Adrianopol (1829), Principatele Române (Moldova și Muntenia) încep să se desprindă de piața regională de desfăcere a Imperiului Otoman și se integrează în circuitul comerțului european. Ca rezultat, sporește și interesul pentru problemele învățământului în limba română. Fiind sub „supravegherea rusă”, principatelor li se impune o lege de guvernare numită Regulamentul Organic [75, 76], în care și-a găsit exprimarea și așezarea temeinică învățământul în limba română. În urma realizării a acestui act în anii 1830-1845 se marchează anumite performanțe ca: organizarea școlilor orășenești de stat, înființarea Academiei Mihăilene de la Iași (1835), organizarea învățământului sătesc, crearea unor școli cu orientarea practică (Tab. 2).

Tabelul 2.
Structura sistemului învățământului în Moldova
în conformitate cu Regulamentul Organic (1834)

Instituții de învățământ	Profiluri	Durata
Cursuri speciale superioare	Geometria practică	3
	Economia	2
Academia Domnească	Filozofie	2
	Juridică	3
	Teologie	3
Gimnazii		2
Școli orășenești, ținutale		2
Școli începătoare, primare, parohiale, lancesteriene		1

În preambulul Regulamentului școlilor, elaborat în baza Regulamentului Organic, se preciza: „*Buna creștere este cea dintâi trebuință a unui neam; ea este temelia și cheazăia pentru paza tuturor așezămintelor obștești*”. [83, p.83]. Datorită activității lui Gh. Asachi, în Moldova, ca referendar al Epitropiei Școlilor, au fost deschise „școli naționale” în fiecare reședință de județe și cu întreținerea statală. Dascălii lor au fost recrutați dintre foștii elevi ai seminarului de la Socola, școala de la „Sf. Sava” și alții, care au fost supuși unei verificări riguroase a cunoștințelor și o inițiere în viitoarea activitate profesională timp de câteva luni, în special în metoda lancesteriană. Răspândirea științei de carte în rândul populației, inclusiv și al țăranilor, era elementul primordial de care depindea dezvoltarea social-economică a țării precum și educarea patriotică-cetățenească a păturilor largi [82, p.271]. Cu toate neajunsurile acestui sistem de instruire, școlile naționale au prins treptat rădăcini puternice [83, p.83]. Ca rezultat, din 1838

până în 1848, învățământul include deja peste 2300 de școli cu aproximativ 50000 de elevi. Adeziunea profesorilor la ideile revoluției de la 1848 s-a soldat cu închiderea multor școli. Redeschiderea lor a fost posibilă abia în anul 1857.

În regiunile Basarabia și Bucovina s-a trecut la un regim de îngrădire a posibilităților de școlarizare în limba română [42]. Numărul școlilor și al elevilor ce învățau în ele este arătat în planșa VIII. Dar, spre regret, limba de predare era rusa sau germana ceea ce era în defavoarea poporului băștinaș. Din 386 de școli din Basarabia doar 159 erau accesibile pentru copiii moldovenilor, adică 41%, în care erau cuprinși doar 1521 de elevi moldoveni din 11854, sau 12,83% [158]. Aceste școli, de obicei, figurau doar pe hârtie. Se învăța sau în casa popii, sau în tinda bisericii. În cel mai bun caz într-o încăpere numită „școală”, care puțin se aseamăna cu o astfel de instituție. Statul rus, dar și cel austriac, nu dădeau nici un ban din bugetul lor pentru întreținerea școlilor de la sate, iar poporul era prea sărac pentru a le întreține. Din 1852 limba română nici nu este menționată în programa școlară (Planșele VIII, IX). Ca obiect școlar de studiu este eliminat din conținutul învățământului, ca limbă care nicăieri nu se utilizează: „*cunoașterea ei nu se cere pentru a intra la universitate*” [140, p.22-23]. Din 1870, în urma intensificării reacției împotriva învățământului, limba a fost scoasă chiar și din vorbire.

Dar cu toate măsurile drastice luate, după mai bine de un sfert de secol de rusificare forțată, populația băștinașă a ținutului nu știa aproape deloc limba rusă. Însuși Guvernatorul Basarabiei în darea sa de seamă din 1896 relatează că: „*Printre băștinași cunoașterea limbii ruse este extrem de slab răspândită. Femeile nu numai că nu posedă limba rusă, dar nici n-o înțeleg deloc. Puțini bărbați pot vorbi rusește, dar și aceia fac parte din rândurile celor care au făcut armata.*” [36, p.311] (Planșa XIV). Necunoașterea limbii ruse era una din cauzele însușirii proaste a matematicii. Acest lucru l-au constatat chiar unii inspectori. Spre exemplu, după asistarea la școala din Telenești, inspectorul scrie „*Cu elevii, care încă slab cunosc limba rusă, trebuie de rezolvat problemele în următoarea ordine: citind problema din culegerea în limba rusă, e necesar de tradus enunțul în moldovenește până când învățătorul nu va fi convins că toată clasa a înțeles conținutul problemei. După aceasta, pînă a începe rezolvarea problemei, trebuie de învățat elevii să scrie conținutul ei în rusă (în caz de complicații, de ajutat elevii prin întrebări) și de repetat aceasta până când și în limba rusă elevii vor expune satisfăcător enunțul problemei. Numai după aceasta cu folos se poate de început a rezolva problema.*” [18, d.318, f.18]. Este clar, că urmând o astfel de metodică de instruire, e complicat a căpăta rezultate pozitive la aritmetică. Lecția în acest mod se transformă într-o învățare mecanică a condițiilor problemei în rusă și „moldovenească” și doar atât, pentru alte activități credem că nu mai ajungea timp [149, p.17]. Copiii „moldoveni”, terminând școala primară, rămâneau semialfabeți (sau semianalfabeți), chiar și acele cunoștințe pe care ei le căpătau în scurt timp erau uitate.

În asemenea condiții în Basarabia și Bucovina nu avem atestate opere de valoare pedagogică în domeniul învățământului matematic. Este atestat doar un singur manual [131] care este bazat totalmente pe cele rusești și are puține reflecții metodologice la realitățile moldovenești.

1.3.4. Gândirea pedagogică progresistă și impactul ei asupra perfecționării continue a aspectului didactic al paradigmelor învățământului matematic

Gândirea pedagogică progresistă din Moldova, fiind influențată de curentele gândirii pedagogice universale, reprezintă ansamblul conceptelor fundamentale și operaționale, experimentate și validate la scară socială națională, în funcție de anumite criterii confirmate în plan științific. În mod prioritar, în Moldova, ca și în celelalte țări române, s-au implementat, experimentat și cercetat în condițiile locale ideile inovatoare ale marilor pedagogi europeni I. A. Comenius, I. H. Pestalozzi, I. F. Herbart, A. W. Diesterweg. O deosebită influență și răspândire a avut-o metoda intuiției, propusă de Comenius și fundamentată de Pestalozzi, după cum și „herbartianismul” [89], care spre sfârșitul secolului XIX – începutul secolului XX este înlocuit cu „antiherbartianismul” [122]. Metodologia predării învățării-matematicii, având la bază metoda intuiției, a adus în procesul instruirii claritatea, raționamentul logic deductiv, strictarea particularităților de vârstă și fiziologice ale elevului. Curentul „herbartianist” a apărut într-un moment în care se renunțase în mod oficial la metoda lancasteriană. Corpul didactic primar, în special, era deosebit față de progresele didacticii europene fapt ce explică receptivitatea manifestată față de teoria treptelor psihologice ale lui Herbart [83]. Prin teoria sa pedagogul german a introdus o anumită ordine în desfășurarea lecției. Această teorie aplicată, în special, de acei care au studiat în Germania (V. Petri, T. Ziller, W. Rein ș.a.) a avut un succes impresionant, mai ales, către sfârșitul secolului al XIX-lea. Era o variantă a sistemului de învățământ pe clase și lecții, bazat pe o disciplină didactică severă, care a fost aplicat în România. Avea la bază patru trepte de instruire: *claritatea* – comunicarea cunoștințelor, *asocierea* – îmbinarea cunoștințelor însușite, *sistemul* – formularea concluziilor și generalizărilor și *metoda* – aplicarea cunoștințelor căpătate. Metodologia herbartianismului a introdus în procesul de predare-învățare structura lecției bazată pe ideea lui I. Herbart: claritate, asociere, sistemă, metodă.

Desigur, herbartianismul din Moldova nu și-a avut originea doar în opera pedagogului german și în scrierile unora din continuatorii săi. Această teorie pedagogică în Moldova s-a împletit cu unele din ideile lui Pestalozzi, Diesterweg etc. Aceste poziții rigide au dominat în practica școlară multe decenii la rând, teorie completată inițial cu trepte, apoi cu intuiția,

conversația euristică, mai apoi cu elemente ale școlii active.

Antiherbatianismul a adus cu sine ideile de lecție bazată pe intuire, sistematizare, aplicare. În felul acesta către începutul secolului al XIX-lea lecțiile de aritmetică, geometrie se cereau a fi organizate după un anumit model didactic (Planșa XVI) bazat pe performanțele pedagogice moderne. Un aport considerabil în dezvoltarea învățământului matematic în Moldova îi revine lui Gh. Asachi și discipolilor săi: A. Velini, Gh. Săulescu, A. Teodorescu, A. Fătu ș.a., precum și inspectorilor școlari: M. Eminescu, I.L. Caragiali ș.a. Acești oameni au stat la baza consolidării învățământului ca sistem și în special al subliniat superioritatea studierii matematicii, având la bază metoda intuiției. În metodologia predării științelor naturale și a matematicii de la sfârșitul secolului al XIX-lea domina metoda intuiției, bazată pe ideile și experiența marilor pedagogi: I.A. Comenius, I.H. Pestalozzi ș.a. Influența acestei metodologii a fost atât de puternică din punctul de vedere al convingerii, încât intuiția a fost acceptată ca disciplină de studiu separată în școala anilor 90 ai secolului al XIX-lea – începutul secolului al XX-lea. Se considera că numai prin intuiție, în modul cel mai convingător, se poate lămuri esența și forma lumii înconjurătoare. Ideile pedagogice fundamentale erau inspirate de tezele propuse de Comenius, Pestalozzi, Herbart, Diesterweg și adepții lor (anexa II).

De aceea se afirmă că metodologia predării-învățării matematicii, bazată pe concepțiile pedagogice progresiste a contribuit considerabil la dezvoltarea didacticii matematicii din perioada cercetată, mai ales în organizarea și realizarea lecțiilor.

Deoarece școala națională din Moldova trăia și activa în pulsul pedagogiei europene, de multe ori copia sau adapta ceea ce era bun de la școala austriacă, rusă, franceză, germană, italiană, unde își făceau studiile mulți dintre pedagogii moldoveni.

Pe parcursul perioadei cercetate au fost aplicate mai multe idei, ca: planul *Dalton*, planul *Iena*, *Winnetka*; s-au constituit curente pedagogice impresionante ale „școlii noi” și ale „educației noi”, „școala activă” (Anexa II) [64].

Raportul dintre teorie și practică marchează un discurs amplu de-a lungul perioadei cercetate, dobândind accente specifice în condițiile modernizării educaționale, în deosebi în perioada tranziției la problematica secolului XX. Relația dintre „școlile noi” și „educația nouă”, „școala activă” stimulează o gândire nouă pedagogică, o nouă privire asupra organizării învățământului matematic [122]. Ea contestă fundamentele filozofice ale instituțiilor tradiționale, îmbibate de ideile „herbartianismului” și dă naștere curentului antiherbartian, care optau pentru a detrona dogma: claritatea-asocierea-sistemul-metoda, fundamentată de curentul herbartian (Planșa XVI), ce avea o mare influență în pedagogia școlară din Moldova. Anume în această variantă treptele herbartiene erau implementate în practica predării matematicii. Ele conturau intuirea, sistematizarea și aplicarea [41, 89].

1. Intuirea sau pregătirea cu actualizarea cunoștințelor vechi.
2. Predarea sau sistematizarea (asocierea, generalizarea și contopirea).
3. Aplicarea.

Acestea se încadrează integral în sistemul metodic-actual al instruirii matematice în școală (Planșa XVI) în conformitate cu cerințele actuale ale didacticii matematicii.

Se fac încercări spre constituirea unei științe pedagogice despre copil. Această aspirație marchează o întreagă istorie a gândirii pedagogice, afirmată pe parcursul jumătății a doua a secolului XIX și începutul secolului XX. Realizările „*educației noi*” și ale „*școlii active*” valorifică ideile originale ale lui Rousseau, Bazedov ș.a. într-o succesiune de „*încercări unificatoare*”, care vizează depășirea opoziției dintre factorul psihologic și cel social, adică factorul importanței individualizării educației, prin „*raportarea copilului la sine*” (Binet) și factorul ce definește scopul educației în legătură cu „*constituirea elementului social al ființei*” (Durkheim).

Planul Dalton și sistemul Winnetka, inițiate în S.U.A., au fost ulterior răspândite în Europa, mai ales în învățământul particular, dar în Moldova metodologia acestui curent n-a avut teren de aplicare.

Gândirea pedagogică din Moldova reflectă evoluțiile universale consemnate până în primele decenii ale secolului al XX-lea. Confirmarea „*legislației haretierne*” exprimă necesitatea „*unei educații ajustate la realitățile românești*” deschisă spre valorile europene (Anexa II), bazată pe „*educația nouă*” și „*școala activă*”. Se elaborează concepția unui învățământ real. Apare teoria educației învățământului mediu (Haret). În același timp, realizările „*educației noi*” atrag atenția asupra importanței factorului psihologic individual [6]. Problema fundamentală a gândirii pedagogice moderne devine problema raportului dintre natură, mediul ambiant și cultură, având un statut epistemologic concret [70].

1.3.5. Politica statului și reformele în învățământul matematic

Politica statului în învățământul matematic în cercetarea noastră este concepută ca un ansamblu de decizii și strategii adoptate la nivel de stat în vederea determinării direcțiilor principale de proiectare și realizare a activităților de formare-dezvoltare a personalităților în cadrul unor instituții specializate integrate într-un sistem. Realizarea ei presupune anumite schimbări (*reforme*) declanșate la nivelul unor acțiuni eficiente în anumite condiții concrete de timp și spațiu (Viviane, 1992; Rogers, 1981) [165].

Documentele oficiale de politică a statului în sfera instruirii și educației matematicii se manifestă prin: legi, statute ale cadrelor, regulamente ale instituțiilor, planuri de învățământ,

programe etc. Ele definesc finalitățile pedagogice (idealuri, obiective), funcții organizatorice. Modul de realizare a politicii îl reprezintă *reforme școlare*.

Fiecare etapă de dezvoltare a societății ridică la o treaptă calitativ nouă organizarea procesului educațional, propune noi modele de reformare, ele caracterizându-se prin strategii, tactici, paradigme noi, specifice nivelului de dezvoltare a societății date în general, metodologiile elaborate în domeniul predării-învățării matematicii, în corespundere cu paradigmele actuale.

S. Cristea, efectuând o analiză istorică a schimbărilor intervenite în sistemul instituțiilor școlare și în gândirea pedagogică din arealul poporului român [26], delimitează fenomenul reformelor în patru etape distincte:

- până la 1900 – lansarea problemelor sociale ale reformelor;
- 1900-1950 – reformele școlare spontane;
- 1975 – până în prezent – reformele realizate în condiții de criză economică, prin proiectarea unor schimbări structurale.

Ne vom opri doar la primele două etape, și în a doua etapă – doar la stadiul ei inițial (Anexa III). Până nu demult, în spațiul european reforma pedagogică școlară se raporta la mișcările pedagogice progresiste dintre anii perioadei a doua jumătate a secolului XIX și începutul secolului XX, care a constituit un exemplu pentru reforma școlară actuală (1.3.4.), mai des în domeniul învățământului matematic [104] și tehnologiei predării-învățării matematicii.

Cercetările mai noi arată că nu a existat o anumită epocă istorică clar determinată pentru reforma pedagogică școlară într-un anumit stat. Mai mult, reprezentății ei au stat sub semnul gândirii pedagogice a lui Comenius, Rousseau, Pestalozzi, Herbart, Diesterweg și au activat în unele cazuri mult mai târziu decât termenele perioadei cercetate.

Între anii 1890-1920 noutatea a constat în aplicarea gândirii pedagogice la situația istorică-socială, ceea ce a impulsionat înnoirea sensului definiției școlii și învățământului. În jurul anului 1900 s-a creat un sistem școlar birocratic [195]. Industrializarea și deplasarea masivă spre oraș au determinat transformări sociale tehnice, economice și culturale (Anexa III). Dezvoltarea circulației libere a ideilor și mas-media au determinat apariția unui puternic schimb de informații, experiențe, conferințe, dezbateri la care au participat: P. Petersen, K. Hahn, C. Freinet, M. Montessori, J. Dewey și numeroase asociații de profesori. Astfel, gândirea pedagogică s-a modernizat în context internațional, depășind gândirea limitată națională [169]. Dintre realizările mai importante se pot menționa: mișcarea școlii muncii, căminele satești, școala Waldorf, Planul Jena al lui P. Petersen, școlile Montessori. Dezbaterile actuale n-ar fi posibile fără aceste reforme pedagogice.

Nomenclatorul reformelor învățământului matematic reflectă existența unui șir de curenți în gândirea pedagogică (Anexa III): curentul *tradiționalist*, axat pe activitatea profesorului,

frecvent pe tot parcursul cercetării noastre; *puerocentrist*, determinat de dezvoltarea psihologiei copilului și orientarea spre elev, care a apărut în secolul al XIX-lea [169]; *sociocentrist*, care ajustează pedagogia la condițiile sociale ale elevilor (pedagogia secolului XX); *tehnocentrist*, bazat pe folosirea metodologiilor moderne și care nu s-a încadrat în limitele cercetării noastre. Știința pedagogică, prin toate curentele sale, încearcă să ofere soluții în această direcție prin diverse reforme: modificări de principii, evaluare, introduceri instrumentale, schimbări de conținut, metodologii etc.

Factorii care determină declanșarea procesului de reformă a învățământului matematic vizează, pe de o parte, evoluția genetico-istorică a școlii și a societății, iar pe de altă parte, fenomenul de criză al acestui învățământ, caracteristic sistemelor de învățământ până în anii 20 ai secolului al XX-lea (Anexa III) [179]. Evoluția istorică a societății și, o dată cu ea, a școlii permite analiza reformelor învățământului matematic la nivelul unui discurs care îmbină resursele metodologice ale teoriei educației cu succesiunea inovațiilor pedagogice și tendințele de înnoire ale sistemelor de învățământ, determinate în plan cultural-economic-politic [167, 169]. Combinarea acestor perspective de ordin metodologic permite evidențierea trăsăturilor esențiale ale reformelor învățământului matematic întreprinse în Moldova în perioada istorică cercetată [47].

Primele reforme în învățământul matematic au parvenit o dată cu intuirea importanței acestui învățământ pentru prosperarea societății [168]. Ele pot fi considerate ca elemente de o cotitură radicală în viața social-culturală a Moldovei. Spre exemplu:

- a) introducerea (1766) studierii epistimurilor în clasele superioare ale Academiei Domnești din Iași, (orientarea conținuturilor învățământului din Academie spre un învățământ real);
- b) introducerea în uz a cifrelor hinduso-arabe și a sistemului de numerație pozițional zecimal;
- c) tipărirea cărților;
- d) elaborarea terminologiei matematice române (1795);
- e) deschiderea cursurilor speciale prin Regulamentul Organic (1835);
- f) deschiderea unui clas de ingineri hotarnici în cadrul Academiei Domnești din Iași (1813) (început de studiere a matematicii superioare și a creării unei baze pentru organizarea învățământului superior);
- g) editarea manualelor de matematică în limba poporului băștinaș;
- h) implementarea în practică a cursurilor propedeutice;
- i) organizarea sistemului de școli naționale cu o structură bine determinată: școli primare, secundare (gimnazii), medii (licee), superioare (universități);

j) organizarea instituțiilor de învățământ de tip real (Anexa III).

Reformele învățământului matematic din secolul XIX se caracterizează prin modificarea învățământului oral și dogmatic, se miza doar pe activitatea elevului; pe memorarea mecanică și expunerea pe de rost a celor însușite, totodată, se preconiza școlarizarea în masă a lichidării analfabetismului, mai ales la sate [169]. După fiecare reformă se elabora o metodologie adecvată de predare-învățare a matematicii, ajustată la necesitățile stringente ale societății date.

Primii 20 de ani ai secolului al XX-lea se caracterizează prin reforme atât naționale, cât și globale în învățământul matematic, bazate pe indicațiile Comisiei Internaționale de reformare a învățământul matematic, condusă de F. Klein. Reformele întreprinse în această perioadă, denumite adesea „*reforme naționale*” și „*globale*” [26], sânt caracterizate prin următoarele tendințe: adaptarea, uneori întârziată, la amplele transformări sociale; desfășurarea spontană, fără o planificare metodică, a schimbărilor pedagogice scontate sau necesare; modificarea parțială a structurii sistemului, acționând „*pe rând la nivelul învățământului primar, secundar, profesional etc.*” (Anexa III).

Se fac încercări de a prelungi învățământul primar cu 1-2 ani, prin urmare, și învățământul matematic secundar. Legea școlară din 1918 stabilește durata învățământului primar de patru ani [4, 21], se preconizează un profil prioritar practic, numit „*școala muncii*”. Reformele reflectă tendința generală de sincronizare culturală la nivelul țărilor europene, valorificând, totodată, tradițiile locale, în special, în spiritul învățământului real. Școala națională din Moldova validează „*linia haretiană*” și, astfel, realizează în practică orientarea reală a învățământului și metodologia de realizare a acestui învățământ în practica cotidiană [64].

Aceste analize succinte reflectă parțial experiența transformărilor și ajustării învățământului matematic în Moldova la necesitățile societății în cauză și dau posibilitatea de a fi aplicate în procesul proiectării unui nou model de dezvoltare a sistemului de învățământ matematic și a metodologiei de predare-învățare a matematicii școlare (Anexa III).

1.4. Aportul cadrului didactic în dezvoltarea importanței cognitive a învățământului matematic și în sporirea continuă a eficienței lui

Conceptul de *cadru didactic (profesor)* cuprinde în sfera sa, pe toți specialiștii investiți ca educatori în învățământul de toate gradele. El include toate funcțiile: de *învățător, institutor, dascăl, magistru etc.*, care alcătuiesc detașamentul personalului didactic, componentă remarcabilă a *intelectualității*. În contextul școlii din Moldova în perioada cercetată acest concept era reprezentat prin termenii: *dascăl, învățător* (la sate), *institutor* (la orașe), *magistru* (formă latinizată) [7, 82, 83].

Din timpurile străvechi învățătorul a fost una din principalele figuri ale societății. El tot timpul a reprezentat prin sine un factor de iluminare a maselor. Pentru a-și îndeplini misiunea la un nivel înalt de performanță și eficiență a activității sale conexe, profesorul a trebuit să-și formeze și să manifeste o gamă variată de calități, anumite competențe ale personalității sale, care să-l definească ca specialist, ca om de știință, cultură, ca pedagog [73], cetățean și îndrumător. Printre calitățile principale se pot menționa:

- pregătire temeinică, competență, tact și măiestrie psihologico-pedagogică în elaborarea tehnologiilor instructive adecvate [13, 31, 105];
- pasiunea de specialitatea sa temeinică și capacitatea de a altui dragoste față de matematică la elevi;
- capacitatea de creativitate adecvată paradigmei timpului (profesorii de la Academia Domnească, pedagogii: A. Hotiniul, Gh. Asachi, A. Velini ș.a.);
- orizont cultural larg (A. Hotiniul, Gh. Asachi, I. Ghinculov, I. Creangă ș.a.);
- preocuparea și capacitatea de perfecționare profesională și psihologo-pedagogică continuă (Gh. Asachi, A. Velini, M. Eminescu, I. Creangă, I. Ghinculov ș.a.);
- profil moral-cetățenesc și capacitate de organizator și îndrumător (A. Hotiniul, Gh. Asachi, I. Ghinculov, A. Velini ș.a.) [36].

Dacă cercetăm aceste aspecte în ascensiune continuă, se cer menționate următoarele:

1. Pregătirea profesorilor (învățătorilor) pentru a preda matematica în școlile din Moldova a parcurs calea genetico-istorică de dezvoltare a școlii naționale (1.3.3. și Anexa II, matricea evoluției învățământului matematic din Moldova), adică de la niște școli rudimentare de tip bisericesc cu predarea în vechea slavă (limba oficială și a bisericii din secolul al XIV-lea) până la școlile moderne din sistemul învățământului din ani 20 ai secolului XX. În mod analog au evoluat cadrele pedagogice de la dascăli înzestrați cu niște cunoștințe rudimentare de elemente de aritmetică până la specialiști cunoscători de materie înaltă din domeniul matematicii moderne, făuritori de tehnologii performante timpului său. Calificarea lor în mod analog a parcurs calea de la călugări, preoți sau stareți care cunoșteau o „pusderie” de cunoștințe elementare de carte, până la specialiști cu studii speciale pedagogice căpătate la instituțiile pedagogice de stat corespunzătoare. În această perioadă controlul asupra procesului învățământului a parcurs calea de la o tutelă rudimentară clericală (epitropia) – până la dirijarea destul de bine chibzuită din partea organelor de stat (Ministerul Învățământului) prin oameni competenți din domeniul dat. Metoda de predare în mod similar s-a dezvoltat de la o simplă expunere catihetică, bazată pe metoda dialogată, de întrebări și răspunsuri, pe mitocă și reproducere oarbă, până la metode avansate pentru timpul acela ca:

intuiția, metoda euristică, lucrări practice, tehnologii avansate de predare-învățare a matematicii etc.

2. Din punctul de vedere al creativității științifice se poate menționa că acest plai a avut parte de bărbați care au slăvit prin munca lor dragostea față de carte și, în special, față de matematică. Ei au demonstrat că acest „*meșteșug*” [54] este necesar, deoarece are o largă aplicare în toate sferele activității omenești. Oamenii cărturari, bine pregătiți din punct de vedere științific, ca A. Hotiniul, Gh. Asachi, A. Teodorescu, A. Velini, I. Ghinculov, S. Haret ș.a. au scris opere valoroase și au pus baza terminologiei matematice științifice române moderne [91].
3. Oamenii care au stat la baza organizării învățământului național, în același plan și matematic, au fost multilateral pregătiți, cu un orizont larg și o înzestrare excepțională de cunoștințe nu numai în domeniul matematicii. A. Hotiniul, spre exemplu, fiind episcop, scrie manuale pentru matematică, fizică, geografie, dar și cărți bisericești; Gh. Asachi – a fost și un mare scriitor, publicist al neamului, a fondat primul ziar din Moldova, a fost pictor, dramaturg, inginer cu aptitudini remarcabile. Ion Creangă – pe lângă profesiunea de învățător la clasele primare, a fost un metodist de performanță. El a alcătuit și practicat cu mult succes una din cele mai avansate tehnologii de instruire a limbii materne „*Metoda de studiere a limbii în clasele primare*”. Se presupune că Creangă ar fi scris și o metodică de predare a aritmeticii, dar care a dispărut încă sub formă de manuscris [82, 83]. Totodată I. Creangă a fost și un mare scriitor al neamului. M. Eminescu, fiind revizor școlar, acorda mare importanță predării matematicii și în deosebi utilizării metodei intuiției. G. Codreanu – publicist, istoric, a scris un problemar la aritmetică legat, parțial, de realitățile Moldovei, dar mai mult copiat de la metodiștii școlii ruse (1.3.2. și Anexa IV).
4. Majoritatea pedagogilor erau bine instruiți și dispuneau de o înaltă cultură ce se impunea printr-un comportament impecabil. Ei se străduiau să posede o măiestrie pedagogică adecvată, să aplice cele mai avansate tehnologii didactice cunoscute. Această măiestrie și-o cultivau prin diverse întruniri metodice, conferințe profesionale, cursuri de reciclare etc. (Anexa IV). În cadrul acestor întruniri se discutau cele mai noi inovații din domeniul pedagogiei, cele mai valoroase idei referitoare la psihologia copilului, se detalia parametrii celor mai eficiente tehnologii de instruire aferente paradigmei date a învățământului matematic.
5. Către sfârșitul secolului XIX și începutul secolului XX statul dispunea deja de un ansamblu de instituții de învățământ pe diferite niveluri pentru pregătirea calificată a cadrelor didactice (matricea evoluției învățământului matematic din Moldova). Astfel,

ponderea profesorilor calificați din școli sporește continuu (1.3.). Tot odată sporește și pregătirea lor metodică-didactică. Planul de învățământ de la cursurile de calificare, prevedea o pregătire atât pe obiecte cât și de sporire a nivelului metodic. (Anexa IV).

6. Pedagogii, în special cei de la sate, au efectuat tot timpul lucrul de culturalizare a maselor, iar spre sfârșitul secolului XIX – începutul secolului XX ei făceau în sate un enorm lucru extrașcolar de lichidare a analfabetismului, acordau ajutor și consultații financiare prin intermediul băncilor sătești pe care le dirijau, acordau consultații în vederea unei bune gospodării în diferite domenii al viticulturii, pomiculturii, agriculturii, apiculturii etc., prin intermediul loturilor școlare etc. (Anexa IV).

Pedagogia ce s-a constituit și s-a afirmat în acea perioadă cercetate prin școlile și cercurile pedagogice din Moldova a înaintat competențe de valență pentru cadrul pedagogic, ceea ce a sporit cu mult eficiența învățământului matematic. Procesul de învățământ, ca proces bilateral, presupune în mod obiectiv stabilirea și manifestarea relațiilor umane și educaționale eficiente între profesori și elevi. Istoria învățământului în această perioadă atestă mai multe tipuri de relații dintre profesor și tineret: autoritariste (autocrate), libere (fără constrângeri) și democratice.

Relațiile autocratice au predominat în majoritatea covârșitoare a școlilor naționale. Ele constituiau o frână în dezvoltarea personalității, de aceea către sfârșitul secolului XIX acest fel de relații erau condamnate și declarate nedorite. Relații libere promovate încă de marii pedagogi: Rousseau, Tolstoi, Montessori, Freinet, Decroli (1.3.4. și Anexa IV) au admis Hotiniul, Asachi, Velini, Creangă, Ghinculov. Aceste relații urmăreau scopul de a dezvolta la elevi spiritul critic, cel de inițiativă, independență și perseverență, responsabilitate și creativitate. Relațiile democratice pornesc de la drepturile omului, de la respectul față de om (Hotiniul, Creangă). Profesorul ca specialist, om de cultură, educator, cetățean, este factorul principal al modelării personalității și profesionalității tinerilor, al formării resurselor forțelor de muncă [70] și al specialiștilor de talie care reprezintă cel mai important „*produs*” al societății, cel care își va aduce contribuția esențială la dezvoltarea și prosperarea ei [73].

Obținerea dreptului de a profesa în învățământ este condiționată de cerința dobândirii de către cei studioși și absolvenți ai unei bune pregătiri în domeniul pedagogiei, psihologiei, istoriei și metodicii predării matematice în cadrul instituțiilor corespunzătoare de învățământ. În acest caz este necesară pregătirea profesional-pedagogică în planul cunoașterii istoriei dezvoltării învățământului matematic, istoriei constituirii școlii naționale și gândirii pedagogice în Moldova, având la bază metoda genetico-istorică de studiere. Numai în acest caz cadrul didactic poate activa fructuos pe tărâmul instruirii, aplicând cu dibăcie tehnologii educaționale moderne aferente paradigmei actuale a învățământului matematic la momentul istoric dat.

Capitolul II

EVOLUȚIA TEHNOLOGIILOR DIDACTICE ȘI A METODOLOGIEI PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII MATEMATICII

Înainte de a supune descrierii rezultatele privind evoluția *tehnologiilor didactice* și a *metodologiei predării-învățării matematice*, constatăm că dinamismul dezvoltării sociale necesită intensificarea aplicării unor tehnologii și metodologii fondate științific în toate sferele vieții cotidiene, care au la bază metodele matematice de cercetare. De aceea în explicarea rezultatelor cercetării referitor la evoluția învățământului matematic din Moldova și formarea cadrelor didactice trebuie să acordăm o atenție deosebită cunoașterii evoluției tehnologiilor didactice și a metodologiei predării-învățării matematice în perioada cercetată, ca un proces evolutiv ce s-a dezvoltat de la niște metode scolastice rudimentare până la o tehnologie performantă bazată, pe o metodologie avansată a predării obiectelor matematice în anii 20 ai secolului al XX-lea. Bazarea pe latura metodologică are ca orientare tranziția de la „*a învăța pentru a ști*” la „*a învăța pentru a face*” [137].

Firul roșu care străbate evoluția tehnologiilor didactice și a învățământului matematic în întregime este tendința de dezvoltare în baza metodologiei științelor socio-umane.

Termenul *metodologie* provine de la grecescul „*metodos*” (cale, linie, direcție sau itinerar, proces și mod de obținere a cunoștințelor și valorificarea lor în știința contemporană) și „*logos*” (știință). Noțiunea de *metodologie* are două sensuri (accepții, interpretări). În didactică *metodologia* este considerată *metodă* sau este definită ca o *sumă a metodelor de predare-învățare-evaluare* a anumitor obiecte, inclusiv a psihopedagogiei și ca forme de educație a generațiilor în creștere [69, p. 44]. În cazul nostru *metodologia* poate fi definită ca o subdiviziune a tehnologiei instruirii, ca o totalitate de principii, metode, procedee, forme de studiere a matematice, deosebind în același timp *metodologia generală* și *particulară*, adică conceperea în sens *larg* și în sens *îngust*.

În accepția noastră metodologia instruirii vizează următoarele aspecte:

- modul în care sânt transmise, acumulate și aprofundate cunoștințele;
- modul în care se formează și se dezvoltă abilitățile intelectuale și practice;
- controlul dobândirii cunoștințelor matematice și al formării abilităților intelectuale și practice, respectiv stabilirea nivelului de instruire al acestor cunoștințe și al gradului de dezvoltare a abilităților;
- valorificarea unor posibilități de dezvoltare a unor calități intelectuale și morale cetățenești.

Cele menționate determină caracterul ierarhic al cunoașterii metodologiei atât pe verticală (de la ideile filozofice și generale la cele particulare metodologice), cât și pe orizontală (de la fapte metodologice spre analiza și sinteza lor, spre principii metodologice).

Literatura de specialitate a problemei definește metodologia și prin rolurile îndeplinite. Astfel, ea este un sistem de căi (metode) pentru: precizarea, verificarea teoretică și practică a unei ipoteze; acumularea și prelucrarea datelor obținute; construirea și validarea modelului teoretic și aplicativ de optimizare a procesului educației și instruirii; rezolvarea trecerii de la teorie la practică și invers; ridicarea practicii empirice a practicianului la o anumită ținută științifică; cunoașterea continuă a evoluției problematicei educației/instruirii și optimizării ei, facilitarea comunicării și generalizării rezultatelor pozitive și inovatoare obținute. Reperele indicate și-au găsit reflectare pe parcursul întregii cercetări.

Rezultatele cercetării ne permit să obținem următoarea logică de prezentare a evoluției metodologiei învățământului matematic în contextul tehnologiilor didactice aplicate: perfecționarea procesului de predare-învățare a disciplinelor matematice (aritmetica, geometria, algebra, trigonometria, elemente de matematică superioară), metodele didactice, principii didactice și forme de organizare aplicate în învățământul matematic din Moldova (perioada cercetată).

2.1. Perfecționarea continuă a metodologiei predării-învățării disciplinelor matematice

Orice știință își are istoria evoluției sale. Învățământul matematic nu se poate dezvolta armonios și în continuitate succesivă, dacă nu-i bazat pe trecut. De aceea am făcut o retrospectivă în trecutul dezvoltării predării matematicii de la începutul activității primelor școli și până în anii 20 ai secolului XX.

Tehnologiile predării-învățării matematicii au apărut o dată cu constituirea matematicii ca obiect de studiu în școala organizată de stat, cu toate că unele procedee de predare-învățare a matematicii în mod empiric existau încă din antichitate. În această perioadă pedagogia a fost recunoscută ca știință a educației cu componenta sa – didactica, al căreia fondator se consideră marele pedagog ceh Ian Amos Comenius [147]. Activitatea lui a avut o influență covârșitoare asupra dezvoltării predării-învățării disciplinelor școlare, în clasele primare în special.

O influență benefică asupra dezvoltării predării-învățării matematicii a avut aportul discipolilor marelui pedagog, și anume activitatea pedagogilor I. A. Pestalozzi, A. F. Diesterweg, I. Herbart ș.a. care, prin operele lor, au pus bazele predării-învățării matematicii contemporane.

Tehnologia predării-învăţării aritmeticii şi geometriei a apărut mai devreme ca cea a altor discipline matematice. Aceasta se explică prin faptul că algebra, trigonometria, elementele de matematică superioară, ca obiecte de studiu în şcoală, se statornicesc abia către finele secolului al XIX-lea, pe când aritmetica şi geometria au fost practicate dintotdeauna, de când exista şcoala şi ceva mai devreme, în popor ca o educaţie empirică [138].

Predarea-învăţarea matematicii, pe tot parcursul dezvoltării sale, a fost o ştiinţă controversată, plină de idei, de multe ori complet contradictorii, alteori chiar lipsite de sens. I. A. Comenius şi discipolii săi au pus la baza studierii matematicii principii fundamentale didactice care ţineau cont de calea dialectică a cunoaşterii: de la simplu la compus, de la cunoscut la necunoscut, ca materia de studiu să fie adusă în conformitate cu particularităţile de vârstă ale elevului din clasa dată şi, totodată, să nu denatureze ideile fundamentale ştiinţifice ale matematicii.

În felul acesta către sfârşitul secolului al XIX-lea s-a cerut un sistem al obiectelor de studiu pe trepte de învăţământ: aritmetica, algebra, geometria, trigonometria şi unele elemente de matematică superioară, dar care, nici pe departe încă, nu şi-au atins perfecţiunea. În prezenta cercetare ne-am străduit să evidenţiem cum s-au constituit aceste discipline prin conţinutul lor, prin procedeele aplicate şi metodele lor de expunere; cum s-a stabilit volumul noţiunilor fundamentale din fiecare compartiment aparte. Am încercat să arătăm care a fost rolul atribuit de metodişti şi pedagogii matematicieni cursului şcolar de matematică şi cum s-a luptat pentru eliberarea acestor discipline de balastul noţiunilor ce le transformau în obiecte de studiu dificile şi abstracte, nelegate de cotidian şi de aplicaţiile lor în domeniile altor ştiinţe. Atât din cauza acestor balasturi, cât şi a metodelor de predare-învăţare aplicate, matematica era inaccesibilă pentru majoritatea copiilor (1.3.).

Intervalul de timp ales vizează începutul evoluţiei învăţământului matematic în şcolile ce au apărut prin secolul XV până la sfârşitul secolului XIX – începutul secolului XX. Este perioada în care omenirea a înţeles că, fără un popor înzestrat cu o cultură matematică de un anumit nivel, nu se poate produce o mişcare înainte, nu poate fi vorba de nici un fel de progres atât social, cât şi tehnico-ştiinţific; perioadă în care a apărut ideea de reformă în învăţământul matematic şcolar, de necesitatea dirijării din partea statului a procesului de predare-învăţare a matematicii şi de organizare a sistemului de instituţii de învăţământ respective.

Anume această etapă caracterizează plenar problema dezvoltării şi constituirii predării matematicii ca ştiinţă aparte. În procesul instructiv-educativ al învăţământului matematic din această perioadă se preconizau următoarele schimbări:

1. Introducerea ideii dependenţei funcţionale (Klein) şi a elementelor de matematică superioară (Ostrogradski, Lobacevski, Borell etc.): a geometriei analitice, a calcului

- diferențial și integral [38, 77, 94, 144].
2. Cursul de geometrie trebuie de construit pe baza dezvoltării imaginației spațiale, introducerii ideii de mișcare și a transformărilor geometrice [155].
 3. Simplificarea predării-învățării unor teme din matematică pe calea introducerii calcului vectorial [142].
 4. Consolidarea legăturii teoriei cu practica. Se impunea aplicarea cât mai largă în procesul de predare-învățare a lucrărilor de măsurare, de laborator și practice; iar la un nivel superior această legătură trebuia efectuată pe baza introducerii elementelor teoriei probabilităților și statisticii matematice [139, 157].
 5. Stabilirea unei legături trainice între disciplinele matematice școlare până la fuzionism complet. Se preconiza înlocuirea sistemului de predare pe obiecte separate cu un curs unic de matematică (mai ales în clasele primare) [101, 176].
 6. Prin perfectarea tehnologiilor de predare-învățare a matematicii urma îmbinarea intuiției cu logica, renunțându-se la memorarea mecanică. Mai frecvent e aplicată metoda concret-inductivă, mai ales în clasele primare, ca o punte de trecere la metoda inductiv-deductivă, apoi de la ea la cea abstract-deductivă în clasele superioare [184].
 7. Se introduc cursurile propedeutice la algebră, geometrie, trigonometrie [126, 162].
 8. Eliminarea compartimentelor lipsite de conținut și importanță științifică, lăsând loc pentru introducerea ideilor inovatoare și a despărțiturilor respective noi [132].
 9. Introducerea furcației, adică deschiderea liceelor de diferite orientări: umaniste, clasice-moderne și reale. Aproape în toate țările lumii, unde s-a făcut reforma învățământului matematic, s-a introdus furcația școlii medii ca mijloc ce poate permite studierea matematicii în secții cu orientare matematico-reală [104].

Multe din aceste prevederi, dar și altele ce au apărut ceva mai târziu, ca: introducerea elementelor teoriei mulțimilor și de logică matematică, studierea axiomatică a matematicii, a noțiunii de grup, s-au realizat doar nu demult [129, 134], dar fiecare din ele adaugă de fiecare dată câte ceva nou în metodologia predării-învățării matematicii, fapt ce demonstrează că este un proces în schimbare continuă.

În continuare în cercetare ne vom referi doar la prima și cea mai importantă subdiviziune a tehnologiei instruirii matematice la metodologia predării-învățării; anumite tangențe vom face și la cea de a doua subdiviziune, adică la mijloacele didactice.

2.1.1. Constituirea metodologiei de predare-învățare a aritmeticii

Studiul literaturi de specialitate ne permite să stabilim că *aritmetica*, ca obiect de învățământ, avea ca sarcină principală două obiective:

1. *instructiv*, ce se reducea la următoarele: însușirea reprezentărilor despre număr, sistem pozițional zecimal, proprietățile fundamentale ale operațiilor aritmetice; la formarea deprinderilor și abilităților de calcul oral și scris;
2. *educativ*, ce era tot atât de important ca și primul, deoarece educa gândirea logică, perseverență, voință, cutezanță, ordonare, corectitudine, o cultură de muncă și vorbire corectă, adecvată științei date etc.

La orele de aritmetică pedagogul trebuia să comunice elevilor, în conformitate cu particularitățile lor de vârstă o anumită sumă de cunoștințe matematice și să le formeze anumite abilități și deprinderi practice de efectuare a calculelor orale și scrise, a unor măsurări, comparări, reprezentări grafice.

Gândirea devenea concretă, când se sprijinea pe o rezervă întemeiată pe reprezentări clare și precise, care se acumulau pe parcursul orelor de aritmetică, prin observații asupra lucrului cu materiale ilustrative, prin intermediul rezolvării problemelor de calcul etc. Primele reprezentări de număr natural elevul le obține în urma numărării obiectelor din natură sau propuse de pedagog: bețișoare, cubușoare etc. Reprezentările despre sistemul pozițional zecimal le căpăta prin intermediul lucrului cu materiale ilustrative de tipul: abac, ladă aritmetică, socotelniță etc.; reprezentări referitoare la măsurarea mărimilor, unități de măsură elevul le acumula prin intermediul lucrărilor corespunzătoare de măsurare [127, 166]; lucrul cu materiale intuitive, desen artistic, desen liniar.

Rezolvarea problemelor se făcea mai conștient și mai accesibil prin organizarea corectă a procesului de instruire. Pentru soluționarea adecvată a unei probleme trebuia de studiat cursul complet al acestui obiect. Întrebarea era „*În ce volum?*” trebuie studiat acest curs?

Cursul școlar de aritmetică era redus conform programei, în special în școlile parohiale [115]. În urma micșorării volumului cursului primar în școala cu o singură clasă, după cum erau majoritatea școlilor în Moldova, a apărut necesitatea trecerii la calculul oral și în scris până la un milion, la cele 4 operații asupra numerelor abstracte și concrete. Programa clasei a 2-a era extinsă prin studierea noțiunilor primare din geometrie; operațiile asupra fracțiilor simple și zecimale; regula de calculare a procentelor, regula tovarășiei și de amestec (de aligație), regula de trei. Acest volum de cunoștințe aritmetice se studia pe bază de exemple practice, rareori aplicând noțiuni teoretice. Succesul ei depindea de 2 condiții: *talentul / sânguința pedagogului și metoda de predare*.

Însă ultima condiție are în acest caz o mai mare importanță decât la predarea altor obiecte, deoarece anume în clasele primare, prin învățarea aritmeticii, se punea baza cunoștințelor matematice. De aceea selectarea celor mai eficiente metode de predare a aritmeticii era o problemă de importanță primordială.

Metodologia predării aritmeticii de la începutul secolului XX cunoștea patru metode mai eficient aplicate:

- (1) metoda unilateral-obiectivă sau mecanică;
- (2) metoda intuitivă de studiere a numerelor;
- (3) metoda studierii consecutive a calculului și a operațiilor aritmetice;
- (4) metoda problemelor cu rost (cu un scop bine determinat) (2.2.1.).

Prima metodă este cea mai veche, ultima este cea mai nouă [155, p.135]. Pentru utilizarea lor eficientă și în mod competent se cereau metodici adecvate [106, 182, 183].

Pe tot parcursul cercetării actului predării aritmeticii în procesul de învățământ i s-a atribuit un loc prioritar, deoarece studierea aritmeticii era indisolubil legată de cele mai necesare și elementare calcule, operații, fără de care nu poate fi concepută nici o activitate omenească. Cum a evoluat societatea omenească, în mod analog s-a dezvoltat și predarea aritmeticii, astfel transformându-se, către începutul anilor 20 ai secolului XX-lea, dintr-un simplu obiect [100, 137] care studia doar cele 4 operații aritmetice elementare sau cum i se mai spunea uneori „*ambac*” [10, 52] – într-unul din cele mai principale obiecte de studiu din școală, obiect care era considerat unicul ce dezvoltă gândirea logică la elevi.

Din timpurile străvechi este atestat în diverse documente că de la predarea aritmeticii se așteptau doar la unele foloase practice directe [61, 63], de aceea preocuparea principală era orientată spre însușirea mecanismului de calcul [79]. Se învățau definiții și reguli fără a înțelege sensul lor deplin. O astfel de metodă e numită *meccanică* (1) sau *țifrică* (așa era numită cifra). Problema principală era de a-i învăța pe elevi doar mecanismul calculelor prin intermediul cifrelor. Această metodă de predare a aritmeticii a dominat până către începutul secolului al XIX-lea. Elevii însușeau pe de rost regulile operațiilor aritmetice, fără însă a înțelege clar, cum să efectueze operația în mod practic. Elevii nu puteau să le fundamenteze teoretic (Anexa V). Din această cauză cunoștințele aritmetice erau însușite superficial.

Un rol important în fundamentarea predării aritmeticii i se atribuie marelui pedagog elvețian I. Pestalozzi, care a înaintat două cerințe metodice față de procesul de instruire legate de psihologia copilului: a) însușirea abstractă a cifrelor și regulilor trebuie înlocuită cu materiale ilustrative intuitive; b) materia de studiu și procedeele de predare trebuie să corespundă naturii copilului.

În conformitate cu aceste cerințe, învățarea aritmeticii în școala lui Pestalozzi se efectua ilustrativ. Calculele în scris erau plasate pe planul al doilea. Pe primul plan erau situate operațiile orale [118, p.230-231]. Pestalozzi pune la baza concepției sale pedagogice cele trei mijloace de informare elementară: *sunetul* (cuvântul – numele), *forma* și *numărul* (Anexa V) [139].

Elaborând un șir de procedee de învățare a copiilor prin intermediul percepției anumitor

imagini, mai ales cu ajutorul tabelelor [141, 156] (Anexa V), el propune ca întotdeauna să se înceapă cu ceea ce este mai apropiat, cunoscut, simplu, evident-intuitiv; apoi parcurgând calea mai departe în mod consecutiv, fără salturi, de lămurit cele mai îndepărtate și necunoscute noțiuni prin intermediul celor cunoscute, apropiate și, pe cât e posibil, cât mai să de apelăm la ilustrativitate, intuitivitate. Ceea ce în natură nu poate fi cercetat în mod „în mod intuitiv, se reprezintă prin intermediul închipuirii, a reprezentărilor luate în comparație cu altele, intuitive; precum și cu ajutorul tablourilor, reproducțiilor, diverselor imagini. O descriere clară și precisă este utilă în descrierea naturii, geografiei, istoriei. Unele raționamente se realizează și devin accesibile percepției prin intermediul experimentelor, observațiilor, indicațiilor la observările deja efectuate (la disciplinele ciclului real: fizică, chimie, astronomie etc.). Lucrurile sânt apropiate de inima copilului, prin intermediul trezirii simțurilor lăuntrice cu obiecte plăcute, povestiri, comparații și amintiri (morală și religia) [157, p.48-49].

Dintre urmașii lui Pestalozzi un mare aport în predarea-învățarea aritmeticii îi revine pedagogului german A. Grube (1816-1884). Metoda lui Grube poartă denumirea de „*metoda studierii numerelor*” (2) în mod euristic (Anexa V). Principiul lui Grube și al tuturor urmașilor săi constă în studierea aritmeticii nu de la reguli și nu de la însușirea numărării, ci de la o studiere completă și fundamentală, prin intermediul intuiției, a structurii numerelor în limita primei sute. Exercițiile destinate însușirii noțiunii de număr, fiecare aparte, ajunge până la amănunte, și devin uneori destul de plictisitoare, cu toate că adepții lui Grube ca Evtushevski, apelează sistematic la ajutorul socotelnițelor, cubicilor, chibriturilor, jetoanelor, nasturilor etc. [123-125].

Cele mai valoroase metodici de predare-învățare a aritmeticii din perioada cercetată pot fi considerate „*Carte trebuincioasă pentru dascăli*”, editată la Viena în 1781, în 2 volume [31] și [105] de A. Velini. Se presupune că autorul sursei [31] este I. Felbiger, pedagog prusac, care a dirijat conducerea și organizarea școlilor din Imperiul Habsburgic. Cărțile propagau în special metoda intuitivă. Ele erau scrise în conformitate cu concepțiile pedagogice ale lui I. A. Comenius și I. H. Pestalozzi. Sub influența acestor metodici au apărut mai multe manuale: T. Iancovici în Banat și Rusia, Eustatievici, S. Klein, Obradovici, Șincai, Falcoianu ș.a., care au avut o largă circulație în Transilvania, Bucovina, precum și în Principatele Române, în special în Moldova, până către mijlocul secolului al XIX-lea. Mai târziu pe baza lor au fost create valoroase opere matematice autohtone.

Concomitent cu Grube în literatura metodică apar operele altui metodist german – Ghenceli. El propune împărțirea operațiilor în două compartimente: a) adunarea și scăderea; b) înmulțirea și împărțirea, folosind contrapunerea lor la alcătuirea și descompunerea numerelor. Când însă operăm cu numere mai mari decât 10, fiecare operație trebuie însușită aparte, deoarece, elevul

vede operația nu numărul. După această metodică în Rusia au fost alcătuite mai multe lucrări, dintre care cea mai însemnată este a lui F. P. Elenov.

Un loc important în metodică aritmetică îl ocupă operele lui P. Guriev [117]. Metodică lui Guriev, ca și a lui Diesterweg [46], este divizată în trei trepte: I – operații asupra numerelor în prima zece; II – operații asupra numerelor în limitele 1-100; III – operații asupra numerelor de orice mărime [118]. Ambii considerau că orice calcul, fie în scris, fie oral, este o operație mentală și regulile pentru calculele în scris trebuie să apară ca niște concluzii din exemplele precedente. În acest scop ei puneau studierea numărului în raport cu studierea operației. Aceste idei progresiste nu au fost luate în considerație în acele timpuri în care domnea moda orientării la personalitățile marcante din străinătate. Ceea ce era original autohton era ignorat. Metodică lui Grube, care a avut o largă răspândire în Rusia, a reținut aplicarea metodicii de predare a aritmeticii originale ruse cu cel puțin 50 de ani.

Împotriva metodei lui Grube s-au pronunțat mulți metodiști ruși, printre care: L. Tolstoi, Goldenberg [112], Vișnevski [106], Egorov, Jitkov, Șohor-Troțki [182, 183] ș.a. Ei subliniau că cel mai mare neajuns al metodei lui Grube era, că toate numerele primei sute se pot supune contemplării directe. Acești matematicieni erau de părerea că: reprezentării clare pot fi accesibile și cele mai complicate obiecte, dar în nici un caz un număr abstract; exercițiile propuse pentru studierea fiecărui număr aparte sânt destul de obositoare și au un efect neînsemnat. De altfel, studierea numerelor puțin contribuie la dezvoltarea activității mintale a elevilor [77].

Metodică predării-învățării aritmeticii ruse, care a fost folosită și în Basarabia, a avut o influență covârșitoare asupra metodologiei instruirii din Principatele Române. Spre exemplu, în Moldova la baza studierii aritmeticii a fost pusă nu studierea numerelor, ci a operațiilor (Anexa V). Astfel, în predarea matematicii a apărut și s-a răspândit „*metoda operațiilor*” (3), care, către sfârșitul secolului al XIX-lea, era o metodă dominantă, iar către începutul secolului XX-lea a devenit principală, având la bază metodicele ruse ale lui Șohor-Troțki [182, 183], Șapoșnikov, Malinin și Burenin [150, 151], Lebedințev [141, 143, 144], Latășev, Kuperștein, Jbikovski, Egorov, Goldenberg [112], Vișnevski [106], Beme, Belliustin [100], Arjenikov [97], iar în România, Bucovina, Transilvania – cele ale lui Felbajer [31], Velini [105], Costescu [41], Asachi [10-12] ș.a. Aceste metodici au constituit ulterior baza tehnologiei instruirii matematicii în clasele primare și a aritmeticii în clasele secundare. Pe baza acestei tehnologii s-au format tehnologiile de predare-învățare ale altor discipline școlare ca: algebra, elemente de matematică superioară etc.

Cursul școlar, de aritmetică în clasele primare avea un conținut succint. El ținea doar la înarmarea copiilor cu deprinderi de aplicare în practică a cunoștințelor aritmetice obținute sub formă de reguli abstracte. Această concepție a apărut și era bine fundamentată spre sfârșitul

secolului al XX-lea în matematica europeană. Ea era bazată pe cerințele vitale ale societății: deprinderile de a calcula corect erau necesare târgovețului, meseriașului și țăranului sau celui ce prelucra pământul, capitalistului ș.a. Acest punct de vedere era acceptat și în programa analitică la aritmetică acceptată de Ministerele Învățământului Public din țările europene [57]. Metodologia predării-învățării aritmeticii în conformitate cu aceste prevederi trebuia să aibă, în primul rând, un scop practic, iar pe urmă – cel instructiv-educativ general, adică teoretic.

Școala primară, prin studierea aritmeticii, trebuia să organizeze procesul de predare-învățare astfel, încât, elevii în fiecare an, să poată căpăta, după posibilități, cunoștințe la toate capitolele aritmeticii, necesare diverselor despărțituri ale ei și, totodată, aceste cunoștințe să constituie un tot întreg [131, 134].

Inițial cursul de aritmetică era de 3 ani, apoi de 4, și ,cu toate că constituia un curs nu prea mare, totuși era satisfăcător pentru a însuși aritmetica în linii generale [152]. Se lua în considerație faptul că mulți dintre acești copii nu vor avea posibilitatea să-și continue învățătura. De aceea cursul trebuia să aibă forma unei discipline bine conturate și finalizate în acest ciclu. Totodată, trebuia să presupună o sumă de cunoștințe elementare, utile în activitatea lor practică, de toate zilele [153, 156]. Din aceste considerente, din aritmetică trebuiau excluse multe noțiuni de natură pur teoretică, ca de exemplu: definițiile operațiilor aritmetice și ale noțiunilor, formularea teoretică a regulilor, a teoremelor. Materia de studiu, în conformitate cu recomandările pedagogilor – metodiști, trebuia aranjată în mod concentric. Centrul întregului sistem de predare-învățare îl formau cele patru operații asupra numerelor. Practica și experiența confirmă concluzia că în școlile primare sătetești, unde se respectau aceste cerințe și exemplele erau, luate din anturajul copilului, din viața agricolă – sătetească, din viața casnică, se obțineau rezultate mai eficiente, noțiunile matematice erau mai accesibile, iar predarea aritmeticii devenea mai atractivă, mai interesantă pentru copii [148].

Studierea operațiilor în conformitate cu metodologia predării-învățării aritmeticii în clasele primare de la sfârșitul secolului XIX și începutul secolului XX era aranjată în următoarele concentrate: 1) adunarea, scăderea, înmulțirea și împărțirea numerelor în limita primei zece; apoi aceleași operații în limita zecii a doua; 2) numărarea și cele patru operații în limita sutelor și miilor; 3) numărarea și cele patru operații asupra numerelor de orice mărime; 4) operații asupra numerelor compuse concrete (complexe); 5) operații cu fracții simple [176].

Studierea trebuie să înceapă de la numere concrete simple, mai precis de la numere intuitive cardinale, reprezentări despre numere și relații dintre ele, pe care copilul trebuie să le alcătuiască pe baza observațiilor proprii asupra obiectelor cunoscute lui și ușor accesibile. Se referă la acestea: pietricele, nasturi, bastonașe, boabe, precum și linii, cruciulițe, cerculețe desenate de învățător sau de elevi pe tablă și în caiete. Aceluiași scop serveau și materialele

intuitive: lada aritmetică și socotelnița rusă (ca una din cele mai răspândite, utile și necesare pentru viața cotidiană de atunci) [97].

Creația metodică autohtonă din Basarabia e atestată doar de opera lui Gh. Codrean. El a scris un problemar cât de cât legat de realitățile basarabene [131]. Autorul propune ca toate problemele rezolvate cu copiii să fie cât mai variate și legate de viața cotidiană a elevului, deoarece aceasta poate servi ca un imbold pentru a le trezi interesul față de studierea conștientă și aprofundată a aritmeticii. Totodată Gh. Codrean propune să se organizeze lucrul individual al elevilor, mai ales de sine stătător, acasă, știindu-se că, mulți din acești elevi nu vor avea posibilitatea să urmeze învățătura mai departe, Codrean propune ca conținutul aritmeticii, care se studia în aceste clase, să aibă forma completă a unui obiect de studiu finalizat și bine determinat. Autorul basarabean consideră că primele exerciții trebuie făcute în mod intuitiv, după principiul de la cunoscut la necunoscut, apoi, către sfârșitul cursului, să se poată trece la calcularea operațiilor aritmetice complicate, cu numere abstracte. Fiecare capitol al cursului trebuie să servească ca bază pentru cel ulterior, care, la rândul său, va fi ca o recapitulare și o extindere a celui precedent.

În plan metodic această metodologie poate fi expusă astfel:

Prima zece. Metodica de la începutul secolului al XX-lea a determinat că orice calcul corect și conștient în limita primei zeci servește drept bază bine argumentată pentru explicarea și însușirea tuturor operațiilor aritmetice în orice limită (Anexa V) [156].

Prima sută. A doua treaptă în învățarea calculului este învățarea copiilor a număra și a efectua operații asupra numerelor în limita primei sute. Aici este important să lămurim copiilor însemnătatea zecii ca unitate de numărare și de subliniat că multe obiecte se numără câte zece, spre exemplu: ouă, mere, castraveți etc. Numărarea prin zeci trebuie efectuată ca și cu unitățile simple: mai întâi în creștere, apoi în scădere. Este important să lămurim însemnătatea cifrelor după poziția ce o ocupă (11; 22; ...), semnificația lor în sistemul pozițional zecimal de numerație și citirea lor corectă.

Operațiile în limita unei mii. Pentru însușirea operațiilor cu numere în limita primei mii, majoritatea metodiștilor propun să începem de la numărarea numerelor având ca unități inițiale legături a câte 10 obiecte (bețișoare, creioane, paie etc.), apoi să le schimbăm în unități alcătuite din sute, adică o legătură mare în care sânt legate zece legături – unități a câte zece obiecte. Cu ele se efectuează toate operațiile posibile. Exemple orale eficiente sânt propuse de Velini, Belliustin, Felbiger, Șohor-Troțki ș.a., pentru a se efectua operații cu numere comode de reținut, spre exemplu: $125+225$ sau $350+450$, $80+90$, $60+70$, $120-40$, $180-80$ etc. Să se antreneze pe bile sau operații cu bani etc.

La treapta următoare se verifică cum elevii au însușit baza sistemului zecimal pozițional

de numerație, cum citesc numerele, înțeleg și scriu orice număr, oricât de mare, și cum efectuează operațiile aritmetice cu ele. În acest mod calculul oral întâmpină dificultăți și atenția principală se acordă celui în scris. Se apelează la lada aritmetică, la chibrituri, paie, dar mai sus de 1000 deja socotelița poate fi de folos, deoarece cu celelalte obiecte este incomod de lucrat. O atenție deosebită trebuie acordată operațiilor cu numerele compuse ce conțin zerouri în partea interioară a numărului.

Fracțiile. În clasele primare nu este timp suficient pentru a studia cursul deplin al fracțiilor, însă elevii sunt familiarizați cu fracțiile ordinare subunitare pe bază intuitivă de împărțire simplă a unui obiect în mai multe părți egale: foaie de hârtie, mere, cercuri, bețișoare, ațe (corzi), metrul tâmplarului etc. Operații cu fracții, compararea lor intuitivă, apoi abstractă, citirea corectă a unei fracții, cunoașterea proprietăților numitorului și numărătorului, fracții ordinare, numere mixte, fracții zecimale – iată lista incompletă a lucrului cu fracțiile ce trebuie studiate în cadrul cursului propedeutic din clasele primare pentru pregătirea de studiul fracțiilor din clasele medii.

În conformitate cu metodologia studierii aritmeticii o bună parte din timp este rezervat *rezolvării problemelor*. Majoritatea metodiștilor consideră că rezolvarea problemelor este cel mai necesar și folositor, lucru în cadrul – aritmeticii. Aria de rezolvare a problemelor este destul de variată și, principalul multe sunt luate din viața cotidiană. Ele trebuie să conțină noțiuni clare, curioase, interesante pentru copii, pe care le-ar rezolva cu plăcere, ca mai apoi, pe baza celor soluționate, să compună probleme noi legate de activitatea lor practică. Atare probleme trezesc interesul variază formele de lucru pe tot parcursul studierii matematicii [117]. Problemele trebuie să fie cât mai variate după formă și conținut, să se referă la cele mai variate domenii de activitate. Fiecare problemă trebuie să aibă un conținut care să corespundă cât mai adecvat particularităților de vârstă ale copiilor [131]. Copiii trebuie deprinși să lucreze de sine stătător. Însărcinările trebuie să fie clare minuțios verificate de învățător. Se cer anumite indicații necesare spre a lichida lacunele comiseși să-i orienteze pe elevi spre o activitate mai productivă. În caz contrar problemele nu-și ating scopul, nu se soldează cu efectul scontat [133]. Acest lucru era greu de realizat în Basarabia și Bucovina, unde învățământul primar nu se efectua în limba poporului băștinaș, iar traducerea și scrierea conținutului problemelor în limbi necunoscute bine de elevi ocupau aproape tot timpul destinat rezolvării problemelor. Pentru soluționarea lor timp nu mai ajungea.

În urma activității ca Referendar al Epitropiei școlilor din Moldova, după cum și a activității sale pedagogice în cadrul cursului de inginerie, la Seminarul de la Socola, la cursurile de la Academia Mihăileană, Gh. Asachi scrie lucrarea „Despre Metod” [13], editată la Iași în 1840. În ea autorul, în spiritul concepției comeniensiene și al ideilor iluministe, își expune succint

concepția sa didactică în 15 pagini. Referitor la formele de organizare a lucrului cu copiii, autorul evidențiază două: 1) *Acromatică*, când vorbește numai învățătorul, explicând materia de studiu a lecției, „iară școlerii ascultă”; 2) *Dialogică*, când se face prin o „neconținută vorbă între profesor și școlar”, adică întrebări și răspunsuri. Astfel de metode se descriu și în aceste lucrări. Gh. Asachi lămurește îndeosebi importanța metodei utilizate de învățător în practica de predare a disciplinelor școlare [13, p.3], [48, p.302], [177, p.206]. Autorul subliniază că procesul instruirii trebuie să fie neapărat accesibil. Întrebările și soluționarea lor trebuie să meargă de la cunoscut la necunoscut, de la simplu la complex, după cum menționează autorul „întrebările grele tâmpesc gândirea lor și îi fac supărați la răspuns”. Este un adept al instruirii în conformitate cu natura și în mod intuitiv. Referitor la aritmetică – teoria calculului sau cum o mai numește autorul „ambac” [13], autorul explică cum trebuie folosite exemplele, în ce mod și cum urmează a învăța calculele „din cap” și „socolile pe tablă”, cum să antrenăm memoria copiilor și să-i ațutăm interesul la ei pentru aritmetică, pentru cele patru operații cu numere (cifre). Este un început de literatură metodică la matematică în Moldova, în care autorul a încercat a da noțiuni de didactică generală și particulară, cu toate că cele expuse sânt destul de sumare.

În lucrarea „Manual de metodică și pedagogie pentru profesorii școlilor primare” [105](1860), scrisă de A. Velini, profesor de matematică de la Colegiul „Trei Ierarhi”, sânt reflectate cele mai înaintate idei pedagogice ale timpului. Este o primă lucrare amplă, destinată pregătirii profesionale a învățătorilor claselor primare. În prima parte autorul expune noțiunea de *metodă* și subliniază importanța ei, include modalitatea organizării sistemului de învățământ prin: împărțirea copiilor pe clase, enumerarea obiectelor de învățământ ce trebuie învățate, orarul săptămânal, *mijloacele de a dezvolta și păstra atenția școlarilor și exercitarea memoriei lor*. Autorul specifică corect sensul didactic al metodicii generale și al celei particulare. Educația intelectuală a elevilor este pilonul central al acestei metodici (Anexa V).

În „Metodica matematicii” [41] de Costescu este reflectată teoria herbartiană de organizare a lecțiilor. Se fac unele trimiteri până și la conspectul unor lecții de aritmetică sau geometrie. Este o metodică în care metodologia predării-învățării aritmeticii în clasele primare către anul 1960 este dată întru totul reușit și aproape de varianta opusă.

Către sfârșitul secolului al XIX-lea apare o nouă orientare în metodică predării aritmeticii – „*metoda problemelor cu un scop bine determinat*”(4) (Anexa V). Este ultima metodă din cele cercetate și care se consideră că era mult mai complicată și o puteau aplica în practica de lucru doar acei pedagogi care aveau un mare stagiul de lucru și posedau capacități matematice avansate. Pedagogii începători nu o puteau aplica.

Se poate afirma că la începutul secolului al XX-lea tehnologia instruirii aritmeticii

dispunea de un arsenal impunător de metode de predare-învățare și mijloace de învățământ, ce erau aplicate cu pricepere de acei învățători care erau mereu în căutare.

2.1.2. Metodologia predării-învățării geometriei

Predarea-învățarea geometriei în plan metodic se deosebește esențial de predarea calculului aritmetic sau algebric, în baza naturii ei practico-teoretice. Evaluarea rezultatului întotdeauna s-a bazat pe desen și se sprijinea pe reprezentări intuitive [166]. S-a folosit permanent posibilitatea de a urmări, măsura și verifica rezultatele cugetărilor logice. Abstractul tot timpul a fost precedat de concret [175, p.73]. Caracterul intuitiv de predare-învățare a geometriei, în linii generale, contribuie esențial la înțelegerea ei, însă aplicarea rezultatelor logice nu întotdeauna poate fi înțeleasă ușor. Greutățile, neclaritățile ce apar în metodologia predării-învățării geometriei sânt legate nu de formarea noilor deprinderi, ci de necesitatea de a elibera imaginația creatoare de orice prejudecăți și deprinderi, de a dezvolta capacitatea de urmărire, observare și cutezanță a fiecărui individ aparte. După părerea noastră, cursul de geometrie trebuie legat pe cât e mai mult posibil de cotidian, de aplicațiile practice, neștirbând partea teoretică. Lucrările practice și de laborator trebuie să constituie partea esențială a geometriei. După terminarea cursului preuniversitar elevul trebuie să posede abilități concrete de aplicare în practică a cunoștințelor matematice [168, p.22].

Pe parcursul dezvoltării istorice aceste cunoștințe la geometrie au fost sistematizate și îmbogățite pe baza măsurărilor și a reprezentărilor schematice, căpătând o formă logică consecutivă și bine aranjată. Cunoștințele erau dobândite și aplicate în scopuri diferite și prin forme variate. Anume prin aceasta și se motivează acea circumstanță care a complicat procesul de acumulare și îmbogățire a cunoștințelor geometrice și de formare a geometriei ca știință. În limbajul matematic această acumulare ar putea fi caracterizată ca: neliniară și eterogenă. Direcțiile fundamentale ale acestei complicate dezvoltări au fost următoarele:

- perfecționarea practicii constructive de măsurare și a constituirii, pe această cale, a unui șir de teorii geometrice [25, 129, 167, 185];
- participarea geometriei, de rând cu alte compartimente ale matematicii în cercetarea complexă a unor probleme practice și teoretice din tehnică și științele naturii, dând naștere la noi discipline: geometria numerelor, analitică, diferențială, aspectelor geometrice ale teoriei funcțiilor etc.;
- construirea unui sistem axiomatic-deductiv.

Modelele matematice obținute pe această cale sânt variate și posedă de rând cu componentele geometrice, un aparat simbolic împrumutat din alte despărțituri ale matematicii.

Încă în antichitate geometria a devenit o știință deductivă, strict logică, construită pe fundamentele unui sistem de axiome. Când a apărut ideea despre constituirea unui sistem de axiome, este greu de spus. Se cunoaște doar că procesul de sistematizare și generalizare în geometrie a căpătat o dezvoltare esențială cam prin secolul al V-lea î. e. n., apoi o reflectare pronunțată în ideile filozofice ale lui Aristotel (384-322 î. e. n.). Abstractizarea obiectului și principiile logice de demonstrare ce s-au constituit către acest timp au fost principalele premise ce au decis caracterul deductiv al matematicii ca știință. Drept sursă avem „Elementele” lui Euclid [185]. Ulterior operele în care erau expuse primele sisteme matematice axiomatice se numeau „elementele” [7].

Formele inițiale de cugetare teoretică în matematică au fost mai mult geometrice, deoarece anume geometria ocupa un loc de frunte în practica calculelor, dar și a concluziilor matematice generale. Persoanele care lucrau asupra problemelor matematice sau predau matematica, din timpurile vechi și aproximativ aproape până la începutul secolului al XX-lea erau numite geometri [25].

Chiar de la începutul predării-învățării geometriei elevii trebuiau convinși, că cine caută găsește, că succesul e mai mult o chestiune a caracterului și insistenței decât a minții, și că, având răbdare, imaginație și dorință sinceră, fiecare individ se poate alege cu anumite succese. Munca adevărată în geometrie constă în alcătuirea problemelor, în căutarea căii raționale de rezolvare, de găsire a soluțiilor corecte. Geometria este mai mult o cultură a minții, o gimnastică mintală, decât o colecție de concluzii sau consecințe.

Însă, pentru a putea corect căuta și găsi soluționarea problemelor, trebuie să cunoști teoremele geometriei, iar pentru a le cunoaște bine, trebuie să le descoperi ca probleme corect-rațional rezolvate. Prin urmare, o metodă importantă și obligatorie în geometrie este cea *euristică*. În aparență, primele teoreme par destul de simple, chiar prea evidente. Tocmai aceasta complică problema logica strictă a întregului, ce se simte direct (spre exemplu, în teoremele despre unghiurile opuse la vârf) și deseori prevalează asupra elementului deductiv. Elevii nu văd necesitatea demonstrării a ceea ce este evident, abstractul încă nu distinge importanța necesară și de aceea nu se evidențiază din concret. Elevii își fac o închipuire falsă, ei nu înțeleg și consideră, de multe ori, că o astfel de demonstrare este o scamatorie, fraze goale, și le pare neinteresantă, plictisitoare, neefectivă [175].

În predarea geometriei unele afirmări trebuie acceptate ca adevărate, incontestabile, a căroră evidență concretă reiese direct din experiența percepțiilor cotidiene ale copiilor. În procesul de soluționare a problemelor, folosind aceste adevăruri evidente, la elevi se modelează psihologia perceperii cunoștințelor geometrice. Într-adevăr, cum numai un elev odată, complet în mod individual a rezolvat o singură dată problemă adevărată, cursul de geometrie e concepută cu

totul într-o altă viziune. El deja prețuiește ca un bun cunoscător cele mai fine cugetări, raționamente, și nu le mai acceptă pasiv și cu plictiseală. Legătura dintre raționamente devine tot atât de interesantă, ca și logica întregului. Este benefică repetarea consecutivă a diferitelor lucruri sau adevăruri evidente, acceptate ca corecte și, neapărat încercarea de a le lega logic sub formă de joacă, alcătuirea câtorva variante de demonstrații [102]. Totalitatea teoremelor armonios aranjate într-o ordine perfectă, devine un întreg indisolubil cu legături stricte și, astfel, clădirea logică a geometriei ca știință capătă contururi clare.

Când este formulată o problemă și din enunțul ei reiese clar scopul urmărit, elevul, de obicei se leagă instinctiv ceea ce trebuie demonstrat, presupune ce este adevărat și pășește spre datele din enunț. O astfel de rezolvare este firească și deci elevul nu trebuie învinuit. Descoperirea soluției, începând cu datele condiției este anevoioasă, deoarece ea se poate ramifica pe diferite direcții, iar printre ele trebuie găsite variantele care duc la atingerea scopului urmărit. În acest caz soluționarea problemei duce la unirea sau contopirea descoperirii curate și a evaluării concluziei finale pe calea „*retrogradă*”, adică a analizei și sintezei.

Geometria este construită pe baza multor fapte elementare separate, care par nemijlocit evidente, însă adevărul trebuie să se bazeze pe o verificare experimentală riguroasă. Adevărurile elementare se referă la sfera practică, empirică. Însă orice demonstrare experimentală, oricât de precisă ar fi ea, nu atrage după sine o corectitudine absolută. Astfel, verificarea experimentală, a faptului că linia dreaptă este cea mai scurtă distanță dintre două puncte, poate fi efectuată cu o precizie de 1 mm sau până la $0,001\text{ mm}$, însă niciodată acest rezultat nu va fi precis la modul ideal.

Pe parcursul cercetării s-au evidențiat patru principii, care sânt formulate și aplicate în metodică rezolvării problemelor geometrice, dar și complet aplicabile, la expunerea cursului sistematic de geometrie:

- Începutul fiecărui capitol trebuie să fie expus sub forma unei descoperiri curate, fără formularea din timp a unui scop final [103].
- Demonstrările tehnice indirecte sânt obligatorii [3, 176].
- Adevărurile aparente, nu trebuie acceptate apriori, e necesar să le demonstrăm cu migală, aplicând teoria [128, 146].
- Trebuie demonstrată eficiența cunoștințelor teoretice, aplicarea lor în practică.

Aceste patru principii adeseori se cere a fi aplicate concomitent. Într-adevăr, dacă legătura a două lucruri evidente elementare este asistată de o demonstrare tehnică, atunci verificarea experimentală a unuia dintre ele este lipsită de sens [175].

Din punctul de vedere al metodologiei predării-învățării geometria din totdeauna a fost unul din principalele obiecte care se studia în școală. În școala Evului Mediu geometria făcea parte din cele patru discipline ale cvadriului. În țările române geometria a fost predată în

Academiile Domnești, în toate felurile de colegii ce au existat, la cursurile speciale unde se studia aprofundat matematica. Se cunosc manuscrise după care s-au ținut cursuri de geometrie ale lui (N. Cercel, D. Gobdela de la Academia sau Colegiul din Iași ș.a.), dar ele nu constituiau ceva original, legat de realitatea românească (1.3.). Doar în 1795 marele cărturar A. Hotiniul, pentru prima oară, expune un capitol aparte, dedicat geometriei [54]. În acest capitol autorul explică noțiunile de *punct*, *dreaptă*, *unghi*, *triunghi* și alte figuri geometrice, precum și unele referiri la unitățile de măsură, caracteristice pentru Moldova secolului al XIX-lea, și aplicate în practică în acele timpuri. Este o primă lucrare metodică românească, legată de geometrie, prin care se pune și un început al terminologiei matematice moderne românești. În 1813 Gh. Asachi ține un curs de geometrie la Cursurile de ingineri hotarnici pe lângă Academia Mihăileană din Iași și mai apoi, în 1838, publică cartea sa „Geometria elementară pentru clasele colegiale de gradul II” [12, 33], în care apare deja o sistematizare destul de bine chibzuită a materiei ce trebuia studiată conform acestui curs. Alta este cea a lui I. Eliad. O prelucrare metodică, pentru a indica cum trebuie predate anumite teme, noțiuni, relații din , nu exista însă la acel moment. Profesorii foloseau unele îndrumări publicate în alte limbi: franceză, germană, italiană, rusă. În școlile județene, în gimnaziul regional din Basarabia erau folosite pe larg metodicele de predare a geometriei publicate în Rusia.

Prima prelucrare metodică europeană de predare a elementelor de geometrie se întâlnește în operele lui Pestalozzi [72, 163, 164] și ale adepților lui Diesterweg [46], Herbart ș.a. Însăși Pestalozzi, după cum și unii adepții ai săi a introdus unele incomodități în metodică predării geometriei. În [163, 164] pedagogul elvețian propune ca mijloc pentru studierea intuitivă a raporturilor măsurilor linia dreaptă și pătratul. El pune la baza ideii sale trei tabele, ca materiale didactice ce conțin aceste elemente și figurile incluse în cele mai diverse combinații (Anexa VI). O anumită sistematizare a făcut Diesterweg [46, 47], însă cel mai reușit a dezvoltat ideile lui Pestalozzi Herbart, care deja în 1802 declară că „*la Pestalozzi nu era nici o sistemă*”, că multe din cele propuse de el ar trebui expuse în alt mod. După Herbart „*punctele simple sânt pur și simplu nimic...*” Cu toate că linia dreaptă este destul de importantă pentru măsurări, dar forma aici încă nu este, „*cele mai adevărate elemente ale oricărei figuri sânt triunghiurile*”. Și aceste construcții teoretice ale lui Herbart, care așa și nu au fost aplicate în practică cu elemente sub formă de triunghiuri, împovărează și derutează memoria elevului, „*cerând de la el aproape imposibilul*” [139, p. 85].

Pătrunsă de ideile filozofiei germane, metodologia predării geometriei a avut o cale anevoioasă, fără sens și fără legătură cu viața. Această situație a fost depășită doar spre sfârșitul secolului al XIX-lea. Totuși ideea intuiției lui Pestalozzi a căpătat o răspândire în toată lumea, mai ales către sfârșitul secolului al XIX-lea, inclusiv și în țările române [4]. Totodată, ele s-au

dezvoltat destul de eficient în Austria, Franța, Rusia și au avut un larg ecou asupra școlii române din principate și a celei din Basarabia. Metoda intuiției a fost pe larg practică în școala română și aceste idei continuă să se dezvolte și la momentul actual [1, 3]. La baza studierii geometriei și a metodelor ei de predare se iau nu doar demonstrațiile logice, ci și intuiția, perceperea senzorială și inducția. Aceste idei încep a pătrunde din școala primară în cea secundară. Ideile transformărilor geometrice la Euclid așa și nu funcționează practic. Către sfârșitul secolului XIX Mebius [25], Treitlein, Moler introduc în predarea geometriei mișcarea ca transformare geometrică [104] și în special: rotațiile în jurul unui punct și ale unei axe, translațiile paralele, asemănarea și omotetia. În același timp în Franța D’Alambert, Bezout, Lejandre, Lacroua aplică frecvent mișcarea. În special spre începutul secolului al XX-lea se evidențiază manualele lui Rouché și Adamare, care au avut o influență covârșitoare asupra manualelor lui Kiseliiov și ale altor metodiști [128] și au avut o înrâurire enormă asupra dezvoltării predării geometriei de mai departe, evaluând așa mișcări ca *simetriile, rotația, omotetia și asemănarea, inversia și extinderea, translarea paralelă*.

Metodologia predării geometriei române s-a inspirat și, în bună parte, a copiat-o pe cea franceză, în legătură cu reforma școlară, elaborată după modelul francez. În geometrie a fost introdusă ideea de sistem de coordonate și mișcare [104, p.70]. Astfel Melic îl copiază în multe pe Borell, prin ce și este original manualul său.

Către începutul secolului al XX-lea profesorii de matematică li se recomanda, după posibilități, să refuze la abstractizare și teoretizare, să se dea atenție mai mult la aplicările în practică și să se bazeze în predare mai mult pe raționamente, decât pe memoria elevilor [94].

De aici apare problema fundamentală a tehnologiei instruirii geometriei:

- demonstrarea elevilor că conținutul fundamental concret al acestui curs îl constituie diferite figuri geometrice, care se pot obține din așa reprezentări geometrice fundamentale simple ca: *puncte, linii și plane* ca rezultat al combinării lor variate;
- a atrage elevii la crearea de sine stătător a figurilor geometrice, combinând cele cunoscute într-o anumită ordine logică;
- a evidenția aplicarea în practica vieții cotidiene a cunoștințelor teoretice;
- a arăta elevilor și a-i convinge că studierea fiecărei figuri geometrice noi, după cum și a întregului curs de geometrie, se face după un plan anumit și că aceste poziții, în corespundere cu studierea figurilor din ce în ce mai complicate, se modifică, iar complicitatea sau complexitatea lor sporește, însă în toate aceste aspecte există unele întrebări comune ca: existența figurii date, definirea ei, proprietățile și aplicarea lor;
- în studierea noțiunilor geometrice trebuie să ne bazăm pe metoda genetico-istorică de

constituire a lor; noțiunile geometrice să se completeze cu material istoric concret, clar și captivant; să nu fie însușite în mod mecanic;

- conținutul și structura logică a cursului de geometrie, care constă din așa elemente ca definițiile, axiomele și teoremele cu demonstrațiile lor (uneori unele demonstrații pot fi omise) trebuie explicate consecutiv.

Una din ideile principale ale construirii acestui curs vizează ideea dependenței funcționale, ideea despre mișcare care prin secolul XVI-XVII a pătruns în matematică și a dat naștere noțiunii de funcție, iar în geometrie – de transformare geometrică [141]. Desigur elevii trebuie să înțeleagă că în geometrie sensul de mișcare diferă de cel mecanic. În geometrie mișcarea se cercetează fără a evidenția timpul: se ține cont numai de pozițiile inițiale și cele finale. Este o transformare a figurii date în altă figură, congruentă cu ea, în baza cărui fapt între punctele ambelor figuri se determină o aplicație reciproc univocă [130].

Ideea mișcării în procesul studierii geometriei uneori apare în mod nedeslușit, neclar, nu are o largă aplicare, începând chiar cu primele lecții. Astfel, spre exemplu, demonstrarea congruenței celor mai simple figuri geometrice – a segmentelor, unghiurilor, triunghiurilor – se face cu ajutorul suprapunerii, iar acest procedeu nu este altceva decât o mișcare în plan a unei figuri din cele ce se compară până la suprapunerea ei pe altă figură. Demonstrarea congruenței figurilor simetrice se efectuează prin îndoirea desenului (la simetria axială) sau rotația în planul desenului în jurul unui punct (la simetria centrală) etc. [104]

Sarcina metodicii constă în a-i deprinde pe elevi să recunoască, să evidențieze anumite momente separate de dependență funcțională și să poată din timp determina caracterul posibil al schimbării unui oarecare element al figurii în dependență de schimbarea altor elemente ale ei.

„Programa de la Meran”, acceptată în 1905, a devenit crezul principal al reformei matematicii școlare. Klein și adepții lui considerau că metodologia predării-învățării geometriei trebuie să fie intuitivă, iar pentru aceasta trebuie să apelăm la metoda „*genetico-istorică*” de predare – în locul metodei deductive, ce domina peste tot. Se considera că predarea trebuie începută de la imagini intuitive, folosind exemple din cotidian cu repere istorice, și numai după aceasta să introducem activitatea elevului în sfera ideilor abstracte. Elementul logic trebuie să capete o aprofundare aplicativă, practică în cotidian, în mod ierarhic, de la clasă la clasă, în corespundere cu dezvoltarea mintală a copiilor [108-111].

Aceste idei erau puse la baza programelor analitice de geometrie în Germania, Franța, România. În Rusia ele erau discutate la ranguri înalte, la forurile cele mai mari, la Congreșele pedagogilor de matematică, însă așa și nu s-au realizat până în 1920.

2.1.3. Metodologia predării-învăţării algebrei

Algebra, ca disciplină şcolară, s-a afirmat începând cu mijlocul secolului al XVII-lea [34, 147]. Perioada evoluţiei algebrei din antichitate până către secolul al XVII-lea când s-au elaborat metode de rezolvare a ecuaţiilor şi în fond a fost finalizată structura algebrei simbolice – se numeşte preistoria algebrei. Ca obiect şcolar algebra s-a constituit în special în ultimele patru secole, perfecţionându-şi permanent conţinutul [153]. Problemele primordiale ale algebrei secolului XVII-XVIII au constituit transformarea expresiilor literale, rezolvarea ecuaţiilor şi diverse transformări identice.

În secolul XVIII-XIX algebra se ocupă deja de studiul polinoamelor. Problema fundamentală a algebrei şcolare devine soluţionarea ecuaţiilor de o singură necunoscută. Paralel cu constituirea metodelor de soluţionare strict precisă a ecuaţiilor, se elaborează şi metode aproximative, destul de eficiente.

Dacă în domeniul predării aritmeticii în majoritatea ţărilor din lume s-au scris lucrări valoroase, atunci în domeniul predării algebrei peste tot domina o lipsă metodică. Aceasta se datora faptului că algebra ca disciplină mult mai abstractă decât celelalte compartimente ale matematicii s-a aflat mult timp în dependenţă de tendinţele formal-scolastice, dominante în organele de conducere ale şcolilor, ceea ce era o reflectare a politicii bisericii şi a guvernelor reacţionare, care nu recunoşteau rostul matematicii teoretice, unul din obiectele de studiu al căreia era algebra [139].

Comitetele metodice de prin aparatul birocratic ce dirija învăţământul matematic şcolar, alcătuite, de obicei, din cei mai reacţionari reprezentanţi ai curenţilor pedagogice ale timpului, se străduiau să impună formule cât mai complicate, o expunere cât mai anevoioasă şi dificilă, nişte procedee artificiale şi probleme uscate lipsite de orice vlagă a vieţii cotidiene (Anexa VII) [149]. În mod minuţios şi migălos erau scoase din programă orice aplicaţie a matematicii în cotidian. Ca obiectiv al algebrei se iau „*procedee, prin intermediul cărora se poate o expresie algebrică de transformat în alta, identică cu ea*” (desigur, procedee ce nu au nici un efect metodico-instructiv). Algebra de atunci complet ignora funcţiile, până chiar şi ecuaţia cade într-o postură a unui organ rudimentar. Peste tot se practica, cu mare pompă, probleme destul de sofisticate şi complicate (Anexa VII).

În şcolile de grad mai înalt, şi în special în gimnaziile din Basarabia, se făcea abuz de metoda abstract – deductivă în predarea algebrei [149]. Scolastica şi formalismul, mitocela frâneau procesul de predare. Ideile noi nu erau admise în predare. Tot sistemul de predare, în special cel al algebrei, era prevăzut numai pentru dezvoltarea formală intelectuală a elevilor, care era una din cele mai râvnite idealuri ale păturilor reacţionare. Astfel, şcoala nu dădea cunoştinţe

științifice. Ea pregătea oameni neadaptați la condițiile vieții cotidiene [159]. Despre aceasta menționează fostul director al gimnaziului din Chișinău matematicianul K. Ianovski în scurtele sale depeșe: „... *cu excepția unui număr limitat de personalități, majoritatea pedagogilor se mărgineau doar la unicul procedeu de instruire – îi impunea pe elevi să învețe pe de rost temele cuvânt în cuvânt*” [140, p.107].

Aceste tendințe formaliste nu au apărut pe loc gol. Cu mici excepții, ele au fost împrumutate din Europa Occidentală. Prototipul manualelor de algebră erau luate, în majoritatea lor, de la cele franceze (Bezout, Bertran, Lacroua etc.) sau germane (Apelltaufer, Wolff etc.) [145]. Stagnarea și rutina din algebră se motivează, în mare parte prin faptul, că acest obiect nu era legat direct de școlile din popor, care întotdeauna au fost alimentate cu cele mai progresiste și inovatoare idei metodico-pedagogice, deoarece aveau un contingent mult mai democratic de pedagogi, cu o instruire cât mai aproape de interesele vitale ale poporului. În instituțiile de pregătire profesională însă se crea o nouă metodică, în perfecționare continuă, bazată pe ideile progresiste ale lui Comenius, Pestalozzi, Felbiger, Diesterweg, Herbart și legate, în special, de metoda intuitivă. Dar bariera birocratică a celor ce diriguiau conducerea și reformarea învățământului matematic școlar era imposibil de trecut. Nu în zadar, problema introducerii cursului propedeutic de algebră așa și nu a fost soluționată în școlile din Basarabia până în 1920 [139, p.97], ca și în tot Imperiul Rus.

În prima jumătate a secolului al XIX-lea problema predării-învățării algebrei în mod serios nu se punea încă. Mișcarea pentru perfectarea programelor, manualelor și a metodelor de predare începe abia după 1860. Problema apare în legătură cu ridicarea generală a conștiinței sociale, precum și a mișcării pedagogice progresiste din România, Basarabia și Bucovina. Se preconizau următoarele jaloane principiale:

1. Determinarea obiectivelor metodologiei predării-învățării algebrei, conținutului cursului școlar și cerințelor metodice față de manualele de algebră;
2. Discutarea metodelor de trecere de la aritmetică la algebră;
3. Includerea în cursurile de algebră a noțiunii de *funcție*;
4. Îmbunătățirea conținutului problemelor la algebră.

Se concep o serie de manuale care au adus cu sine simbolismul, operațiile cu polinoame, rezolvarea ecuațiilor, elemente de noțiune de *funcție* (Anexa VII).

În această privință nu se poate spune că nimic nu s-a publicat. Atât în țările române, cât și în Rusia, au apărut în anii 1841-1855 un șir de manuale, ca cele ale lui Abramescu, Pavlid și Poienaru; ale lui Bahrov [98], Markov, Simașco, Tihomandrițki și Șceglov, care erau, în bună parte, bazate pe algebrele franceze și cele germane. Apare și o preocupare serioasă și sistematizată de scriere a manualelor autohtone. În România, de exemplu, apar manualele ale lui Abramescu, Asachi, Bocaloglu, Haret, Manu.

Tot în această perioadă este concepută ideea cursului propedeutic de algebră, menirea căruia era de a pregăti elevii pentru o înțelegere cât mai clară și profundă a materiei de studiu din cursul sistematic de algebră. În 1876 apare „Metodica cursului pregătitor de algebră” [125] de Evtușevski și Glazîrin, însă acest curs așa și nu a fost recunoscut și nici acceptat până prin anii 20 ai secolului XX.

Abia în anii 1890 începe să se discute mai larg ideea introducerii în școală a noțiunii de *funcție*. Primele idei apar în manualele scrise de Ermakov [126] și de Bilibin în Rusia, de Tanco în Transilvania de Manicatide, Ciulian, Cosăiescu, Aslan, Cupcea, Mocnic în România. Pentru prima oară se aude o voce a unui metodist împotriva teoriei dogmatice. Metodistul rus Ermakov subliniază în [126] că la momentul actual lui, adică în anul 1890, „*matematica în dezvoltarea sa superioară s-a îndepărtat de practica vieții cotidiene și de științele aplicate*”. El cere ca teoria să fie redusă la minimum, iar manualele să fie cât mai concise. Totodată el subliniază că „... *eu sânt un adversar mare al manualelor de o impunătoare greutate a autorilor germani*”, „... *dând alte definiții și condiții, noi am putea primi multe despărțituri a matematicii într-o formă nouă, complet diferită de cea actuală... E necesar ca teoria algebrei să fie redusă la cea mai posibilă prescurtare și simplitate*” (Anexa VII).

Noțiunea de *funcție* și studiul ei în algebră este concepută ca o inițiere valoroasă către sfârșitul secolului al XIX-lea. În România această inițiere este legată de numele ministrului Spiru Haret, care a implementat în practică proiectul de reformă matematică școlară din Franța. Conform reformei din 1898 algebra elementară se studia din clasa a 4-a a gimnaziului, iar din clasa a 6-a – algebra superioară [104, p.40]. Predarea era construită pe baza metodei concret-inductive. Teoria se reducea, într-o oarecare măsură, la un curs introductiv sau la lămuriri pe exemple concrete practice. Apoi, succesiv și cu mare prudență, se permitea-i cunoaște pe elevi cu noțiuni mult mai ample și abstracte, lămurind pe baza exemplelor necesitatea definițiilor precise și a raționamentelor strict logice.

În Basarabia ideea introducerii noțiunii de *funcție* a apărut în urma mișcării pedagogilor matematicieni ruși, influențați de reforma școlară internațională dirijată de Comisia Internațională pentru perfectarea matematicii școlare, care s-a realizat prin manualele lui Bilibin, Lebedințev, Kiseliov, Șapoșnikov. În Rusia s-a resimțit oarecum influența reformei franceze și anume a manualului lui Borel. În special introducerea noțiunii de *dependență funcțională* este indisolubil legată de numele metodistului matematician rus Șeremetevski, care a conceput o nouă etapă în dezvoltarea metodologiei predării-învățării algebrei. El a definit, la modul general, matematica drept o știință despre *funcții*. Acest metodist a susținut o mare polemică în periodicele pedagogice și de specialitate referitor la tema abordată, arătând cât de arhaică și înapoiată este baza cursului de matematică din ciclul mediu al învățământului din Rusia și mai ales cât de tare sânt înstrăinați

elevii de știința matematica și de practica vieții cotidiene. Această idee a fost susținută cu succes de metodistul K. Lebedințev, ale cărui manuale și îndrumări metodice sânt valoroase și astăzi. Lebedințev a expus ideea ca în cursul de algebră trebuie să fie incluse: ideea mărimii variabile, noțiunea de funcție, studierea procesului schimbării funcțiilor elementare și metoda grafică de reprezentare a dependenței funcționale.

Astfel apare o literatură metodică sistematizată și accesibil organizată la algebră, diferită de cea din Europa Occidentală (Anexa VII), care s-a realizat mai apoi în diferite metodici [2].

2.1.4. Metodologia predării-învățării trigonometriei

Trigonometria, ca disciplină școlară, căpătă o structură bine încheată în secolul al XVIII-lea, cu toate că unele idei separate ale ei au referiri la timpurile din antichitate.

În urma cercetării efectuate, se poate afirma că pe tot parcursul primei jumătăți a secolului al XVIII-lea cursul școlar de trigonometrie purta un caracter absolut aplicativ. Cauzele erau diferite: stabilirea hotarelor între moșii, ridicarea de planuri etc. Trigonometria era privită doar, ca un îndrumar la soluționarea problemelor practice, care se reduceau la rezolvarea triunghiurilor cu ajutorul tabelelor „simple”, adică a tabelelor valorilor naturale ale funcțiilor trigonometrice și cu ajutorul logaritmilor [7]. Referințele generale de caracter teoretic în toate aceste opere erau superficiale, sumare, sărac expuse și de aceea nu prea erau înțelese de elevi [139]. Elevii, anume din acest motiv, erau nevoiți de a învăța pe de rost materia de studiu, regulile și deseori chiar și rezolvarea completă a problemei; fără a înțelege esența logică a problemei, fără a intra adânc în sensul ei.

La Academia Domnească din Iași în programa epistemiilor figura și trigonometria predată de N. Cercel, N. Theotochis după lucrările matematice ale lui Christian Wolff. Se studia doar trigonometria plană. De la Theotochis a rămas un manuscris în grecește [7]. Manuscrisul conține elemente de trigonometrie și secțiuni conice (1.3).

În 1813 G. Asachi deschide la Iași cursurile de ingineri hotarnici. Este una din primele încercări de studiere înaltă a matematicii pure în Moldova. Trigonometria la Asachi se studia în cursurile de geometrie și de geodezie practică [33]. Un astfel de curs aparține marelui iluminist nu a predat și, ca urmare, cursul de trigonometrie nici nu a putut să apară separat. În [12, p.22-41] autorul expune metodică de studiere a mărimilor unghiurilor, măsurarea lor, împărțirea „*circumprejurimei*” în grade, expune metodică folosirii echerului, raportorului și *grafimetrului* (planșetă topografică) grafometru. La p. 80-108 autorul demonstrează cazurile de „*ekvalitate*” a triunghiurilor, la p.122-156 expune rezolvarea triunghiurilor dreptunghice, măsurarea înălțimilor și a „*depărtărilor neapropiitoare*”, iar la p. 156-192 arată metoda ridicării planelor, terenurilor

etc. Compartimentul trigonometria este expus clar, concis și impecabil din punct de vedere metodic.

Un manual bine conceput metodic se consideră „Trigonometria”, scrisă de S. Haret, fiind încă licean. Este curios că manualul a fost bine gândit metodic și satisfăcea necesitățile aceluia timp. Ulterior apar manualele scrise de Constantinescu, Dumitrescu, Ciulian. Toate aceste manuale aveau aproximativ aceeași structură: trigonometria plană și sferică și aplicațiile lor practice. În urma reformei școlare, în special în domeniul matematicii, efectuată în 1898 în România, trigonometria drept liniară și sferică se studia în clasele a 6-a și a 7-a.

Un pas esențial în evoluția metodologiei predării-învățării în metodică rusă o face academicianul M. Ostrogorsky în 1851. Metodic el definește funcțiile trigonometrice ca raport al laturilor triunghiului dreptunghic cu generalizarea de mai departe a lor asupra unghiurilor circulare de o mărime arbitrară. Ostrogorsky propune pentru prima oară ideea cursului propedeutic de trigonometrie [185].

Cursul de trigonometrie care se studia în gimnaziile de atunci avea un caracter practic bine conturat, ceea ce impunea o anumită direcție în predarea acestui curs. În fața metodiștilor și pedagogilor se pune un obiectiv concret – rezolvarea triunghiurilor [139, p.115].

În dezvoltarea de mai departe a metodologiei predării-învățării trigonometriei în școlile din Rusia, inclusiv cele din Basarabia, a avut ca ecou activitatea metodică a metodistului A. Stranoliubski. În literatura sa metodică Stranoliubski menționa trei direcții în studierea trigonometriei: 1) Rezolvarea triunghiurilor (această direcție este bine sistematizată în manualul); 2) Teoria funcțiilor trigonometrice circulare și aplicațiile lor în rezolvarea triunghiurilor (aici Stranoliubski îl indică ca lider metodist pe Șapoșnikov; 3) O direcție nouă metodistul Stranoliubski propune ca medie dintre primele două pe care pretinde a le uni într-un curs nou, unic (ca reprezentant indică ultima ediție din 1886 a manualului lui Simașco). Metodistul Stranoliubski propune să se studieze teoria funcțiilor trigonometrice de unghi circular cu aplicații la rezolvarea triunghiurilor, dar să nu ne limităm la rezolvarea lor și a aplicațiilor trigonometriei la rezolvarea problemelor practice de geodezie, pe care el le consideră neobligatorii. Prima parte a fost considerată ca o hotărâre progresistă, însă a doua a izolat trigonometria de la aplicațiile ei.

Abia în 1906, sub influența necesităților obiective și a cerințelor sociale programa trigonometriei se modifică, mai ales, în școlile reale. Trigonometria a fost divizată în două concentrate [160]. Primul centru (clasa a 6-a) conținea materia de studiu, necesară pentru rezolvarea triunghiurilor dreptunghice și scalene cu ajutorul tabelelor logaritmice a mărimilor funcțiilor trigonometrice. Al doilea centru (clasa a 7-a) – dădea teoria funcțiilor trigonometrice (inclusiv noțiunea de funcție trigonometrică inversă), ecuațiile și inecuațiile

trigonometrice, noțiuni de cunoștințe necesare pentru calculele aproximative ale funcțiilor trigonometrice.

La începutul secolului al XX-lea apar noi manuale, care aduc cu sine idei proaspete, noi. În expunerea cursului, se evidențiază unele informații istorice referitoare la dezvoltarea ideilor novatoare de predare-învățare a trigonometriei. Manualele care apar deja respectă elaborarea unui curs propedeutic și, ca rezultat, se regroupează problematica definiției funcțiilor trigonometrice. La prima etapă metodică se introduc noțiunile prin definiție ale *sinusului*, *cosinusului* și *tangentei* prin laturile triunghiului dreptunghic. La trecerea soluționării problemelor legate de triunghiurile scalene aceste definiții se generalizează și se face o referire nouă a definițiilor funcțiilor trigonometrice cu ajutorul proiecțiilor. La cercetarea anumitor cazuri de soluționare a triunghiurilor dreptunghice se indică o metodă generală de rezolvare – alcătuire a ecuațiilor, ce leagă elementele de bază ale triunghiului cu cele suplimentare [160]. O expunere detaliată și minuțioasă a întrebării despre soluționarea triunghiurilor, un șir de aplicații dau noțiunea de ridicarea unui plan topografic, măsurarea înălțimilor, triangulația (metodă de determinare a poziției unor puncte prin construirea pe teren a unui sistem de triunghiuri adiacente (uneori i se mai spune ridicarea topografică)). În partea a doua a trigonometriei, care se mai numea „*funcții goniometrice*”, se introduce noțiunea de *vectori*, detaliat se cercetează alcătuirea tabelelor funcțiilor trigonometrice. În unele manuale ca cele scrise de N. Râbkin, Șidlovski este expusă teoria funcțiilor trigonometrice inverse, compartimentul „Ecuatii trigonometrice”, se dă o lămurire minuțioasă a problemelor legate de alcătuirea și cercetarea ecuațiilor. Ca rezultat, trigonometria școlară capătă o importanță nu numai teoretică ci și practică, în contrapondere cu expunerea pur formală a cursului de trigonometrie din școala de la sfârșitul secolului al XIX-lea.

Metodologia predării trigonometriei în gimnaziu și în școlile reale din acel timp capătă o nouă orientare, teoretic mult mai logic argumentată și orientată spre o largă aplicare practică. Această realizare s-a produs după anii 20 ai secolului al XX-lea, ceea ce poate fi confirmat prin.

Către anii 20 ai secolului al XX-lea cursul sistematic de trigonometrie avea următorul conținut: a) primul centru era dedicat rezolvării triunghiurilor dreptunghice cu aplicarea lor la soluționarea diferitelor probleme din geometrie și fizică; b) în centrul al doilea atât caracterul de construire a cursului cât și forma de predare-învățare se schimbă substanțial: se studiază goniometria pe baza primului centru, apoi se aplică extinderea asupra unghiurilor până la 180° , 360° și mai departe; studierea funcțiilor trigonometrice în mod analog, ca și funcțiile exponențiale și logaritmice în algebră; se introducea în tehnica de calcul tabelele valorilor aproximative de funcțiilor trigonometrice, bazate pe teoria logaritmilor (caracteristică, mantisă); în rezolvarea triunghiurilor scalene se aplicau teoremele sinusurilor, cosinusurilor și tangentelor;

în final se trece la o totalizare a metodelor de rezolvare a ecuațiilor trigonometrice și utilizarea acestor cunoștințe la soluționarea problemelor legate de aplicarea trigonometriei în practică.

Inițierea cursului propedeutic de trigonometrie a fost un pas valoros în simplificarea și facilitarea studierii multor teme nu numai în trigonometrie, ci și în geometrie. Din asemănarea triunghiurilor se definea noțiunile de „sinus”, „cosinus” și „tangenta”; se pot generaliza multe teoreme din geometrie (pătratul laturii triunghiurilor, segmente proporționale în triunghi și cerc etc.). Soluționarea multor probleme capătă o formă mult mai accesibilă și elegantă [139, p.120].

Cu toate că în secolul al XIX-lea și începutul secolului al XX-lea nu s-a elaborat nici o metodică de predare a trigonometriei [139, p.121], destinată exclusiv acestui obiect, totuși se pot evidenția aici operele metodice: [80] de Semirevici, [81] de Stamatescu. În aceste opere, pe lângă referințele metodice la diferite despărțituri din matematică au și unele referiri la trigonometrie, însă sumare. Metodologia predării trigonometriei este reflectată mai amplu în literatura metodică rusă, care de la problema îngustă de soluționare a triunghiurilor (Fuss, Simașco ș.a.), de la începutul secolului al XIX-lea au făcut o trecere calitativă către secolul al XX-lea la o studiere detaliată a funcțiilor trigonometrice (Mrocek, Bilibin etc.). Se poate spune că anume în aceste timpuri s-a pus baza metodicii predării trigonometriei, care a avut o amplă dezvoltare mai târziu [2, 103, 160].

2.1.5. Metodologia predării-învățării elementelor de matematică superioară

În istoria matematicii putem evidenția două perioade de dezvoltare: a matematicii elementare și a celei moderne. Bariera de la care începe perioada nouă – a matematicii superioare, se consideră secolul al XVII-lea – secolul în care a apărut analiza matematică [138].

Aparatul calculului diferențial și integral, care alcătuiește fundamentele analizei matematice este, de fapt, fundamentul matematic științific comun de cercetare și studiere a științelor naturale moderne [62].

Cu apariția analizei matematice, au devenit mai accesibile studierea și reflectarea proceselor ce se desfășoară în lumea reală [170]. În matematică au fost introduse mărimile variabile și mișcarea, astfel analiza matematică, precum și alte compartimente, matematica superioară demonstrează că matematica este produsul minții omenești. Noțiunile ei fundamentale au apărut pentru a răspunde la întrebări și a oferi instrumente de lucru, care, desigur, pot fi perfecționate pe parcursul practicării lor [25]. Conceptele acestor noțiuni, după cum se studiază astăzi, pe parcursul procesului predării-învățări sânt: numerele reale; operații cu funcții, șiruri, progresii, limite, limite de funcții; studiul noțiunilor de *continuitate*, *derivată*, *integrală* etc. Se

operează cu ele mai ales în sensul aplicării practice [171]. Trebuie subliniat că această aranjare de conținut a materiei de studiu în matematica superioară este diferită de constituirea lor genetico-istorică, de căile sinuoase ale apariției lor pline de cotituri diverse, dar cu vădite rezerve [185]. Discordanța aceasta explică de ce anume este necesară o permanentă regândire și reasezare a conceptelor de bază, de ce sânt necesare unele eforturi metodice pentru găsirea celor mai bune modalități de a corela tradiția cu pătrunderea noului, adică de a folosi metoda genetico-istorică de studiere a noțiunilor matematice.

Problema despre introducerea elementelor de matematică superioară în cursul școlar a apărut relativ demult [170]. Bazele matematicii superioare erau incluse în programa gimnaziilor rusești conform statutului din 1804, al Academiei Domnești din Iași (1760) într-o formă sumară. Ulterior sfera de aplicare s-a extins (Anexa VIII).

În Moldova, conform Regulamentului instrucțiunii publice din 1832, predarea-învățarea matematicii superioare începea în clasele complementare și se finaliza cu cursurile speciale care activau pe lângă Academia Mihăileană din Iași. O atenție deosebită se acorda geometriei analitice, unde au profesat T. Stamati, A. Velini, A. Costinescu, N. Abramescu. Ultimul este numit și primul profesor de geometrie analitică și descriptivă în Moldova. Desigur, acest curs era sumar. Toți acești profesori s-au folosit, în special, de manualul lui Friederic Kries – „*Manual de matematică pură*” (Iena, 1831). Manualul cuprindea noțiuni de geometrie analitică în plan și conicele. Din 1835 învățământul matematic din Iași este de talie europeană [7, p.159].

În 1851 în Moldova se adoptă legea Așezământului moldovenesc care preciza printre altele, și învățământul înaltelor științe, ce se predau la trei facultăți. La facultatea științelor exacte care includeau matematicile și fizica se predau matematica înaltă, geometria. Cărțile necesare erau traduse după cele din Rusia, din această cauză referirile la sursele în rusă în cercetarea noastră prevalează. Principalele discipline erau considerate analiza matematică, geometria descriptivă, geometria sferică și analitică [7, p.166].

Anii 1890-1910 au remarcat în metodologia învățământului matematic superior esențiale schimbări. În această perioadă interesele burgheziei, care se întărea din ce în ce mai tare pe pozițiile sale, insistau să avem specialiști bine instruiți în industrie, de o competență de orientare reală, precum și un aparat birocratic corespunzător competent și bine instruit. Se cereau schimbări și noi orientări în învățământul matematic. O largă dezvoltare au căpătat școlile reale, care pregăteau tineri instruiți în spirit real pentru industrie. În 1905, sub presiunea mișcărilor revoluționare și a tendințelor reformatoare mondiale a matematicii școlare, guvernele recurg la concesi și elaborează o nouă politică privind la ciclul real de instruire. Programa la matematică pentru școlile reale elaborată în 1905, introducea în clasa 7 (suplimentară) un curs de analiză ce conținea elementele de calcul integral și diferențial și fundamentele geometriei analitice. Școlile

reale au funcționat conform acestor programe până în anii 20 ai secolului al XX-lea. Una din liniile principale în metodologia predării-învățării matematicii superioare era ideea dependenței funcționale. În licee aceste programe n-au fost aplicate pe parcursul perioadei cercetate.

Ceva mai devreme decât în Rusia această reformă școlară a fost preconizată în Franța care a și realizat-o în 1902. Dar și mai înainte, România a realizat acest program francez datorită activității Ministrului Învățământului Public – Spiru Haret, care era destul de bine cunoscut cu organizarea învățământului din Franța și, folosindu-se de superioritatea sa în postura statului, a efectuat reforma franceză în realitatea română cu patru ani înaintea francezilor.

Programele noi la matematică din Franța și România înlăturau supraîncărcarea unor licee (reale, semiclasice) de materia de studiu a elementelor de matematică superioară, ce domina pe atunci toată Europa. Astfel, s-a stabilit o ordine de studiere a matematicii superioare cu manuale respective (Anexa VIII).

O caracteristică generală a tuturor manualelor și prelucrărilor metodice din perioada anilor 20 de la începutul secolului al XX-lea (Anexa VIII) este împletirea într-un proces de simbioză a ideilor elementelor de matematică superioară și matematică elementară. Studiarea lor permite a determina următoarele etape ale acestui proces:

1. ideea variațiilor mărimilor se introduc chiar la începutul cursului de matematică; se cercetează valorile numerice ale expresiilor algebrice în raport de valorile numerice ale literelor din componența lor;
2. axa numerică se introduce în legătură cu studierea numerelor pozitive și negative;
3. definiția funcției este bazată pe ideea de corespondență și dependență între mărimi;
4. sistemul de coordonate este introdus în legătură cu construirea graficelor funcțiilor elementare: liniară, pătratică;
5. în unele culegeri erau introduse elemente de geometrie analitică (ecuația dreptei și a curbelor de ordinul doi);
6. studierea funcțiilor liniare se integra cu studierea ecuațiilor liniare, a funcției pătratice, cu studierea ecuațiilor pătratice;
7. graficele erau folosite pentru tălmăcirea soluționării problemelor geometrice, după cum și ca metodă de soluționare a ecuațiilor și sistemelor de ecuații;
8. limitele și continuitatea funcțiilor se studia concomitent;
9. aproape în toate lucrările studiul funcțiilor se termină cu introducerea noțiunii de *derivată* și aplicarea ei la cercetarea funcțiilor;
10. în unele lucrări se introduce noțiunea de *integrală* și aplicarea ei la calcularea ariilor figurilor plane și a volumelor corpurilor de rotație;
11. un număr restrâns de lucrări conțineau elemente de teorie a probabilităților.

În perioada cercetată mulți pedagogi de vază vedeau cât e de nemărginită sfera aplicării matematice superioare. Până chiar nu demult se considera că matematica superioară poate fi aplicată doar în științele exacte: mecanica, astronomia etc. În ceea ce privește științele economice, biologia, medicina etc. matematica superioară se aplica doar episodic. În ultima vreme însă aceste păreri s-au schimbat radical și, desigur, în favoarea matematicii superioare [62]. De aici apare concluzia: matematica superioară este necesară în toate domeniile sferei activității omenești, având ca pietre fundamentale numărul real și funcțiile reale, formate progresiv în conștiința elevilor încă din primii ani de școală.

În cartea [142] K. Lebedințev face o totalizare a lucrului său în comisia de pregătire a proiectului de reformă a programelor analitice la matematică, care așa și nu au fost implementate în practică până în anii 20 ai secolului XX-lea. Pe parcursul anilor de activitate marele metodist expune teoria sa concret-inductivă de studiere a matematicii în paralel cu metoda expusă de metodistul S. Șohor-Troțki care a fost numită „Metoda problemelor cu rost” (4).

În special autorul pune accentul pe metoda concret-inductivă, bazată pe datele psihologiei moderne și ale didacticii experimentale, care, consideră el, este un bun garant în opera de instruire eficientă în domeniul învățământului matematic. Autorul face o paralelă între metodele concret-inductivă și abstract-deductivă. Comparându-le autorul, arată că prima e construită pe trecerea de la lucruri reale, pe care elevii le sesizează prin observație în mod direct, la raționamente și concluzii concrete și induce prin sine necesitatea de a construi toată studierea matematicii pe o legătură indisolubilă dintre cunoștințe și viață și de a vedea în matematică mai întâi de toate, nu o „gimnastică a minții”, ci o armă perfectă pentru cunoașterea lumii înconjurătoare, pentru studierea dependenței funcționale dintre mărimi, ce le urmărim și le observăm în această lume. Matematica studiată pe baza metodei concret-inductive posedă un limbaj simbolic, concret, bazat pe realitate, prin intermediul căruia noi putem, de a exprima legile naturii, raporturile funcționale ale lucrurilor contemplate de noi cât mai simplu, concis și precis, iar asimilând aceste cunoștințe noi aplicăm legile corespunzătoare la soluționarea celor mai diverse probleme din știință și practica cotidiană. Matematica, în acest fel, nu mai este acel lanț important autonom, independent de concluzii logice. Studierea ei se finisează printr-un șir de aplicații la științele naturii, fizică, tehnică, geografie, științe sociale. Cunoașterea acestor aplicații ajută elevilor să estimeze acea importanță enormă pe care l-a jucat și-l joacă matematica în viața culturală a omului, acel loc pe care ea îl ocupă în tehnica modernă în lupta omului cu natura [141, p.38]. Desigur, Lebedințev recunoaște rolul metodei abstract-deductive, dar cere ca ea să fie aplicată cât mai rar și doar în clasele superioare. Lucrările lui K. Lebedințev au stat la baza operelor metodice create mai târziu și sânt valabile și astăzi.

2.2. Principiile didactice aplicate în învățământul matematic

Cercetarea procesului de instruire în Moldova (secolul XV – începutul secolului XX) ne dă un tablou general al acestui complicat proces. Faptul ne convinge că procesul de învățământ nu a fost conceput ca o simplă transmitere de cunoștințe pe care le posedă învățătorul. Pe tot parcursul cercetării sânt determinate forțele motrice ale procesului de învățământ și condițiile lor de manifestare de extindere. Conținutul învățământului din cantitativ se transforma calitativ într-un bun individual al fiecărui elev aparte și un bun comun al societății (Anexa IX).

Cunoștințele pedagogice referitoare la procesul de instruire, la părțile lui componente, logica și forțele interioare ale mișcării au evoluat pe tot parcursul cercetării, încât ele au devenit către începutul secolului XX necesare și utile pentru activitatea practica a învățătorului, adică încadrate în interesele și logica acestei activități.

Obiectivul cercetării rezidă în faptul că pe baza cunoștințelor despre dezvoltarea obiectivă a procesului de predare-învățare, posedate de pedagogii înaintași, pot fi evidențiate principiile și legitățile de învățământ din Moldova. Astfel poate fi clarificată și problema despre fondarea științifică și temeinicia a metodologiei învățământului matematic în Moldova.

Principiul (de la latinescul – bază, „început”, – regulă, teză fundamentală, cerință de bază față de activitate, purtare etc.) e definit de una din cerințele de bază față de procesul de instruire, care decurge în baza legităților organizării lui eficiente. *Principii ale instruirii* (principiile didactice) vom numi, în cercetarea noastră „un anumit sistem de cerințe didactice fundamentale față de procesul de instruire, a cărora realizare asigură eficiența lui necesară”.

Principii ale învățământului ce au fost înregistrate pe parcursul cercetării reprezintă niște stări, poziții, începuturi, ce determinau activitatea profesorului și caracterul activității cognitive a elevilor în procesul de predare-învățare. Necunoașterea acestor principii sau aplicarea lor necompetentă întotdeauna au frânat accesibilitatea și eficiența procesului de predare-învățare-evaluare, a stagnat procesul de însușire a cunoștințelor, de formare a calităților necesare pentru activitatea cotidiană a elevului [99].

Procesul de instruire și educație din Moldova s-a bazat pe legitățile, normele generale care s-au creat tradițional și au apărut în condițiile social economice ale acelei societăți în care activa școala dată. În pedagogie ca și în metodică predării matematicii, astfel de reguli, norme inițiale au căpătat denumirea de *principii didactice*. În Moldova s-au aplicat aceleași principii, ca și în toată Europa (Anexa IX).

Tratatele de didactică tradițională, inserate în cercetarea noastră [13, 31, 41, 66, 68, 105] definesc următoarele principii didactice: *principiul sistematizării*, *principiul legăturii dintre teorie și practică*, *principiul intuiției*, *principiul însușirii conștiente și active a cunoștințelor de*

către elevi , principiul accesibilității, principiul temeiniciei rezultatelor învățământului etc. Ele au fost practicate în conformitate cu cele elaborate de I. A. Comenius [39] (Anexa IX).

Aceste principii se raportează la diverse criterii. Ele se referă fie la scopurile învățământului, fie la conținutul instruirii, fie la normele de organizare a instruirii sau la unele norme psihologice, la condiții pentru instruire și chiar la teoria cunoașterii [68] (Anexa X).

Ideea esențială, ce reiese din acestea, este că instruirea se supune legilor generale ale naturii și vieții omenesti, denumită „*conformitate a instruirii cu natura*”, respectată în multe privințe de Pestalozzi, Diesterweg etc.

Marele matematician elvețian I. H. Pestalozzi, având la bază teoria lui I. A. Comenius, a fundamentat principiul intuiției, ilustrativității. Acest principiu se studia ca obiect separat în școala română până la sfârșitul secolului XIX [4, 7]. Dacă Comenius privea la materialele ilustrative ca la un mijloc de asimilare a materiei de studiu, atunci Pestalozzi caracteriza intuitivitatea instruirii ca un mijloc de dezvoltare a gândirii logice și sesizare a naturii și mediului ambiant. El a dedus conținutul învățământului din principiul intuiției (1.3.1.). Dacă la Comenius pe lângă principiul intuiției și conformității cu natura, se atrăgea atenție și la accesibilitatea și însușirea conștientă, sistematică, temeinică a cunoștințelor, apoi Pestalozzi mai adaugă *principiul respectării particularităților de vârstă și individuale ale copiilor, al activității libere; a succesiunii riguroase în instruirea matematică*. Teoria principiilor didactice a fost dezvoltată ulterior de matematicianul german A. Diesterweg care a atașat și *principiul conformității educației cu cultura*, precum și *cel al activizării sociale* (1.3.4.).

Un mare aport în elaborarea principiilor didactice le revine cercetărilor marelui pedagog rus K. D. Ușinski [92], care sublinia *accesibilitatea și trăinicia instruirii*, în special în clasele primare, referitoare la limbă și matematică. El a dat o adâncă fundamentare psihologică acestor principii. În arealul român, până la începutul secolului XX, nu avem atestate opere pedagogice valoroase în acest domeniu, doar unele crâmpeie, ca la Roth. Procesul de instruire a decurs, în conformitate cu principiile fundamentale pedagogice ca în toată Europa (Anexa IX, X).

Totalitatea principiilor aplicate dă posibilitatea de a caracteriza procesul de învățământ, toate laturile activității pedagogului din perioada cercetată și a activității cognitive a elevilor într-un ansamblu unic numit procesul de predare-învățare a matematicii în Moldova. Numai o structurare riguroasă a acestor principii poate face ca procesul instructiv-educativ să fie cât mai eficient (Planșa XVI) [99]. Studiarea metodică a modelului instruirii matematicii în ciclul preuniversitar se poate urmări după schema din 1.3.1. Atât principiile în cauză cât și întreaga organizare a procesului de învățământ au favorizat conturarea unei gândiri pedagogice tradiționale europene către începutul secolului XX, afirmate în sistemul învățământului din Moldova.

2.3. Metodele didactice de predare-învățare a matematicii în corespundere cu paradigmele respective ale învățământului matematic

Metodă (grecescul *metodos* – calea spre ceva) înseamnă cale sau un mijloc de realizare a unui scop, o activitate reglementată într-un anumit mod.

Metodă de instruire, împreună cu *procedeul didactic*, ca parte componentă a metodei, vom numi în cercetarea noastră „modul de activitate reglementată și interdependentă a învățătorilor și elevilor”. Metodele de instruire, atestate în învățământul matematic în perioada istorică supusă cercetării noastre, sânt unele dintre cele mai importante componente ale procesului de predare-învățare a matematicii în Moldova. Fără metodele corespunzătoare ale activității pedagogice, este imposibil să realizăm obiectivele procesului de predare-învățare-evaluare, să obținem însușirea eficientă de către elevi a unui anumit volum de cunoaștere matematică din conținutul materiei de studiu la matematică.

Se știe, că Pestalozzi e considerat fondatorul metodicii învățământului elementar și, îndeosebi, al metodicii predării aritmeticii (metoda intuiției). După Pestalozzi considerabil au dezvoltat teoria instruirii matematice Diesterweg, Herbart ș.a., care au arătat varietatea metodelor și importanța aplicării lor corecte [52, 116].

Prin *metode de învățământ* vom subînțelege metodele prin care elevii, sub conducerea profesorului, ajung, în procesul de învățământ la dobândirea de cunoștințe, la formarea priceperilor și deprinderilor corespunzătoare, la dezvoltarea capacităților intelectuale [69]. Cu alte cuvinte, folosirea metodelor de învățământ presupune atât conducerea de către profesor a activității de cunoaștere a elevilor (predarea), cât și căile de confirmare a cunoștințelor matematice obținute, folosite de elevi în această activitate (învățarea), precum și fixarea volumului de cunoștințe acumulate de către elevi (evaluarea).

De-a lungul secolelor s-au acumulat multe materiale de studiu matematic inserate în lucrările matematicienilor de valoare ai timpului respectiv. Astăzi ele, în bună parte, constituie fundamentele matematicii. Prin *fundamentele matematicii* vom înțelege cercetările legate de denumirea și definirea noțiunilor de bază din matematică (număr, cantitate, mulțime, punct, linie, figură, infinit etc.), precum și metodele de descoperire și demonstrare a adevărilor matematice. Preocupări de această natură au existat încă din antichitate la matematicienii din diferite părți ale lumii [179, 185].

Începând cu secolul al XIX-lea, o dată cu crearea mai multor ramuri noi în domeniul matematicilor și cercetarea mai amănunțită a istoriei corespunzătoare, problemele fundamentale ale matematicii au fost revăzute, discutate și expuse prin prisma noilor paradigme matematice în diferite lucrări [26], după cum avem ocazia să relatăm și în paginile acestei teze.

Evoluția metodelor și procedeele de învățământ în teoria și practica instruirii a reprezentat și reprezintă un proces extrem de dinamic, cu repercusiuni importante asupra creșterii eficienței procesului instructiv-educativ. Subscriem clasificarea operațională a metodelor evaluate după I. Ionescu.

Dintre *metodele de transmitere și însușire a cunoștințelor* am selectat aparte cele de *comunicare scrisă și orală*. Ca *metode orale* putem evidenția cele *expozitive*, ca: *explicarea, povestirea, descrierea, informarea, prelegerea școlară*; cele *conversative*, ca: *conversația, discuția, dezbateră, colocviul și problematizarea*. Ca *metode de comunicare scrisă* în perioada cercetată au fost aplicate astfel de metode ca: *lecția dirijată (explicativă), lucrul cu manualul și alte surse informaționale*. Ca *metode de cercetare a realității* pot fi evidențiate cele de cercetare *directă și indirectă*. Dintre metodele de cercetare directă a realității au fost aplicate: *observația, experimentul, abordarea euristică (în plan mintal)*. Dintre *metodele de cercetare indirectă* am selectat: *demonstrația, modelarea*. Metodele bazate pe acțiunea practică le-am specificat ca *metode cu acțiune reală: exercițiul, rezolvările de probleme, algoritmizarea, lucrările practice*.

Metodele mai pot fi clasificate și în: *metode reproductivă, active, aplicative*.

În perioada vizată au prevalat mai mult metodele reproductivă de instruire [178], cu toate că unii metodiști admiteau și aplicarea a unor metode productive (active) de predare-învățare a matematicii [13, 105, 182, 183].

Metodele aplicative au pătruns în activitatea practică cotidiană a oamenilor în măsura în care aproape nici un domeniu nu poate exista fără a aplica matematica sau măcar cele mai elementare procedee de calcul matematic.

Termenul „*matematică*” nu a avut, de la început, înțelesul actual. Cuvântul este de origine greacă: *mathema* înseamnă „știință” sau „obiect de studiu” [174]. Platon înțelegea prin *mathemata*: „obiect de studiu”, căci în dialogul său numit *Republica*, vorbește despre cele trei obiecte de studiu, și anume: Aritmetica, Geometria și Astronomia. Abia Aristotel a dat cuvântului *mathemata* înțelesul actual [26, p.189].

Platon ne informa că „*Pitagora a împărțit studiul matematicilor în patru părți, toate fiind obiecte de cercetare a filozofilor. Prima parte era Aritmetica sau studiul numerelor, a doua Geometria sau studiul mărimilor în repaus, a treia Muzica sau studiul numerelor aplicate, iar a patra Astronomia sau studiul mărimilor în mișcare*” [7]. O astfel de divizare a stat la baza învățământului din Evul Mediu, fundamentat pe cele șapte arte liberale și divizat în două căi: trivium și cvadrium. Ciclul cvadrium era conceput după înțelesul lui Pitagora. Concepția lui Platon referitoare la matematică a dominat mai mult de un mileniu, fiind exprimată prin paradigmele învățământului matematic din Europa și metodele de predare respective până în anul 1700.

Sistemul de metode și procedee didactice se elaborează în viziune sistemică și este strâns corelat cu sistemul mijloacelor de învățământ, cu formele de organizare a activității instructiv-educative, cu modul de abordare a învățării de către elevi etc.

Principalele criterii ce stau la baza alegerii sistemului de metode și procedee didactice sânt:

a) *factori obiectivi*: obiectul, obiectivele, sistemul principiilor didactice, analiza conținutului științific, corelarea dintre conținut, metode și mijloace de învățământ în contextul unei strategii didactice, logica internă a științei, legitățile procesului predării-învățării;

b) *factorii subiectivi*: sursele psihofiziologice ale elevilor, caracteristicile clasei de elevi, personalitatea și competența profesională a profesorului, contextul uman și social al aplicării metodei.

Inițial principala metodă de predare a matematicii era *metoda dialogată* sub formă catihetică, care a luat început încă în școala palatină de pe lângă curtea lui Carol cel Mare (Franța, anul 980 e. n.). Metoda decurgea sub formă de întrebări și răspunsuri. Cursul întreg de studiere a științelor se numea *scolastica* (de la școală), adică școlarizare, dar se subînțelegea ca muștruluială strictă după un anumit canon, în urma căreia elevii acumula cunoștințe care de multe ori nu erau clar înțelese, adică erau însușite mecanic, fără a aplica raționamente logice.

Metoda dialogată (scolastica) a dominat mai ales în învățământul de familie sau particular, care a fost destul de frecvent până către sfârșitul secolului al XIX-lea, în deosebi în Basarabia [96, 135, 176].

În secolul XVII scolastica deja și-a epuizat resursele gnoseologice ca metodă și cedează locul altui curent științifico-pedagogic, care studiază știința și viața cotidiană în forma ei vie, naturală. Această orientare avea la baza cugetării nu silogismele logicii lui Aristotel, uscate și neglijate de viață, ci procedeul inductiv, adică metode inductive, care, pe cale empirică, acumula adevăruri legate de viața omului și de natura ce-l înconjură [157, p.517]. La fel evoluează lucrurile și în procesul predării matematicii la Academia Domnească din Iași [51].

Metodele și procedeele pe predare-învățare în matematică și-au găsit locul lor firesc mai ales după aplicarea lor în practică și fundamentarea utilizării lor în operele lui Comenius, Pestalozzi, Herbart, Diesterweg, Grube ș.a.

Cercetând evoluția metodelor aplicate în procesul predării-învățării matematicii prin prisma metodei genetico-istorice putem afirma că pe parcursul perioadei analizate s-au utilizat diverse metode. Însăși metoda, ca noțiune didactică, a fost recunoscută completamente către începutul secolului al XIX-lea în Moldova, mai ales prin operele lui Gh. Asachi, A. Velini, I. Felbiger, T. Iancovici de Mirievo ș.a. În operele lor exista deja o diferențiere dintre metodele generale și cele particulare, adică cele care puteau fi folosite numai la anumite activități, ca predarea-învățarea aritmeticii, spre exemplu.

Printre metodele utilizate în perioada vizată se pot menționa la concret următoarele: a) *metoda euristică*, care are un ecou larg și astăzi și reprezintă prin sine o metodă destul de eficientă de predare-învățare a matematicii; constă din conducerea către redescoperirea independentă de către elevi a adevărilor corespunzătoare [10, 54, 66, 68, 105]; b) *metoda catihetică* – o metodă cu istorie controversată, însă aplicată și astăzi de pe poziții noi, care constă în întrebări și răspunsuri de-a gata [10, 30, 54]; c) *metoda intuiției* – una dintre cele mai răspândite și mai des aplicate metode din perioada cercetată, metodă care are și astăzi o largă aplicare, metodă ce corespunde legilor specifice naturii umane [4, 46, 50, 52] (2.1.1.); d) *metoda monografică* cu aplicațiile sale originale în spiritul metodistului german Grube (2.1.1.); e) *metoda exemplului* – folosită practic pe tot parcursul existenței școli; f) *metodul normal al lui Felbiger* – una dintre primele metode legiferați prin anumite prescripții ale dirigitorilor de stat și propuse pentru a fi aplicate în practica de lucru a învățătorilor cu elevii, sprijinită pe înțelegerea logică a conținutului textului [29, 52]; g) *metoda psihagogică* – metodă ce a adus cu sine ceva nou în procedeele de lucru cu elevii, aplicând psihologia în studierea cuvintelor noi [71]; h) *metoda concret-inductivă* – bazată pe principiul inducției al lui Bacon și Descartes [30, 182, 183]; i) *metoda juxtapunerii* se baza pe o comparare a două texte paralele, binevenită atunci când lipseau dicționarele necesare pentru tălmăcirea sensului cuvântului sau a unui text [7, 71, 177]; j) *metoda deductivă* – o variantă paralelă a metodei inductive ce nu putea fi utilizată separat de prima [7]; k) *metoda expunerii* – larg aplicată în toate timpurile, l) *metoda onomatologică* – metoda de studiere a cifrelor și numerelor prin intermediul slovelor (buchilor), procedeu care era aplicat la scrierea cifrelor și numerelor până către sfârșitul secolului al XVIII-lea [54, 71].

Se mai utilizau și alte metode particulare de soluționare a problemelor, ca: *regula de trei*, *regula inversiei*, *regulile de dobândă și sconto*, *regula falselor presupuneri*, *regula reducerii la unitate*, *regula aligației*, *regula tovrășiei*.

Am descris unele din acele metode de predare-învățare a matematicii ce au fost practicate în lucrul învățătorilor cu elevii pe parcursul perioadei cercetate. Aceste metode au fost în continuă transformare în corespundere cu paradigmele și metodologiile date ale învățământului matematic. Spre exemplu: *metoda euristică* a lui Grube, a apărut în perioada când baza principală a paradigmei învățământului matematic era intuiția; *metoda onomatologică* a apărut și a fost utilizată în acea perioadă când paradigma învățământului matematic era bazată pe studierea numerelor prin scrierea cu slove din alfabet chirilic *metodele inductive, deductive, experimentul* ș.a. au avut prioritate atunci când baza paradigmei învățământului matematic o constituia sistemul metric de măsuri, bazat pe sistemul zecimal pozițional de numărare etc.

Astăzi metodele de instruire se includ în Curriculum-ul școlar. Ele implică o îmbinare

armonioasă a tuturor componentelor Curriculum-ului la matematică în procesul de predare-învățare și, totodată, indică căile și modalitățile de realizare a lor.

2.4. Formele de organizare a învățământului matematic

Cercetarea noastră atestă o complexitate deosebită a problematicii specifice organizării procesului de învățământ și în particular al celui matematic. Teoreticienii și practicienii domeniului științelor educației au propus pe parcurs diverse soluții pentru ameliorarea practicii instruirii și, desigur, ele au fost experimentate. Un exemplu îl constituie eforturile înregistrate de-a lungul timpului, în special către începutul secolului al XX-lea pentru perfectarea formelor de organizare a activității instructiv-educative, respectiv pentru alcătuirea unor formații de lucru cu elevii. Constituirea formațiunilor de lucru presupune instruirea și promovarea anumitor tipuri de colaborare între profesor și elev, validate în timp, în practica educațională [137].

Formațiunile de organizare și desfășurare a procesului instructiv-educativ prezintă expresia externă a activității coordonate a pedagogului și elevilor, realizate în ordinea stabilită și într-un anumit regim. Ele, având condiționare socială, reglementează activitatea comună a pedagogului și elevilor, determină corelația dintre instruirea colectivă și cea individuală, gradul de activitate al elevilor în activitatea de cunoaștere și conducerea ei din partea pedagogului. În cercetarea dată evidențiem următoarele forme de organizare a învățământului matematic:

I. Multă vreme singura formă de organizare a învățământului a fost cea *individuală*, întrucât societatea în cauză avea nevoie de un număr restrâns de persoane instruite [4, 24, 36, 137] (Anexa XI). În antichitate atât în Babilon, Egipt, Grecia, China, India etc., cât și în țările europene instruirea avea un caracter individual, aceasta ne-o demonstrează papirusurile vechi, tăblițele cuneiforme și alte monumente istorico-arheologice cu conținut matematic, care atestă școli speciale de scribi sau alți funcționari de stat. Această formă de instruire s-a păstrat în masă până în Evul Mediu, dar parțial se folosește și astăzi. Ea a fost pe larg aplicată în Moldova, mai ales în Basarabia, unde prevala învățământul în familie [51]. Prin învățământul individual se înțelege că fiecare elev capătă o însărcinare separată și, după controlul executării corecte a ei, profesorul trece la însușirea noii materii de studiu. În condițiile apariției și dezvoltării capitalismului această formă s-a dovedit a fi nepractică, deoarece nu putea cuprinde un număr oricât de mare de elevi. Ea treptat a cedat locul altor forme și s-a păstrat doar în forma pregătirii individuale a elevilor: pregătirea pentru a susține anumite probe, pentru a participa cu succes la competiții matematice (olimpiade, concursuri), precum și în cazul meditațiilor, consultațiilor (colocvii, examene) și al diverselor activități independente, desfășurate cu sau fără ajutor din partea cadrului didactic. Către începutul secolului XX pedagogia mondială cultivă diverse forme

de instruire individuală și în grupe. Ele au căpătat o mare aplicare în Franța, SUA, Anglia etc. În Moldova s-a aplicat lucrul individualizat cu elevii până la crearea școlilor în conformitate cu Regulamentul Organic. Instruirea individuală s-a mai aplicat pe timpul lichidării analfabetismului sau după sistemul lancesterian etc. Această formă de instruire are caracteristicile, avantajele și limitele sale (Anexa XI). Este o metodă de instruire populară inițiată la sfârșitul secolului al XVII-lea de preotul englez Andrew Bell (1753-1832) într-un orfelinat din India în 1789 și practică mai apoi în Anglia de profesorul John Lancaster (1778-1798). Preotul A. Bell s-a inspirat de la hinduși, care practicau această metodă de învățământ numită la ei mutuală, încă din antichitate. Metoda a cunoscut o largă răspândire în prima jumătate a secolului al XIX-lea, întrucât oferea posibilitatea instruirii unui număr mare de elevi fără a suporta mari cheltuieli. Această sistemă de instruire pe la începutul secolului XIX a frapat gândirea social-pedagogică a întregii Europe. Prioritatea acestei metode era, că ea dădea posibilitate unui învățător în cadrul claselor primare, în particular clasele 1, 2, printr-o organizare deosebită să instruiască în același timp de la 200 până la 800 și mai mulți elevi. Pedagogul alegea pe cei mai capabili și deseori mai în vârstă dintre ei, pe care îi instruia în mod special aparte, apoi fiecăruia dintre ei i se încredința o anumită grupă de elevi pe care el (monitorul) îi instruia aparte. Astfel era organizată și repartizată întreaga școală. Obiectele principale de studiu erau cititul și scrisul. Socotitul se învăța printre altele. Copiii erau familiarizați cu cele 4 operații aritmetice după tabelele învățământului reciproc [71, 134-136].

Elevii care învățau socotitul erau împărțiți în 12 clase simbolice (numite în Moldova „bănci”): b. I – îmbinarea numerelor, b. II – adunarea simplă, b. III – adunarea cu mai multe numere, b. IV – scăderea simplă, b. V – scăderea complicată, b. VI – înmulțirea simplă, b. VII – înmulțirea complicată, b. VIII – împărțirea simplă, b. IX – împărțirea compusă, b. X – fracții, simplificarea fracțiilor, b. XI – regula de trei, b. XII – rezolvarea problemelor practice.

În clasa 1 se prevedea ca școlarii să învețe să citească, să scrie și să socotească după metoda lancesteriană. După aceeași metodă elevii din clasa a II-a se deprindeau să cunoască cele patru lucrări ale aritmeticii. Pentru clasa a treia regulamentul prevedea: catehismul, gramatica, geometria, aritmetica practică „*până la frângeri inclusiv*”. În clasa a 4-a învățau „*începutul de gramatică și de mecanică practică*” precum și „*începuturi de desen lineal și de cântare bisericească*”. În alte clase nu se mai folosea metoda lancesteriană. În unele școli chiar și în clasele 3-4 de obicei nu se mai practica această metodă. Pentru prima oară în Principatul Dunărean Moldova această metodă a fost aplicată în școala grecească de către Dimitrie Vilic încă în timpul când directorul ei era C. Vardalah (1805-1815) [71, p.289]. În Moldova a fost aplicată în multe școli începând cu 1820. În Transilvania și Bucovina această metodă nu a fost recunoscută decât în câteva școli. Legiuirile austriece nu au apreciat această metodă [71, p.291].

Elevul ce însușea bine materia corespunzătoare unei clase era trecut în clasa următoare. Elevii unei anumite clase după posibilități erau grupați după unul și același nivel de cunoștințe la obiectul dat. La alt obiect putea fi organizat un grup complet diferit. Astfel elevul sânguincios trecea repede dintr-o clasă în alta și termina cursul la un oarecare obiect în ritmul său, în raport cu facultățile sale mintale [157, p.423-424]. Calculele la aritmetică se efectuau pur mecanic, deoarece monitorii nu erau din punct de vedere psihologo-pedagogic pregătiți pentru a putea să-l pună pe elev să cugete independent. Deoarece monitorii erau tot mărginiți în cunoștințele lor și totodată nu dispuneau de o anumită practică sau experiență de lucru, proprie, din care să poată evidenția anumite concluzii necesare, acest sistem de instruire nu putea satisface cerințele și scopurile învățământului matematic la acea oră. Instruirea matematică mutuală era bazată pe exerciții de același tip, fără sens logic practic, nelegate deseori de cotidian, exemple bune numai pentru însușirea mecanică a unei anumite reguli. Era un fel de dresare mecanică, o mitocăală sau zubreală. Cu toate că acest sistem era puțin costisitor, însă rezultatul lucrului era destul de nepractic sau chiar periculos pentru dezvoltarea capacităților mintale superioare a copiilor.

În Regulamentul școlilor din Moldova se stabilea că pentru scriere școlarul din clasa a I-a va începe „*a face slove*” pe nisip, apoi pe piatră și în urmă pe hârtie, după modelele de caligrafie săpate în aramă sau în piatră [71, p.292].

Este remarcabil de menționat cele spuse de marele pedagog rus Konstantin Ușinski despre o astfel de școală: „*Copilul, care cunoștea 3 litere, îl învăța pe cel care nu știa nici una, cel ce cunoștea 5 îl învăța pe cel care știa 3 ș.a.m.d. ... Astfel de școli erau extrem de ieftine, dar dădeau în schimb, cunoștințe minime... Învățarea pe de rost a rugăciunilor și textelor din biblie ocupa în aceste ocupații cea mai mare parte din timp.*”, desigur rolul matematicii era minimalizat la cel mai mare grad. O astfel de formă de organizare a instruirii nu a avut o răspândire largă în Moldova. Iată de ce sistemul de învățământ după metoda Bell-Lancaster după cum s-a răspândit rapid, tot așa rapid a fost respins, mai ales acolo unde începuturile mișcării pedagogice au luat poziții prioritare.

II. În secolul XV-XVI, datorită extinderii și dezvoltării comerțului, se simțea nevoia unui număr mai mare de persoane instruite și deja în Evul Mediu se începe a lucra cu *grupe* nu prea mari de elevi. Întrucât învățământul individual nu mai făcea față acestei cerințe, s-a impus recurgerea la alte formații de lucru, mai eficiente. Astfel, a apărut învățământul colectiv, caracterizat prin faptul că profesorul instruieste și educă simultan un număr mai mare de persoane. Spre deosebire de învățământul individual, cel *colectiv* contribuie la dezvoltarea morală a elevilor, stimulează responsabilitatea lor, instituie și promovează între ei relații de colaborare și ajutor reciproc, stimulează angajarea lor individuală și socială și are efecte pozitive în planul învățării și comunicării sociale. Cea mai importantă formulă pedagogică a

învățământului colectiv este sistemul pe *clase* și *lecții*, în raport cu celelalte ca: *prelegerea*, *seminarul*, *colocviul*, *practica*, *dispute* etc. Acest sistem reprezintă cea mai frecventă modalitate de realizare a activității de predare-învățare, într-o anumită accepție fiind întâlnit în practica instruirii și în antichitate [1, 4, 9]. A fost fundamentat teoretic și, relativ, argumentat științific numai în secolul al XVII-lea, prin contribuția decisivă a pedagogului ceh Ian Amos Comenius (1592-1670). Generalizând experiența școlilor medievale și în special a celor frățești din Europa Centrală și de Sud. În epoca în care a trăit Comenius, activitatea didactică se afla la începutul unor mari transformări, provocate de conținutul procesului de învățământ și de numărul tot mai mare de copii și tineri încadrați în școală. Sistemul de lucru al pedagogului cu fiecare elev în parte se dovedise a fi inefficient. Apăruse, cu câteva decenii înainte, necesitatea grupării elevilor după vârstă și pregătire intelectuală, în *clase*, cărora pedagogul le predă concomitent același volum de cunoștințe.

Comenius a asociat conceptul de „*lecție*” școlară celui de „*clasă*” de elevi și a susținut necesitatea legării lecției de elevi. Postulând relația „*lecție-clasă*” [82, p.139] a analizat și fundamentat legăturile care se stabilesc între conținutul, structura, programarea activității didactice și timpul destinat realizării ei. Acest sistem s-a impus ca formă de organizare a activității instructiv-educative, desfășurată în școală și realizată în condiții precise, elevii fiind grupați în clase, iar lecțiile succedându-se într-o ordine fixată în programul de lucru, respectiv în orarul școlii [39]. Sistemul s-a aplicat în Europa începând cu secolul al XVII-lea și s-a răspândit în toate țările lumii, inclusiv în țările române, continuând să fie și astăzi modalitatea dominantă de realizare a activității de predare-învățare. În Moldova, inițial s-a practicat în Academia Domnească din Iași, apoi în școlile domnești, orășenești. A fost legiferată în practica educațională prin Legea învățământului din 1864 [1, 4, 60] (1.3).

Sistemul de învățământ pe clase și lecții s-a dovedit a fi mult mai perfect ca cel individual. Contribuții la perfecționarea ulterioară a sistemului de învățământ pe clase și lecții au adus: I. H. Pestalozzi, I. F. Herbart, K. D. Ușinski, O. Decroly, I. Dewey, A. W. Diesterweg, T. Ziller, W. Rein ș.a. Dintre pedagogii autohtoni pot fi menționați: Gh. Asachi, A. Velini, I. Roth, I. Creangă, S. Haret, G. G. Antonescu, Șt. Mardjela, I. Ghinculov, C. Narly, R. Petre, M. Biciulescu, I. Popescu-Teiușan ș.a. Ca rezultat s-a dezvoltat în mod considerabil în urma activității lor teoria lecției (Planșa XVI). În Moldova această teorie era bazată pe treptele herbartiene [4, 41, 81] (Planșa XVII). Poziția lor era, după cum menționa K. D. Ușinski, ca pe parcursul lecției „*copiii, în limita posibilităților, să lucreze independent, iar învățătorul să conducă această activitate independentă și să-i ofere acesteia materia necesară*”.

III. În paralel cu extinderea și perfecționarea sistemului pe clase și lecții, dar și datorită criticilor aduse acestui sistem, au fost experimentate și aplicate și alte forme de organizare a

activității instructiv-educative, în special în a doua jumătate a secolului XIX și în primele decenii ale secolului XX. Ca forme alternative la sistemul de învățământ pe clase și lecții putem caracteriza: Planul Dalton, Sistemul Winnetka, Metoda Decroly, Metoda Proiectelor, Metoda Freinet, Metoda Dottrens, Planul Iena, Metoda Bouchet, Sistemul Mannheim etc. (Anexa XI). Unele din aceste forme s-au confirmat în practica de lucru și au o anumită extindere și astăzi, ca: planul Dalton, metoda Decroly, metoda proiectelor, planul Iena, metoda Bouchet, sistemul Winnetka ș.a.; altele nu au avut sorți de realizare în arealul român și european. În urma lor a apărut curentul pedagogic român „școala nouă” [64] (1.3.4).

IV. Câteva din alternativele la sistemul de învățământ pe clase și lecții se bazează pe o altă variantă a învățământului colectiv, și anume pe *sistemul pe grupe*, recomandat și practicat de pedagogi de seamă ca R. Cousinet, P. Petersen, O. Decroly, C. Freinet, A. Rivin [137] ș.a. Învățământul pe grupe reprezintă cel mai nou tip de formație de lucru și câștigă teren datorită faptului că permite realizarea instruirii și educației diferențiate. Astăzi are o largă extindere în Europa Occidentală și SUA. În Moldova în perioada cercetată nu s-au practicat alternative, dar la vecini, sub Kiev, pedagogul A. Rivin a efectuat un experiment cu 40 de elevi în vârstă de 10-16 ani, lucrând individual și în perechi. Fiecare din elevi a însușit în timp de un an programa a 4 ani de studii [137, p. 16]. Alte forme de organizare, ca: *seminare*, *practicumuri*, *cursuri facultative*, *excursii didactice* etc. în perioada cercetată nu avem atestări la aplicarea lor în practica.

Caracteristicile principalelor formații de lucru în instruire și educație, avantajele și limitele lor pot fi consultate în Anexa XI.

Capitolul III

ELABORAREA ȘI VALIDAREA SISTEMULUI METODOLOGIC DE INSTRUIRE A STUDENȚILOR FACULTĂȚILOR DE PROFIL ALE INSTITUȚIILOR DE ÎNVĂȚĂMÂNT ÎN BAZA APLICĂRII METODEI GENETICO-ISTORICE DE STUDIERE A NOȚIUNILOR MATEMATICE

Conceptul de *sistem*, *model* în cercetarea noastră va fi utilizat ca un ansamblu al unor părți corelate între ele. Necesitatea construirii unui model de pregătire sau perfecționare a profesorului de matematică în planul utilizării metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice a apărut ca o consecință a prelegerilor cu pedagogii și studenții care activează în domeniul învățământului matematic. S-a constatat că această temă este necunoscută pentru majoritatea profesorilor de matematică. Dacă profesorii de matematică cunosc din istoria matematică evoluția unor noțiuni, în plan general, apoi referitor la legăturile cu realitatea autohtonă, cunosc puțin.

Ca rezultat a apărut necesitatea elaborării unui curs facultativ, bazat pe informații din istoria învățământului matematic în Moldova (secolul XV – începutul secolului XX), pentru formarea profesională în acest domeniu a studenților și un ghid metodologic de studiere a istoriei noțiunilor matematice.

Cadrul cronologic ales corespunde anume acelei perioade în care s-a constituit învățământul matematic în Moldova prin conținutul și noțiunile care au stat la baza terminologiei matematice moderne.

În *ipoteză*, am admis presupunerea că, dacă profesorii de matematică ar cunoaște mai profund particularitățile și tendințele evoluției învățământului matematic în Moldova din perioada cercetată și ar avea o atașare pozitivă față de aplicarea cunoștințelor de istorism matematic în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii, atunci randamentul muncii lor ar putea spori substanțial.

Instruirea realizată în cadrul experimentului a profesorilor școlari de matematică și a studenților constă în organizarea unui proces educațional special, ce se caracterizează prin scopuri, obiective, conținuturi, căi, mijloace, forme și metode eficiente de instruire.

Specificul scopului și obiectivelor instruirii realizate în cadrul experimentului ținesc de formarea specialistului în problematica dată: sporirea nivelului motivației aplicării unor tehnologii educaționale mai eficiente de însușire a cunoștințelor matematice, elaborarea unor tehnici și restructurarea celor cunoscute, ceea ce a impus anumite forme și metode speciale de influență asupra studenților și profesorilor școlari de matematică pentru a-și perfecționa măiestria

pedagogică.

Specificul obiectului funcționării acestui model didactic constă în faptul că formarea studenților sau a profesorilor în procesul instruirii experimentale diferă de instruirea obișnuită prin nivelul motivațional sporit, prin ruperea barajelor care persistă ca bariere ce frânează creativitatea, individualitatea, tendința spre nou (blocaje care pot fi considerate drept o particularitate în instruirea adulților).

Formele instruirii: prelegeri, seminare, activități didactice practice, întruniri etc.

Metodele instruirii: activități de aplicare a metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice.

Scopul instruirii: înlocuirea unor convingeri inadecvate ale profesorilor de matematică sau ale studenților cu alte convingeri, adecvate, necesare pentru dezvoltarea atașamentului pozitiv față de aplicarea metodei genetico-istorice.

Cursul facultativ, destinat studenților facultăților instituțiilor de învățământ unde-și fac studiile viitorii profesori de matematică, conține informații privitor la istoria evoluției învățământului matematic în Moldova din perioada menționată cu analiza evolutivă genetică atât din punct de vedere sincron (static în raport cu momentul istoric respectiv), cât și diacronic (privind lucrurile în evoluția firească) a tuturor componentelor acestui proces: obiective, principii, tehnologii, strategii educaționale. Obiectivele și conținutul acestui curs expun succint ideile călăuzitoare ale învățământului matematic din Moldova până în anii 20 ai secolului XX.

Obiectivele generale ale cursului „File din istoria învățământului matematic în Moldova din secolul XV până la începutul secolului XX”:

- a cunoaște în retrospectivă istorică particularitățile procesului educațional și ale teoriei în domeniul predării matematicii;
- a înțelege legăturile evoluției matematicii ca obiect de studiu în școală, metodele ei de predare-învățare;
- a compara procesele de formare a unei personalități educate în spirit matematic în contextul diferitelor perioade istorice concrete;
- a analiza procesul educațional matematic și concepția despre educația matematică într-o perioadă istorică concretă;
- a prognoza evoluția învățământului matematic în ambianța sistemului științelor educației;
- a forma abilități de cercetare în domeniul istoriei învățământului matematic;
- a forma poziția civică față de importanța realizărilor matematicienilor clasici pentru posteritate;

- a forma atitudinea față de răspândirea neconținută a ideilor progresiste ale învățământului matematic.

Nr. d/o	Contextul istoric	Conținutul tematic	Timpul în ore	Activitatea didactică
1	Antichitate	Învățământul matematic în contextul civilizației antice.	2	Prelegere
2		Vechi sisteme de numerație. Sistemul zecimal pozițional de numerație.	2	Seminar
3		Primele instituții de învățământ din arealul român. Evoluția învățământului matematic în Moldova.	4	Prelegere
4	Evul mediu. (Renașterea și Reforma)	Învățământul din Moldova în contextul școlii europene.	4	Seminar
5		Școala națională română în epoca luminilor.		
		Analiza manualului „Elemente aritmetice arătate firești” de A. Hotiniul	4	Seminar
6	Sec. XIX	Învățământul în Principatul Moldova, Basarabia și Bucovina în secolul al XIX-lea – începutul secolului XX.	4	Prelegere
7		Activitatea lui Gh. Asachi, Gh. Lazăr și a discipolilor lor. Activitatea pedagogică a lui A. Teodorescu, A. Velini, S. Haret, G. Codrean, M. Eminescu, I. Creangă.	4	Seminar
8		Analiza comparativă a manualelor de matematică ale lui Gh. Asachi și Gh. Lazăr.	4	Laborator
9		Apariția terminologiei matematice române moderne.	2	Laborator
10		Analiza cărților de metodică scrise de Gh. Asachi și A. Velini. Importanța lor pentru posteritate	2	Laborator
11		Postulatele fundamentale ale metodologiei predării-învățării matematiceii	4	Seminar
Total			36 ore	

Ghidul metodologic, destinat studierii istoriei noțiunilor matematice, reprezintă o sinteză de referiri la surse bibliografice selectate pe clase și teme legate de noțiuni din istoria matematicii și a învățământului matematic în Moldova. Ghidul este destinat profesorilor de matematică și studenților pentru a-și putea lărgi orizontul cunoștințelor matematice și este prevăzut ca un posibil supliment la Curriculum-ul școlar actual la matematică. Obiectivele operaționale ale ghidului sânt:

1. Intercalarea organică a elementelor de istorie a noțiunilor matematice în cadrul cursului școlar gimnazial actual de matematică fără a știrbi timpul de predare conform Curriculum-ului în vigoare. Noțiunile matematice trebuie să fie aplicate în cadrul orelor de curs nu pur și simplu ca un material suplimentar întâmplător, ci împletit într-o ambianță strânsă cu tema studiată. Ele trebuie să fie studiate în conformitate cu metoda genetico-istorică (evoluția firească a noțiunii date), în acel cadru, cât pot permite obiectivele cadru, interdisciplinare, de referință și operaționale de a avea un suport istorico-motivațional în plan evolutiv.
2. Includerea elementelor din istoria noțiunilor matematice în contextul cursului de matematică preuniversitară. Acolo unde este posibilă aplicarea lor se indică modalitatea de utilizare a informațiilor din istoria matematicii. Aceștia pot conține un colorit

specific național, dar integrat în contextul general al dezvoltării în planul genetico-istoric al științei matematice.

3. Formarea la elevi a unei viziuni contemporane asupra conceptului despre structura universului. Trebuie arătat elevilor (în conformitate cu capacitățile și particularitățile de vârstă) că matematica nu este pur și simplu, un rezultat al „cugetării pure”, ci un produs al cerințelor practice, al condițiilor social-economice de dezvoltare a societății, al problemelor dezvoltării tehnicii și a științelor naturale. Paralel, trebuie subliniat rolul logicii matematice în formarea științei și importanța faptelor care ilustrează dialectica evoluției matematicii.
4. Folosirea materialelor din istoria matematicii pentru crearea situațiilor de problemă în procesul educației și instruirii, pentru formarea la elevi a unui interes viu și profund față de obiect. De obicei, crearea situațiilor de problemă se capătă prin punerea în fața elevilor a unor probleme noi. În unele cazuri e mai rațional a utiliza date din istoria matematicii, care, de obicei, trezesc un viu interes la elevi față de obiectul dat. Prin aceste secvențe istorice se poate demonstra în mod genetic cum au evoluat și cum au fost rezolvate asemenea situații de probleme.
5. Folosirea datelor istorice din evoluția matematicii la popoarele din arealul român, pentru a dezvolta mândria și dragostea față de neam.

Ambele mijloacele servesc drept bază a modelului de instruire a studenților sau perfecționare a profesorilor de matematică în planul aplicării metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii.

Modulul propus poate fi realizat în cadrul instruirii cu/sau fără frecvență și ca autodidact.

Modelul didactic elaborat presupune formarea unui nivel motivațional, acumularea cunoștințelor din istoria matematicii și a învățământului matematic în Moldova și dezvoltarea unei atitudini pozitive lăuntrice de aplicare a metodei genetico-istorice în procesul predării-învățării-evaluării matematicii în conformitate cu programa analitică și a ghidului metodologic elaborate.

Schimbările atestate în formarea profesională a participanților ce studiază acest modul se manifestă în mai multe planuri: 1) analizează profund sarcinile ce trebuie îndeplinite; 2) promovează idei proprii privitor la realizarea unei anumite sarcini; 3) conștientizează valoarea cunoașterii istoriei și a învățământului matematic în Moldova ca factori de decizie în soluționarea problemei date; 4) învață să identifice momentul oportun de aplicare eficientă a metodei genetico-istorice în procesul instructiv; 5) își dezvoltă încrederea în forțele proprii creative de a rezolva diverse probleme în diferite contexte.

Sistemul de evaluare a rezultatelor obținute la acest modul include dezbateri și activități

practice, elaborarea unor referate, chestionare, testări, participare la conferințe practico-științifice, teze de licență.

Evaluarea finală se realizează prin colocviu. Programul este realizat cu sugestii aplicative.

Modelul didactic elaborat a fost supus avizării la Catedra de Geometrie și Metodica Predării Matematicii a UST.

Viitorul profesor de matematică trebuie să posede un tablou amplu referitor la cunoașterea istoriei matematicii și în special cea a învățământului matematic din Moldova. Aceste cunoștințe la rândul lor, îl pot ajuta în sporirea eficienței învățământului matematic școlar. Din aceste considerente rezultă că, problema noastră este de a urmări importanța elementelor de istorie a matematicii în procesul predării-învățării matematicii ca știință, de a indica importanța pedagogică a unor elemente de istorism matematic utilizate prin tehnicile practice.

Esența aplicării elementelor de istorism matematic rezidă în contemplarea legilor evoluției matematicii ca știință, cunoașterea căilor de formare și construire a noțiunilor și ideilor matematice, sesizarea rolului matematicii în cunoașterea lumii înconjurătoare și a proceselor sociale. Prin istoria matematicii noi putem înțelege și cunoaște mai fundamental însăși matematica. Elevul, studiind matematica în școală, în mod simplificat, repetă calea omenerii pe care ea a parcurs-o, însușind cunoștințele matematice. Dacă noi cunoaștem istoria învățământului matematic, atunci putem cerceta acele coordonări esențiale ale procesului învățământului matematic care pot să-l facă mai eficient.

3.1. Metodologia pregătirii profesionale a viitorilor profesori de matematică bazata pe utilizarea noțiunilor istorico-matematice în procesul instruirii

În literatura metodică la matematică pot fi găsite referințe la metoda de predare –învățare ce permite a studia matematica, bazându-se pe informații istorico-matematice [121, 130, 153, 166]. Pe parcursul expunerii temei noi se fac apelări la informații cu caracter istoric, prin care se tălmăcește toponimica noțiunii date, originea, sensul și evoluția ei genetică în context istoric. Aceste informații (uneori legate prin reprezentări îmbogățite cu date istorice din activitatea unui oarecare matematician militant) influențează de multe ori benefic asupra conștiinței elevului și prin aceasta i se formează o motivație pozitivă în privința studierii matematicii, ba chiar trezește și o anumită pasiune, care rămâne pentru întreaga viață. Aceste informații formează în memoria elevului anumite legături logice, care permit a însuși noțiunile noi mai accesibil, calitativ și temeinic.

Fiind combinate cu diverse metode didactice, aceste informații pot deveni un potențial

ideinic valoros al elevului, niște cunoștințe, aptitudini și atitudini care, în viitor, îi pot servi drept fundament cert în studierea matematicii sau al altor științe.

Această metodă a fost numită istorico-genetică. Dat fiindcă în zilele noastre această metodă este menționată destul de rar, vom evalua inițial istoria și importanța ei în predarea-învățarea matematicii. Mai apoi vom face unele concluzii referitor la importanța ei practică.

3.1.1. Metoda genetico-istorică de predare-învățare a noțiunilor matematice

Multe dintre teoriile matematice, fapte concrete, termeni și simboluri par uneori artificiale și izolate de la cotidian. Dacă însă le-am privi sub aspectul dezvoltării lor istorice, apoi apare evident sensul lor profund, esența și necesitatea lor firească. De aceea predarea matematicii trebuie să respecte în linii generale, calea evoluției acestei științe și a constituirii noțiunilor ei fundamentale, numită de noi metoda genetico-istorică.

Ca punct inițial al aplicării metodei genetico-istorice în predarea matematicii poate fi considerat apariția “Scurtului tratat istoric la algebră”(1685) al lui John Wallis. În Europa primul curs de istorie a matematicii a fost scris de Jean Montucla (1758). Obiectul istoria matematicii a căpătat aprecierea cuvenită abia către jumătatea secolului al XIX-lea. Cu apariția tratatului lui Wallis se începe studiul serios al istoriei matematicii. Aceasta a trezit curiozitatea aplicării și pătrunderii în esența expunerii logice a demonstrațiilor și concluziilor matematice bazate pe fapte concrete, uneori curioase de apariție și tălmăcire a noțiunilor matematice pe interesul celui ce studia. Tratatul lui Wallis poate fi considerat prima carte bazată pe elementele genetico-istorice. În 1746, alt matematician, Claude Clairaut în manualul său celebru “Elemente de algebră” elaborează într-un stil de o magistrală claritate expunerea operațiilor algebrice și rezolvarea ecuațiilor prin toate formele și metodele ce se cunoșteau până la acea perioadă, lipsind doar descoperirile recente. Clairaut atribuia o mare importanță metodei de cercetare istorică a ideilor pedagogice aplicate în procesul predării-învățării matematicii. El considera ca procedeu aplicabil destul de eficient acea metodă productivă, care îi învață pe elevi a căuta și a efectua descoperiri, deoarece printr-o astfel de expunere a afirmărilor matematice este indicată clar calea pe care omenirea a ajuns până la descoperiri științifice.

În anii 80 ai secolului al XIX-lea metoda genetico-istorică a devenit foarte populară. Cercetătorul rus al istoriei matematicii și al învățământului matematic V.V. Bobânin (1849-1919) demonstrează prin operele sale că memoria copilului se dezvoltă în mod analog așa cum s-a dezvoltat omenirea pe parcursul evoluției sale istorice, numai că în cazul copilului această cale este prescurtată și dirijată de pedagog. Bobânin menționează că *„dezvoltarea mintală a tinerei generații este dirijată prin aceleași legi și, ca rezultat parcurge în linii generale aceleași faze de*

evoluție a întregii omeniri... Raționamentul expus accentuează faptul, că învățătorul fiecărei științe trebuie să parcurgă cu elevul aceeași cale, pe care a mers în evoluția sa însăși știința". Metoda în cauză V. Bobânin o numește „genetică”, având în vedere „*metodologia ce dezvoltă în procesul predării matematicii ideea despre situații factologice și concluziile științifice, anume așa cum ele au evoluat în realitate*” [174, p.32]. Referitor la istoria matematicii Bobânin indică importanța ei pentru aplicarea metodei genetice în predarea matematicii.

Aceste prevederi au fost confirmate în anii 50 ai secolului XX, prin cercetările psihologilor V. Davâdov, L. Vâgotski, A. Leontieva ș.a. Ei au demonstrat că metoda genetico-istorică de predare a matematicii, într-adevăr, poate juca un rol substanțial în procesul instructiv.

În anii 60 ai secolului XX, vorbind despre metoda genetico-istorică ca metodă ce include la maximum în sine cele mai raționale procedee de predare-învățare și asimilare conștientă a cunoștințelor matematice, în presa pedagogică americană a fost publicat un memorandum referitor la reforma învățământului matematic, semnat de 66 matematicieni americani, printre care erau R. Courant, D. Polya, A. Weil etc.

Savanții au formulat principiile fundamentale și recomandările practice care, după părerea lor, pot fi utilizate la alcătuirea noilor programe analitice la matematică, având tendința de a realiza cărturar și a contribui la sporirea nivelului eficienței învățământului matematic. Unul din punctele memorandumului era stipulat ca „*Metoda genetică*”, în care se menționa că „*...cel mai eficient procedeu de a dirija dezvoltarea intelectuală a unui individ este de a-l impune să parcurgă mintal evoluția neamului omenesc, de a parcurge liniile ei principale, firești, dar nu sutele și miile de mici erori.*”

Acest principiu genetico-istoric ne poate feri de deplasarea răspândită: dacă pe A îl precede logic B într-un sistem oarecare, poate deci fi motivat realizarea lui B înaintea lui A. Cu atât mai mult, noi putem aștepta un mare succes, realizând ceea ce ne indică principiul genetico-istoric, decât urmând prevederile concepției formale a matematicii pure” [153].

F. Klein (1849-1925) în [130, V.I, p.114-126] în mod analog scrie că consideră necesară aplicarea în predarea-învățarea matematicii a principiului genetico-istoric de studiere a noțiunilor matematice. În particular, Klein se referă la expunerea geometriei, care trebuie să aibă un caracter istoric de expunere mult, mai pronunțat decât aritmetica sau algebra, și enumeră cerințele: „*...în școală inițial trebuie să apelăm la contemplarea vie și e permis numai în mod lent, sistematic să înaintăm pe primul plan elementele logice; în genere unica metodă corectă de aplicare este metoda genetico-istorică, datorită căreia elevul, încetul cu încetul, ia știință de lucrările studiate*” [130, V.II, p.323].

Reieșind din cele menționate, putem evidenția importanța acestei metode în procesul de predare-învățare a matematicii:

1. Matematica școlară după conținut este alcătuită în conformitate cu metoda genetico-istorică;
2. Prin această metodă profesorul de matematică poate introduce noțiuni noi;
3. Această metodă îi permite profesorului de matematică să aplice principiul propedeutic la temele cu noțiuni mai dificile pentru asimilare;
4. Dacă profesorul cunoaște aplicațiile practice ale acestei metode, atunci el poate rezolva multe probleme pur metodologice: a repartizării raționale a timpului și a părților componente la studierea unei anumite teme, tratarea metodologică de preferință în succesiunea studierii anumitei teme ce îl descătușează pe profesor și îi dă libertate în creativitate;
5. Metoda poate fi un stimul eficient pentru profesor în realizarea metodei euristice de instruire care, împreună cu alte procedee, poate da un efect pozitiv.

Totodată, menționăm că metoda genetico-istorică este doar un indicator în raționamentul logic și nicidecum înlocuitorul acestui raționament.

3.1.2. Importanța elementelor istorico-matematice în instruirea și educarea elevilor

Majoritatea autorilor care au cercetat problema dată consideră că, dacă profesorul ar cunoaște istoria învățământului matematic și a matematicii ca știință, atunci el, la sigur ar putea decide ce întrebare sau noțiune din istoria științei ar fi mai convenabil să fie expus la o etapă concretă de predare-învățare a matematicii.

La rândul său, problema cercetătorilor și a metodiștilor constă în a ajuta profesorul de matematică să efectueze corect selectarea informației istorice necesare. Convenind, în linii generale, la aceste poziții, noi considerăm că în procesul predării-învățării matematicii, a elementelor de istorie a matematicii și învățământului matematic, nu ajung informațiile existente. În cercetarea noastră am reieșit din teza că profesorul nu trebuie numai să cunoască cum decurge evoluția ideilor și noțiunilor matematice fundamentale, dar și să intuiască că elevii, în procesul lor de instruire, trebuie să repete aceeași cale și să se confrunte cu aceleași greutăți cu care s-au confruntat savanții, care au stat la izvoarele formării și constituirii unei noțiuni matematice. Viitorului profesor îi este necesar nu numai să cunoască istoria matematicii și a învățământului matematic, dar, paralel, să poată atrage atenția la acele idei metodologice ce-l pot ajuta să evidențieze ce-i trebuie profesorului să expună și cum să expună tema dată, să cunoască bine metoda generico-istorică de studiere a noțiunilor matematice. Dacă în procesul de predare a istoriei matematicii în instituțiile pedagogice de învățământ viitorii pedagogi ar fi fost cunoscuți cu metoda genetico-istorică și căile de aplicare a acestor cunoștințe în procesul de instruire,

atunci în lucrul lor profesorii de la bun început ar putea în mod orientat, chibzuit, urmărind o logică strictă, să expună cu succes informații istorico-matematice elevilor. Numai în astfel de condiții faptele istorice, expuse de pedagog, nu vor purta un caracter rupt de la realitate, aleator, dar vor fi o parte importantă, integrală a procesului de predare-învățare a matematicii. Aplicarea metodei genetico-istorice în procesul instruirii trebuie să includă următoarele caracteristici care pot contribui la educarea și instruirea elevilor:

A. Informațiile din istoria matematicii utilizate la orele de matematică trebuie să aibă o înrâurire benefică asupra formării unei viziuni științifice de cunoaștere a lumii înconjurătoare, adică aceste informații trebuie să-i permită elevului să vadă știința în dezvoltare, în mișcare, să cunoască cum a avut loc apariția și constituirea noțiunilor și ideilor științifice, să urmărească cum a evoluat matematica și cum ea se reflectă în viața socială.

B. Științele istorice posedă un potențial imens de acțiune educativă. Pe baza exemplelor din trecut ale activității și aportului tinerilor savanți poate fi însușită arta de a căuta noul, de a păstra onestitatea, dorința de a munci, insistența, respectul față de trecutul omenirii. Exemplele marilor reprezentanți ai neamului și științei pot impune elevii să creadă în forțele proprii, să-i însuflețească la o studiere mult mai profundă a matematicii.

C. Una din componentele principale este schimbarea atitudinii elevilor față de matematică ca un obiect plictisitor, abstract. Elevilor trebuie să le arătăm construcția elegantă a matematicii, demonstrațiile fascinante și convingătoare, frumusețea formulărilor, universalitatea aplicării metodelor matematice de cercetare ce pot produce doar uimire la elevi. Chiar de la primii pași ai unei atare studieri a științei lecțiile de matematică devin un izvor nesecat de educație estetică. Spre regret, greutățile cu care elevii se confruntă la orele de matematică deseori îi induc pe elevi cu totul în altă direcție și atunci rar cine dintre ei poate aprecia frumusețea matematicii.

D. Legăturile interdisciplinare trebuie lămurite în contextul evenimentelor istorice, al schimbărilor sociale și a mentalității oamenilor asupra realității înconjurătoare. Trebuie explicat cum s-a produs descoperirea dată, în ce împrejurări și cum a influențat ea asupra dezvoltării de mai departe a științelor. (Spre exemplu introducerea cifrelor hinduso-arabe în uz, sistemul metric).

E. Toate informațiile căpătate de elevi la orele de matematică au un potențial instructiv imens, deoarece uneori numai informațiile istorico-matematice pot da răspuns la întrebări, a căror cunoaștere e necesară pentru fiecare om cult (cum au apărut cifrele, de ce ele se numesc arabe, romane, hinduse, de ce numerele 7,12,13 sânt legate de anumite superstiții, de ce ora are 60 de minute, unghiul întins are 180 grade ș.a.)

Pedagogul trebuie să expună subiectul lecției sub forma unui discurs, îmbogățit cu informații istorico-matematice, cu probleme străvechi, ori de câte ori este posibil. Reprezentările

referitor la cele mai fundamentale idei și noțiuni matematice, inclusiv și cele istorice, trebuie să devină un tezaur de cultură generală a oricărui om cult. De aceea la orele de matematică profesorul trebuie să facă o prezentare cât mai amplă și clară a matematicii ca știință, a rolului ei fundamental în evoluția altor științe și arte, a locului matematicii în cultura umană generală, în cunoașterea lumii înconjurătoare.

3.1.3. Ponderea metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice în formarea profesională a cadrului didactic

Conform părerii majorității specialiștilor din sfera învățământului matematic, modern, unul din factorii cei mai nefavorabili care stagnează distingerea unui nivel înalt al eficienței învățământului matematic, este formalismul procesului de predare-învățare. Matematica este prezentată elevilor nu ca o știință în continuă dezvoltare, ci ca o totalitate de definiții și teoreme izolate, detașate și moarte. Ca rezultat, elevii deseori nu sesizează esența celor învățate. Elevii se aleg cu o motivare insuficientă de studiere a matematicii, de unde și lipsa interesului față de această știință.

Problema formalismului în procesul instruirii este strâns legată de personalitatea pedagogului, de pregătirea lui profesională. Profesorul trebuie să explice elevilor ce este matematica, ce rol joacă această știință în evoluția societății. A preda matematica la un nivel înalt poate doar un om pasionat, apt să intereseze elevii în studiul matematicii, să-i atragă prin fascinantele povestiri despre ea, despre locul și rolul ei în progresul tehnico-social, despre caracteristicile ei esențiale. De aceea viitorii profesori de matematică deja în instituțiile de învățământ trebuie să cunoască cât mai mult despre știința dată, pe care el va trebui să o predea elevilor. El e obligat să delimiteze rolul matematicii în sistemul științelor, în viața cotidiană a societății.

Altă cauză a situației create este stilul autoritar al profesorului, duritatea cerințelor lui față de învățare, de expunerea precisă; lipsa mobilității și a diversității la evaluarea cunoștințelor obținute; predominarea în procesul de predare-învățare a activității reproductive, mecanice a elevilor; formalizarea extinsă a procesului instruirii; maniera plictisitoare și monotona de realizare a ocupațiilor matematice. Multe depind de stilul de predare al profesorului. Umanizarea și democratizarea procesului de învățământ matematic actual presupun mari posibilități pentru profesor de a-și exprima inițiativa creativă. Profesorul are libertatea să-și aleagă sursele informaționale didactice, să-și exprime propria metodologie, de sine stătător să elaboreze proiectarea didactică a lecției, să-și aleagă conținutul, formele și metodele de predare. Problema

constă doar în aceea că profesorul de matematică trebuie să posede un volum variat și considerabil de cunoștințe, să posede un nivel înalt de cultură generală, pentru a le putea aplica în procesul său de creație, de a educa în sine și de a putea să-și descătușeze valențele individuale, să-și poată exprima originalitatea, specificul, neordinarul, potențialul creativ.

Profesorul de matematică din ciclul preuniversitar, pe tot parcursul activității sale este în căutarea stilului de predare, lucrează neconținut asupra perfecționării profesionalismului său. El permanent evaluează calitatea lecțiilor realizate, se străduie să mențină procedeele metodice eficiente, repetă descoperirile ingenioase. Ca rezultat, profesorul acumulează cunoștințe, deprinderi de a forma o totalitate unică de metode, procedee și caracteristici profesionale de predare-învățare, proprii, care pot fi numite stil, manieră individuală de predare. Pentru ca activitatea profesorului în această direcție să fie productivă, ca profesorul să poată evita eșecurile posibile, instituțiile pedagogice de învățământ trebuie să formeze fundamentul necesar. Fără a le știrbi individualitatea, viitorii pedagogi trebuie orientați spre o manieră care ar presupune abordări netradiționale în procesul instruirii, ar crea permanent situații de problemă. După părerea noastră, un mare aport în exprimarea unei manieri pedagogice individuale revine cunoștințelor istorico-matematice, trecute prin prisma metodei genetico-istorice. Utilizarea acestei metode în procesul predării-învățării se reflectă benefic asupra însușirii cunoștințelor matematice. Această metodă poate ajuta profesorul în planul realizării anumitor metode euristice de instruire, adică îi poate permite să aranjeze metodic, creativ expunerea temei noi, să poată conduce elevii la noțiuni matematice cunoscute și, în acest mod, elevii, bazându-se pe ele, să poată însuși în mod conștient materia de studiu. Ca exemplu vom lua tema „Numerele pozitive și negative” din algebra clasei a VI-a. Mai întâi se face un discurs asupra istoriei învățământului matematic, informându-i că oamenii din timpul îndepărtat operau cu noțiunile: **surplus (+), lipsă (-), sosire-plecare, venit-pagubă, avut-împrumut** etc. Cu atât mai mult, necesitatea numerelor negative reieșea din soluționarea unor simple probleme practice. Însă extinderea în matematică a noțiunii abstracte de număr negativ s-a dovedit a fi un proces destul de anevoios și îndelung. Încercări de a defini această noțiune o avem la hinduși (secolul VI e.n.), dar nu s-a menținut în practica de calcul a oamenilor, deoarece era cam complicată. Procesul de acomodare și aplicare a numerelor negative devine util doar în secolul XVII și doar o dată cu apariția geometriei analitice. Divergențele principale în sensurile lui „plus” și „minus” dispar completamente. Urmând prevederile metodei genetico-istorice profesorul îi implică pe elevi în lumea istoriei, în anturajul mediului ambiant și numai atunci elevul sesizează clar necesitatea apariției numerelor negative. Mai apoi, urmând aceeași metodă, profesorul începe a rezolva exemple simple, asemenea celor pe care le soluționau oamenii în procesul de descoperire a numerelor negative și, pas cu pas, îi duce după sine în lumea calculelor matematice în mulțimea numerelor negative.

Importanța cunoștințelor istorico-matematice este imensă pentru profesor. Dacă el cunoaște istoria învățământului matematic, în special a învățământului în Moldova, atunci poate aplica în cadrul orelor informații referitoare la noțiunile matematice, anume așa cum ele au apărut în limba noastră cu fundamentele toponimice de afirmare a lor. Profesorul în acest caz îi poate ajuta pe elevi să parcurgă mintal, în mod prescurtat, simplificat calea pe care a parcurs-o știința dată, să vadă manifestarea matematicii în mediul ambiant, în natură, în tehnică, să descopere importanța matematicii în contemplarea realității înconjurătoare, să o facă clară și sesizabilă. Totodată, profesorul își perfecționează un anumit stil, o manieră euristică de predare individuală. Aceasta înseamnă că lecțiile lui au devenit mai interesante, mai captivante și pe înțelesul elevilor.

Utilizarea noțiunilor istorice în cadrul orelor de matematică poate contribui la crearea unei atmosfere emoționante face expunerea materiei de studiu mult mai vie, mai convingătoare și atrăgătoare. Profesorul de matematică trebuie să „îmbrace” orice problemă posibilă în veșmântul unei povestiri scurte, să o ilustreze prin reprezentări atractive, cunoscute elevilor, să inventeze schematic niște situații dramatice, hazlii, curioase pentru elevi, să folosească probleme-glume, care îi poate captiva pe elevi, să aplice fapte interesante din istoria învățământului matematic, să stimuleze activitatea celor mai descurcăriți, independenți și cu inițiativă elevi, antrenați în soluționarea problemelor complicate.

Desigur lucrul asupra elaborării unei maniere individuale de predare a pedagogului-matematician nu se limitează numai la cele menționate. Este vorba de un proces complicat, care se elaborează în urma observărilor, schimbului de experiență, a practicii pedagogice etc. Această problemă trebuie discutată aparte cu studenții, la seminarele de specialitate unde ei trebuie să facă atât analiza activității unor profesori, cât și o autoanaliză separată. Dacă instituția de învățământ pedagogic va lucra asupra acestei probleme, apoi viitorul profesor de matematică va veni în școală înarmat cu un arsenal bogat și multilateral dezvoltat de cunoștințe și tehnologii de aplicare, ce-i va da posibilitatea să devină în ritm sporit un pedagog de o creativitate individuală deosebită.

3.1.4. Principiile fundamentale ale sistemului metodologic de formare a cadrului didactic în planul utilizării noțiunilor istorico-matematice în procesul instructiv

Concepția metodologică de orientare profesional-pedagogică a instruirii dirijate exprimă necesitatea subordonării și formării continue la studenții instituțiilor de învățământ pedagogic a fundamentelor măiestriei profesionale. Ea trebuie să se bazeze pe cunoașterea profundă a

cursului școlar de matematică în vigoare, pe fundamentele lui științifice, susținute metodologic de tehnologii educaționale, ajustat la formarea unui mediu emoțional pozitiv pentru profesiunea de pedagog școlar de matematică, la istoria matematicii și a învățământului matematic. Atât marii pedagogi ai timpului, cât și cei actuali menționează necesitatea unui nivel accesibil, temeinic, științific în predarea matematicii. De aceea este recomandabilă aplicarea elementelor de noțiuni istorice în cursul școlar de matematică ca procedeul ce poate facilita procesul de predare-învățare a matematicii. Anume numai unele secvențe sau elemente de istorie a matematicii și a învățământului matematic, trebuie expuse elevilor pe parcursul orelor de matematică și nu cursurile depline. Profesorul e dator să cunoască mult mai mult decât elevii săi. El trebuie să cunoască istoria științei pe care o predă, etapele fundamentale ale evoluției științei, învățământului matematic, evoluția noțiunilor și ideilor matematice în contextul istoric și ajustarea lor la realitățile actuale ale Moldovei.

Perfecțiunea pedagogico-profesională cere ca cursul de istorie a matematicii și a învățământului matematic să evidențieze legitățile generale ale evoluției matematicii, legătura dintre matematică, istoria generală și particularitățile evoluției sociale. În acest scop trebuie organizată orientarea profesional-pedagogică a studenților în conformitate cu teoria expusă [99] de academicianul A. G. Mordkovič, care a pus la baza concepției sale mai multe principii:

a) *principiul temeiniciei* – însușirea tuturor noțiunilor noi să se efectueze pe baza celor cunoscute și motivate ca absolut necesare în activitatea de mai departe:

b) *principiul dualității* – studenții să vadă obiectivele pregătirii pedagogico-profesionale de utilizare a elementelor de istorie a matematicii mult mai larg, și în diverse contexte aplicative și nu ca o simplă studiere a anumitor etape de evoluție a matematicii.

c) *principiul continuității* – toate cursurile universitare la matematică pe care le studiază studentul în instituția de învățământ trebuie să participe activ în procesul continuu integrat de formare profesională a viitorului pedagog;

d) *principiul includerii elementelor de istorism* – efectuarea unei legături dintre cursul de istorie a matematicii și cursul școlar de matematică.

Toate aceste principii ținesc calea pe care profesorii din instituțiile pedagogice de învățământ, pot și trebuie, să aducă la cunoștința și conștiința studenților necesitatea soluționării problemei la care ne referim. Trebuie studiate anumite teme – cheie, evidențiate neajunsurile procesului de instruire din școală și determinate căile de lichidare a lor. Problema privind predarea cursului de istorie a matematicii trebuie legată de realitățile mediului ambiant autohton. Este absolut necesar să efectuăm o legătură individuală între învățământul matematic actual, învățământul matematic din Moldova (perioada cercetată) și istoria matematicii.

3.1.5. Tehnici de aplicare a metodei genetico-istorice în procesul predării-învăţării matematicii

Propunem câteva tehnologii de aplicare a elementelor de istorie a matematicii în procesul instruirii:

A. Este cunoscut, că studierea temei „Procentele” reprezintă o anumită dificultate pentru elevi, mai ales la soluţionarea problemelor legate de procente. De obicei, elevii încep a rezolva astfel de probleme cu frică, deoarece nu țin minte definiția procentului. Comunicând elevilor anumite informații istorice la temă, li se formează unele asociații logice, care împreună cu emoțiile pozitive, le ajută să rezolve corect problema. Din informațiile profesorului elevii află că procentele au apărut în Roma Antică. Romanii au început a aplica procentele, pentru a nu utiliza operația împărțirii (mai ales la 10, 100, 1000 etc.) în cifre romane, care era aproape imposibilă. Operația de calculare a procentelor constă în faptul că, pe lângă suma de bani luată cu împrumut trebuia de întors încă ceva în plus. Spre exemplu: celui ce împrumuta nu i se spunea că *„surplusul va constitui 16 sutimi din suma împrumutată”*, ci că *„la fiecare 100 sesterți împrumutați ai să întorci încă 16 pe de asupra”*, atunci a suta parte (pe deasupra) au început a o numi *procent* (în latină „peste sută”). Prin analogie se explică de ce anume așa se scrie simbolul. El provine de la $\frac{1}{100} \rightarrow \frac{1}{100} \rightarrow \frac{1}{100} \rightarrow 1\%$.

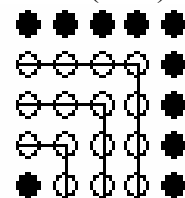
B. În calitate de alt exemplu vom lua verificarea calculului oral în clasele V-VII. Informațiile istorice referitor la îndeplinirea calculelor în antichitate și la procedeele de calcul rapid aplicate, poate face calculul la orele de matematică mai atractiv și ar permite elevilor să înțeleagă de ce în India Antică se numea „calcul de aer”.

Spre exemplu, profesorul poate arăta elevilor procedeul de înmulțire la 11: pentru a înmulți un număr de două cifre la 11 este suficient să scriem între prima și a doua cifră a acestui număr suma lor, și atunci numărul căpătat va fi produsul căutat. $24 \times 11 = 264$, deoarece $6 = 2 + 4$ sau $39 \times 11 = 429$, unde suma este $9 + 3 = 12$ și atunci la sute se mai adaugă 1. Hindușii făceau suma cu degetele în aer.

C. La studierea temei „Numere negative” profesorul, urmând prevederile metodei genetico-istorice, poate rezolva și discuta mai întâi diverse probleme simple, similare celor care erau soluționate în vechime, apoi li se va explica cum au ajuns oamenii la numerele negative și cum s-a introdus notarea simbolică a numerelor negative. Informațiile din istoria matematicii pot servi profesorului ca un procedeu de a renunța expunerea temei formal, după manual. În particular profesorul le poate spune elevilor, că matematicianul hindus Brahmagupta (secolul XIII e.n.) indica următoarea regulă pentru calcularea adunării numerelor întregi: *„Suma a două avuții este*

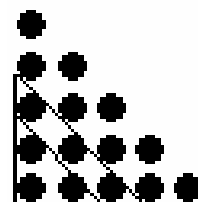
tot o avuție, a două datorii este tot o datorie, suma a unei avuții și a unei datorii este diferența lor, în caz că ele sânt egale, avem zero, suma lui zero cu datorie este datorie, suma unei averi cu zero este avere, suma a doi de zero este zero”. Pentru operația înmulțirii numerelor întregi în India Antică exista următoarea regulă: „*Prietenul prietenului meu este prietenul meu (+x+=+), prietenul dușmanului meu este dușmanul meu, dușmanul prietenului meu este dușmanul meu, dușmanul dușmanului meu este prietenul meu*”.

D. La tema „Suma primilor termeni ai progresiei aritmetice” se poate utiliza următoarea informație. Este clar că unele probleme din antichitate conțineau informații succinte de noțiuni ce se referă la progresii. O informație înregistrată din acele timpuri este referirea la suma primilor n termeni ai progresiei aritmetice ce este menționată în Grecia (secolul V î.e.n.). Pedagogul subliniază, că deoarece grecii nu cunoșteau cifrele moderne, ei le notau prin literele alfabetului grec. Operațiile cu astfel de numere erau destul de anevoioase. De aceea este ușor de înțeles de ce grecii au folosit procedeul de adunare cu ajutorul figurilor geometrice construite din puncte. Spre exemplu: suma primilor n termeni ai șirului numeric $1+3+5+7+9+\dots+(2n-1)$ se desenează puncte în formă de unghi drept la fiecare pătrățel din caiete. Elevii singuri deduc formula necesară deoarece figura dată este un pătrat și suma numerelor dă soluționarea ce reprezintă un număr sub formă de un pătrat perfect. Deci avem $1+3+5+7+\dots+(2n-1)=n^2$, unde $n \in \mathbb{N}$.



E. La sumarea numerelor $2+4+6+8+\dots+2n$ profesorul le propune elevilor să raționeze de sine stătător, pentru cugetare acasă.

F. Un deosebit interes reprezintă sumarea tuturor numerelor din șirul de numere naturale. Așa se adunau numerele naturale din șirul $1+2+3+\dots$. Pentru a găsi suma numerelor $1+2+3+\dots+n$, grecii construiau alături de primul triunghi, încă unul puțin deplasat cu un punct în așa fel încât să formeze un dreptunghi.



Deoarece pe fiecare latură a dreptunghiului avem sau n sau $n+1$ puncte, atunci numărul tuturor punctelor din dreptunghi va fi egal cu $n(n+1)$, sau suma $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$.

G. Un exemplu clasic îl constituie calcularea sumei boabelor de grâu necesare pentru recompensă inventatorului jocului de șah. Legenda spune, că inventatorul a cerut pentru primul carou al tablei de șah un bob (2^0), pentru al doilea – două (2^1), pentru al treilea – patru (2^2) etc., pentru fiecare carou următor de două ori mai mult decât pe cel precedent, pe ultimul – 2^{63} boabe. Această recompensă modestă la formă așa și nu a putut fi realizată: toate ambarele lumii nu ar putea să înmagazineze grâul cerut de inventator.

Calculul sumei tuturor firelor de grâu de pe fiecare carou (pătrățel) aparte, apoi boabele de pe cele 64 carouri în total este o muncă istovitoare. Numai numărul de 2^{64} are o formă de învârtit: $2^{64}=2^{20}*2^{20}*2^{20}*2^4=(2^{10})^2*2^{20}*2^4=(1024)^{10}*1048576*1048576*16=$
 $=18446744073709551616$, se citește (18 cvintilioane 446 cvadrilioane 744 trilioane 73 bilioane 709 milioane 551 mii 616) $2^{63}=9223372036854775808$. Suma numerelor $1, 2, 4, 8, 16, \dots, 9223372036854775808$ este o operație foarte complicată.

Se poate propune următoarea modalitate, fără a cunoaște suma termenilor progresiei geometrice cu rația $q=2$. Fie, într-adevăr, pentru primul carou trebuie să dea 1 bob, adică $2-1=2^1-1$. Pentru primul carou și al doilea trebuie să-i dea 3 boabe, adică $4-1=2^2-1$. Pentru primele trei cazuri trebuie să-i dea $1+2+4=7=2^3-1$. observăm o anumită regularitate, care, prin inducție ne conduce la concluzia că pentru un număr oarecare a-de cazuri trebuie să-i dea recompensa de $2*2*2*...*2-1$, adică 2^a-1 boabe. Reiese că pentru toate cele 64 cazuri de pe tabela de șah i se cuvine să primească $2^{64}-1$ boabe adică $2^{64}-1=18446744073709551615$ boabe.

3.2. Validarea experimentală a eficienței modelului didactic elaborat

Sistemul metodologic de instruire a studenților sau perfecționare profesională a profesorilor de matematică în domeniul utilizării elementelor de istorism matematic în procesul predării-învățării-evaluării matematicii include: cursul facultativ „File din istoria învățământului matematic în Moldova din secolul XV până la începutul secolului XX”, suplimentul la Curriculum-ul școlar național la matematică „Studiarea istoriei noțiunilor matematice ”și anumite tehnici de utilizare a elementelor de istorism matematic în procesul instructiv.

Instruirea preconizată constă în organizarea unui proces special de instruire a profesorilor școlari și a studenților capabil să-i orienteze spre schimbarea nivelului motivației, promovarea unei atitudini lăuntrice pozitive și dezvoltarea unei metodologii de aplicare a tehnologiilor didactice active în domeniul problematicii cercetate.

Acest concept urmărește formarea capacităților, aptitudinilor și atitudinilor de aplicare practică a noțiunilor istorico-matematice în procesul instructiv-educativ la viitorii profesori de matematică.

Caracteristicile profesionale ale unui bun pedagog, care tinde spre un stil și o măiestrie specifică doar lui, pot fi altoite prin sistemul propus:

- A. Posedarea unui volum noțional de cunoștințe științifice la istoria matematicii și a învățământului matematic în Moldova.

- B. Cunoașterea diverselor forme de organizare a momentului instructiv-educativ preconizat și a aplicării (la concret) procedeele eficiente de transmitere a cunoștințelor matematice.
- C. Operarea degajată și plastică cu noțiunile istorico-matematice în diverse contexte în corelare cu tehnologiile didactice care pot optimiza eficiența învățământului matematic.
- D. Capacitatea de a aplica în mod creativ metoda genetico-istorică prin respectarea principiilor și metodelor didactice în procesul predării matematicii.
- E. Dezvoltarea unei pasiuni lăuntrice personale față de studierea matematicii.
- F. Formarea abilităților de muncă necesare unei activități creative la nivelul realizării proiectului tezei de licență.

Plecând de la ideea că problematica utilizării elementelor de istorism matematic în procesul instruirii matematice nu este acceptată la nivelul Curriculum-ului actual, am considerat oportun să reflectăm puțin asupra soluționării problemelor de Curriculum și tehnologii educaționale în acest domeniu. Un cadru didactic care va cunoaște și va putea dezvolta o tehnică de aplicare a elementelor de istorism în practica sa de lucru inevitabil se va antrena în acțiuni de studiere, transfer și promovare a acesteia, activitate care îi poate spori atât nivelul măiestriei profesionale, cât și randamentul muncii sale de profesor școlar. În felul acesta, devine clar raționamentul potrivit căruia noi afirmăm că un cadru didactic școlar trebuie să fie format în mod special profesional, pentru a fi capabil să promoveze metoda genetico-istorică de studiere a noțiunilor în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii școlare.

Pentru a evidenția baza și a construi un astfel de sistem de instruire am reieșit din posibilitățile mijloacelor didactice și cele profesionale ale pedagogilor și studenților la momentul actual.

Aplicarea elementelor de istorism matematic, după cum am arătat anterior, permit să se formeze unele legături motivaționale, unele stereotipuri de cugetare logică și tendințe creative de căutare a modalităților de a forma noi strategii didactice, de a aplica noi tehnici în predarea-învățarea-evaluarea matematicii. Interacțiunea mijloacelor didactice aplicate în cadrul sistemului propus în corelare cu diverse forme de activitate școlară și extrașcolară duc la sporirea continuă și stabilirea unor componente motivaționale de a-și perfecționa măiestria profesională, de a-și mări volumul cunoștințelor în domeniul istoriei matematicii și a învățământului matematic, pedagogiei, psihologiei și didacticii matematicii contemporane în planul ridicării eficienței învățământului matematic școlar.

Cunoștințele obținute dau posibilitate profesorului de matematică să-și perfecționeze continuu nivelul măiestriei sale pedagogice, lucrând asupra sporirii calificării sale după un plan propus în corespundere cu Curriculum-ul școlar actual la matematică, să-și poată singur verifica

succesele și eșecurile și să descopere căile de corectare și proiectare în direcția îmbunătățirii randamentului muncii sale.

Reieșind din obiectivele procesului de formare și educare a motivației studierii istoriei matematicii universale și a învățământului matematic în Moldova, ca factori formați într-un sistem, noi am analizat în ansamblu diferite tipuri de mijloace, ca: curs facultativ și ghid suplimentar la Curriculum-ul școlar în interacțiunea și unitatea lor. Ele reprezintă un sistem, deoarece se aplică pentru realizarea obiectivelor definite anterior în corespundere cu cerințele Curriculum-ului de bază ceea ce dă dreptul de a fi caracterizat ca un sistem dezvoltativ formativ.

Acest sistem reprezintă un proces integru ca un ansamblu de părți integrale [93]. Fiecare parte studiată separat constituie ca treaptă de trecere pentru posibilitatea de a asimila noțiunile ce se conțin în următoarea treaptă, care la rândul ei servește pentru a putea trece la studierea următoarei părți și așa în continuu pe tot parcursul procesului instruirii matematicii școlare.

În baza acestui concept și a posibilităților mijloacelor didactice evidențiate, luând în considerație condițiile ce influențează asupra dezvoltării motivației la ascultătorii implicați în acest proces, putem construi sistemul prin care se va educa motivația instruirii profesionale continue, în care utilizarea metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice în cursul școlar de matematică a solicitat o reprezentare destul de concretă a structurii și funcționării lui. În continuare expunem descrierea lui.

Inițial, în baza unor analize a părerilor expuse pe marginea prelegerilor ținute profesorilor de matematică din republică și studenților facultăților de profil, în special acelor de la secția cu frecvență redusă (care practică profesiunea dată), s-a proiectat planul după care s-a efectuat experimentul eficienței utilizării metodei genetico-istorice. Pentru a compara obiectivele proiectate și rezultatul obținut în raport cu starea inițială, a fost necesar să evidențiem starea calității în formare, să aranjăm dinamica ei, să corelăm datele obținute, folosind anumite criterii obiective.

În cercetarea noastră am utilizat metodele statistice științifice bazându-ne pe recomandările despre aplicarea lor în experimentul pedagogic din educație și învățământ (A. Novak, M. Grabari, K. Krasneanskaia, D. Patrașcu) [67, 69, 113] și reieșind din obiectivele preconizate corelate cu situația la momentul dat al cercetării. Am decis să construim metodologia evidențierii rezultatelor experimentului după următorul plan.

Inițial, în 2002, au fost realizate discuții în problema utilizării elementelor de istorie a matematicii universale și a învățământului matematic în Moldova pe eșantionul format din respondenții participanți la ședințele Seminarului Republican al profesorilor de matematică (91) și al studenților anilor IV și V a Facultății Fizică și Matematică cu frecvență redusă a UST (122). În urma acestor discuții a apărut necesitatea unui atare studiu. Prin anchetare orală realizată sub

forma unui răspuns simplu: „Da” sau „Nu”, s-a stabilit motivația inițială și motivația formată după discuții. Această motivație a necesității utilizării elementelor de istorism în procesul de instruire matematică se caracterizează în felul următor:

A. Tabelul de asociere a testării a 57 de profesori de matematică, participanți la ședința Seminarului Republican (19.04.2002) are forma:

	+	-	
+	a	b	
-	c	d	
	+	-	I
+	21	2	23
-	22	12	34
II	43	14	57

Tabelul evidențiază nivelul motivației inițiale, care este sub 40,35%, iar nivelul motivației finale – de 75,43%. Se verifică ipoteza nulă H_0 .

În condițiile create, aplicăm criteriul Maknamara în cazul când $n > 20$ ($n = 22 + 2 = 24, 24 > 20$), reieșind din sursa [113, p.48], avem după formula $T_1 = \frac{(b-c)^2}{b+c}$. În cazul

$$\text{nostru } T_1 = \frac{(22-2)^2}{22+2} = \frac{20^2}{24} = \frac{400}{24} = 16, (6).$$

În aceste condiții pentru nivelul importanței $\alpha = 0,05$ valoarea critică $T_1 = 16, (6)$. Prin urmare, nu este corectă inegalitatea $T_{1 \text{ observat}} < T_{1 \text{ critic}}$, deoarece $T_{1 \text{ critic}}$ pentru $\alpha = 0,05$ este de 3,84. Acest criteriu T_1 este distribuit statistic după distribuția în conformitate cu criteriul χ^2 (hi pătrat) cu gradul de libertate $\gamma = 1$. Ipoteza H_0 se omite și se înlocuiește cu ipoteza H_1 alternativă la nivelul importanței $\alpha = 0,05$, dacă valoarea observată T_1 depășește valoarea critică statistică, ce corespunde nivelului dat al importanței $\alpha = 0,05$, care se determină după tabelul I [113, p.130], [69, p.162] a distribuției χ^2 pentru gradul de libertate „unu”.

B. Tabelul de asociație la testarea a 34 de profesori participanți la ședința Seminarului Metodic Republican al profesorilor de matematică în două ședințe din 17 mai 2002 are forma:

	+	-	
+	a	b	
-	c	d	
	+	-	I
+	26	1	27
-	4	3	7
II	30	4	34

Din tabel se observă că nivelul motivației este mai sus de mediu (76%), iar după discuțiile realizate – 88%. S-a aplicat criteriul statistic neparametric Maknamara, ca criteriu ce se folosește în cazul comparării distribuirii datelor a două totalități asupra situației unei caracteristici pe baza măsurărilor pe scara denumirilor în două selectări independente.

Prin parametrul „a” e notat numărul cazurilor în care cele două caracteristici apar asociate

având rezultatele notate în ambele cazuri cu semnul plus („da”); prin parametrul „b” – numărul de cazuri în care prima caracteristică este pozitivă („da”), iar cealaltă este negativă („nu”); prin „c” – numărul de cazuri în care prima caracteristică este negativă („nu”) iar cealaltă este pozitivă („da”); prin „d” – numărul de cazuri în care ambele caracteristici sânt notate cu semnul minus („nu”).

În aceste condiții aplicăm criteriul Maknamara: pentru $n \leq 20$ ($n=b+c=4+1=5$, $5 \leq 20$). Se determină valoarea statistică T_2 egală cu cea mai mică dintre valorile b și c, $T_2 = \min(b, c)$. În cazul nostru $T_2 = \min(4; 1) = 1$. pentru distribuția binominală când $p=q=0,5$ [113, p.41-49], avem că probabilitatea apariției valorii $T_2 \leq 1$ pentru $n=5$ este $T_2 = 0,188$ și avem că $T_2 \text{ observat} > T_2 \text{ critic}$, dar după condiții trebuie ca $T_2 \text{ obs} \leq T_2 \text{ critic}$; în cazul când nivelul importanței verificării ipotezei $\alpha = 0,05$, atunci $\frac{\alpha}{2} = 0,025$ și avem că $0,188$ nu este mai mic sau egal cu $0,025$ ci $0,188 > 0,025$. Prin urmare ipoteza nulă H_0 se omite la nivelul importanței ales și se acceptă ipoteza alternativă H_1 .

Dacă aplicăm coeficientul de asociație Q la frecvența corespunzătoare a produsului „ad” care arată gradul de realizare a legăturii dintre caracteristici, iar produsul „bc” – lipsa acestei legături [67, p.28], [69, p.155], unde $Q = \frac{ad - bc}{ad + bc}$, atunci avem:

$$Q = \frac{26 \cdot 3 - 4 \cdot 1}{26 \cdot 3 + 4 \cdot 1} = \frac{78 - 4}{78 + 4} = \frac{74}{92} = 0,8.$$

Coeficientul Q calculat arată că nivelul motivației în cazul dat are o sporire substanțială:

C. Tabelul de asociație la testare a 122 de studenți ai Facultății de Fizică și Matematică (cu frecvență redusă) a UST, adică profesorii ce practică predarea matematicii în școlile din republică, are forma:

	+	-	I
+	79	2	81
-	21	20	41
II	100	22	122

considerăm și cercetăm aceleași condiții ale ipotezelor H_0 și H_1 .

În acest caz nivelul inițial al motivației utilizării elementelor de istorism matematic în procesul instruirii este de 66,39%, cel final este de 81,9%, constituind o sporire de 17%.

Aplicând criteriul Maknamara în cazul $n \geq 20$ ($n=b+c=23$, $23 > 20$), după formula: $T_1 = \frac{(b-c)^2}{b+c}$

din [334,p.48], avem $T_1 = \frac{(21-2)^2}{21+2} = \frac{19^2}{23} = \frac{361}{23} = 15,69$

În acest caz pentru nivelul importanței $\alpha = 0,05$ valoarea observată $T_{1\text{ observat}} = 15,69$ prin urmare, mai este corectă inegalitatea $T_{1\text{ observat}} < T_{1\text{ critic}}$ ($15,69 < 3,84$). De aceea ipoteza nulă este anulată la nivelul importanței $\alpha = 0,05$ și se privește ipoteza de alternativă H_1 .

Din datele experimentului am constatat că obiectivele educării motivației de a utiliza metoda genetico-istorică și a de cunoaște istoria învățământului matematic, realizarea rezultatelor preconizate sau proiectate constau în formarea și educarea motivației corespunzătoare unui nivel mai înalt decât cel inițial. Pentru aceasta este necesar de construit sistemul unui model de ridicare a stării motivaționale a profesorilor de matematică la un nivel mai superior decât s-a constatat inițial.

Testările eșantionului profesorilor de matematică au fost efectuate la un interval de o lună între ele (19 aprilie și 17 mai 2002), iar a studenților la un interval de 5 luni (ianuarie și iunie 2002). Pe acest parcurs ei au avut posibilitatea să aplice în mod practic elemente de istorism matematic în procesul predării matematicii și au constatat că aceste elemente noi îmbogățesc cu mult expunerea materiei de studiu, variază formele și metodele de predare, le fac cunoscute cu diverse tehnici de predare a temei noi. Elementele de istorism matematic trezesc curiozitatea și interesul la elevi. În consecință cunoștințele matematice noi devin mai accesibile și mai temeinice.

O dată cu interesul și curiozitatea la elevi, se educă și o atitudine pozitivă urmată uneori de o pasiune pentru armonia și frumosul relațiilor din matematică.

Plănuind proiectul experimentului, noi am preconizat să altoim la studenții Facultății de Fizică și Matematică, prin concursul cursului facultativ, anumite abilități și atașament de aplicare a cunoștințelor din istoria matematicii și a învățământului matematic în procesul de predare-învățare-evaluare, care pot fi verificate încă în cadrul studiilor la facultate și pe parcursul practicii pedagogice active. În cadrul orelor de curs la obiectul Metodica Predării Matematicii la metodicele particulare (teme concrete) trebuie de aplicat metoda genetico-istorică. Metoda în cauză trebuie aplicată în conformitate cu prevederile ghidului propus la Curriculum-ul Național actual la matematică „Elemente din istoria matematicii în predarea-învățarea noțiunilor matematice în învățământul primar și gimnazial”. Este necesar să cultivăm un interes lăuntric fără de istoria matematicii și istoriei învățăturii matematice naționale. Prevederile acestui sistem în corelarea cu sarcinile didactice ale obiectelor de studiu din planurile de învățământ de la facultate poate deveni un potențial valoros în pregătirea unui bun pedagog. În cadrul orelor de curs la MPM (Metodica Predării Matematicii) studenții au fost puși în situația de a determina de

sine stătător cea mai rațională deci și optimală tehnică de determinare a expunerii temei noi. Situația din cadrul orelor de studiu la MPM nici pe departe nu poate înlocui realitatea în care are loc procesul instructiv, însă aceasta este o modalitate de a practica și a se antrena în metodologia utilizării diverselor tehnici de predare-învățare-evaluare a matematicii în școala de cultură generală.

Testările studenților au urmărit obiectivul: de a determina metodologia predării profesional-pedagogice a studenților Facultății de Fizică și Matematică în utilizarea corectă în practică a învățării matematicii prin metoda genetico-istorică. Testarea a avut loc inițial la începutul cursului facultativ și la sfârșitul acestui curs. Au fost anchetați 129 de studenți din cursurile IV și V în anii de învățământ 2003-2004 și 2004-2005.

Tabelul sumativ de asociație se prezintă astfel:

I, II	+	–	I
+	61	13	74
–	26	29	55
II	87	42	129

Utilizând criteriul Maknamara, s-a determinat 57,36%, către sfârșit 67,44%. Diferența dintre nivelurile motivaționale inițial și final nu este substanțial deoarece studentul încă nu simte profund necesitatea practică acută de asemenea informații, ca profesorul care activează practic. La profesorii practici nivelul motivațional este mai sporit. Din 129 de studenți au dat la răspunsuri afirmative ambele testări 61,26% (la prima testare răspunsul pozitiv, iar la a doua negativ), 29 au dat răspunsuri negative la ambele testări, 13 au dat răspuns pozitiv la prima testare, iar la a doua – negativ. În aceste condiții este util a aplica criteriul Maknamara pentru compararea nivelurilor de realizare a ipotezei, deoarece avem adevărate toate accepțiile criteriului.

Din tabelul 2x2, indicat mai sus se verifică ipoteza nulă H_0 : că „nu există diferență între niveluri de instruire și fără realizarea metodei genetico-istorice în învățarea matematicii școlare, având alternativa H_1 : „Nivelul de realizare a metodei genetico-istorice arată o motivare sporită a cadrului didactic fără de cunoașterea istoriei noțiunilor matematice”

În aceste condiții pentru verificarea ipotezei H_0 se aplică criteriul Maknamara pentru $n > 20$ ($n = b + c = 26 + 13 = 39$, $39 > 20$). Calculăm valoarea statistică a criteriului T_1 după formula [113, p.48].

$$T_1 = \frac{(b - c)^2}{b + c} = \frac{(26 - 13)^2}{26 + 13} = \frac{13^2}{39} = \frac{169}{39} = 4,33.$$

Pentru nivelul importanței $\alpha = 0,05$, $T_{critic} = 3,84$. Prin urmare, justă este inegalitatea $T_{observat} > T_{critic}$. În acest caz H_0 este respinsă la nivelul importanței $\alpha = 0,05$, și se admite

ipoteza alternativă H_1 . Astfel, putem admite concluzia că utilizarea metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice sporește cu mult motivația studenților de a cunoaște istoria matematicii și învățământului matematic autohton și metodologia aplicării anumitor tehnici de utilizare a acestei metode în practică. Aceste cunoștințe constituie un potențial valoros apt să sporească randamentul muncii eficiente a cadrului didactic.

Lucrul efectuat cu studenții în cadrul sistemului didactic elaborat este doar un început, ce poate servi drept imbold în munca creativă de cercetător și experimentator. Doar în asemenea condiții fiecare profesor de matematică poate deveni un pedagog de performanță.

În anul 2004-2005 s-a efectuat o testare mai amplă în cadrul Facultății de Fizică și Matematică a UST a unui grup de 28 de studenți la mai mulți parametri, înainte și după finalizarea studierii cursului facultativ. O testare analogă s-a efectuat în octombrie 2005 cu 24 de studenți ai Facultății de Economie, Informatică și Matematică a US din Cahul, tot la începutul și la finalizarea discursului, și doar Ancheta 02 din Planșa XVIII – numai cu grupa 52 (10 studenți).

Testarea în ambele cazuri a avut aceiași itemi din anchetă, prin care s-a urmărit veridicitatea obiectivelor preconizate și a constat din 2 anchetări: prima – alcătuită din 8 itemi (Planșa XVIII, Ancheta 03) cu modalitatea de alegere în trei variante (da, nu, nu știu), al doilea dintr-o singură întrebare (Planșa XVIII, Ancheta 02) cu modalitatea de alegere a preferinței din 5 răspunsuri (5-sigur că da, 4-da, 3-nu știu, 2-nu, 1-imposibil).

S-a utilizat o prelucrare a datelor după criteriul statistic al parametrilor calitativi.

Calcularea raportului procentual al parametrilor calitativi către totalitatea respondenților ne arată că moda este la răspunsul *da* și în special la itemii 6,7,1,2,4,3 (în ordinea descendentă, vezi tabelul alăturat) ceea ce constituie respectiv: 95,83 %, 91,66 %, 87,5 %, 62,5 %, 54,16 %. Mai puțin evidențiat se observă la itemii 8 și 5 dar totodată este evidențiată atașarea negativă restrânsă 20,8 %, 12,5 %. Moda determină acei itemi care sânt solicitați și se bucură de popularitate în rândurile studenților. În total atașarea pozitivă față de test se realizează la „da” – prin 70,83 %, „nu știu” prin 20,82 % și „nu” – prin 8,33 %.

Tabelul la Ancheta 03 din Planșa XVIII:

	Da	Nu știu	Nu
1	87,5 %	8,33 %	4,17 %
2	87,5 %	8,33 %	4,17 %
3	62,5 %	37,5 %	0 %
4	54,16 %	29,16 %	16,68 %
5	45,83 %	41,66 %	12,51 %
6	95,83 %	4,17 %	0 %
7	91,66 %	0 %	8,34 %
8	41,66 %	37,5 %	20,84 %
Total răspunsuri	70,83 %	20,83 %	8,34 %

La Ancheta 01 din Planșa XVIII la întrebarea „Studierea genetico-istorică a noțiunilor matematice contribuie la însușirea cunoștințelor matematice în mod conștient și temeinic” au fost testați 34 de studenți. Tabelul preferințelor până la începutul discuțiilor și după discuții poate fi următorul:

I testare					II testare				
5	4	3	2	1	5	4	3	2	1
3	14	11	6	0	18	14	2	0	0

După perechile de preferință:

- a) egale 9 perechi 0 schimbări
- b) +1 14 perechi
- c) +2 11 perechi
- d) negative _____

După compararea răspunderilor preferințelor scrise în formă cifrată la prima testare se observă că studenții nu prea au încredere în eficiența utilizării metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice (50 %). Lipsește motivația de a cunoaște o atare metodă.

După datele din Ancheta 02 din Anexa XVIII se observă o schimbare calitativă, printre care mai mult de jumătate sânt răspunsurile de tipul „*sigur că da*”. Din analiza perechilor progresive (+1, +2) se vede că doar nouă respondenți au rămas pe aceleași poziții care au fost la început. Este de remarcat că printre cele 6 perechi doar una este (3; 3), 5 perechi de tipul (4; 4) și 3 perechi de tipul (5; 5) 11 respondenți și-au schimbat radical părerea cu 2 poziții, iar 14 cu o poziție. Cu alte cuvinte, partea calitativă a testării este de $5+3+11+14=33$ (respondenți), ceea ce constituie 97,05%. Aceste rezultate denotă că problema pusă în discuție prezintă interes pentru studenții ce studiază științele reale. Datele din Ancheta 02 din Anexa XVIII pot fi supuse, firește, unei prelucrări statistice și după criteriul χ^2 (hi pătrat) care confirmă aceleași rezultate.

Analizând datele mai des din Anchetele 02 și 03 am observat că studenții manifestau un mare interes pentru astfel de întrebări, ca: a) istoria apariției unităților de măsură atât populare autohtone cât și metrice internaționale; b) istoria apariției unor metode originale populare de soluționare a anumitor probleme, ca: metoda balanței, reducerii la unitate, regula de trei, mersul retrograd, falselor poziții etc.; c) istoria apariției denumirilor operațiilor (cifrelor) aplicarea acestor cunoștințe în practica de lucru. Studenții participau activ la discuțiile organizate și își expuneau părerile lor. A apărut o tendință clară de a consulta și utiliza literatura recomandată suplimentar. Toate acestea ne vorbesc despre realizarea posibilităților obiectivelor preconizate prin aplicarea metodei genetico-istorice în formarea atitudinii și a unei convingeri personale de a lucra creativ.

Să vedem ce schimbări au avut loc în dezvoltarea motivației în rezultatul activităților

menționate?

La majoritatea celor ce au participat la experiment a apărut un interes special față de studierea istoriei matematicii și a învățământului matematic. Aceasta, la rândul ei, a provocat extinderea interesului față de noi tehnici și tehnologii de predare-învățare-evaluare a matematicii. Majoritatea ascultătorilor s-au străduit de să-și facă un anumit portofoliu de date și notițe la tema dată. La mulți dintre ei a apărut tendința spre autoinstruire, de a aplica noi procedee și tehnici de predare a unei teme noi, tendința de a cerceta, improviza, verifica justetea aplicării celor realizate. Componentele motivației formate au căpătat un caracter stabil de căutare la majoritatea ocupațiilor.

Cercetarea efectuată nu poate da un răspuns amplu la întregul tablou motivațional al studentului, deoarece noi nu am analizat în multiple planuri: sociale, economice, etc. această problemă; ci doar într-un recurs didactic îngust. Totuși în parametrii considerați, problema a arătat că este actuală și soluționarea ei corectă ar aduce foloase considerabile în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii. Datele obținute arată că scopul experimentului de a elabora bazele metodologice ale construirii unui sistem didactic ce ar asigura logica motivației studierii aplicării metodei genetico-istorice în procesul predării-învățării-evaluării matematice școlare a fost, în general, atins și avem temei pentru a face câteva concluzii:

- Procesul studierii noțiunilor matematice trebuie corelat cu aplicarea metodei genetico-istoric, care se realizează prin aplicarea sistemului didactic elaborat.
- Motivația studierii noțiunilor matematice este legată de formarea unei măiestrii profesionale performante.
- Logica dezvoltării motivației și a sistemului elaborat s-a planificat ținându-se cont de starea motivațională inițială.
- Sistemul didactic elaborat nu va da efectul cuvenit, dacă nu vor fi supuse restricțiilor principiile fundamentale (3.1.5).
- Sistemul elaborat este suficient, însă nu este absolut. El poate fi supus anumitor modelări: perfecționare, extindere, completare. Suficiența lui este asistată de cunoașterea posibilităților de utilizare a unor mijloace tehnice, particularități specifice de studiere a noțiunilor matematice.
- Cercetările efectuate au confirmat, în linii generale, adevărul ipotezei înaintate despre construirea modelului didactic elaborat, ce asigură eficiența însușirii cunoștințelor matematice în procesul instructiv matematic.

În final putem constata că utilizarea elementelor de istorism matematic îmbogățesc potențialul didactic al orelor de matematică și poate contribui substanțial la o însușire cât mai tehnică a cunoștințelor matematice.

CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

Către începutul secolului al XX-lea în Moldova s-a constituit un anumit sistem de instituții de învățământ: casa părintească, școala primară, gimnazii, licee, universitate, academie. În aceste instituții tânără generație căpăta anumite cunoștințe de carte, printre care și matematice. În această perioadă școala națională a căpătat o orientare realistă, destul de pronunțată.

1. Perioada de timp cuprinsă între anii 1400-1920 constituie acel interval în care s-a format sistemul de învățământ în Moldova ca sistem de stat.

- a) Școala a parcurs în această perioadă calea de la niște școli sporadice mănăstirești, parohiale, bisericești, de familie, particulare etc. până la instituții de stat (școli primare, gimnazii, licee, universități), căpătând către începutul secolului XX o orientare cât mai realistă și cu o structură bine determinată.
- b) Tutela școlii și dirijarea procesului de instruire inițial era încredințată unui oarecare stareț de la mănăstire, apoi Epitropiei, iar către sfârșitul secolului al XIX-lea Ministerului Învățământului Public, când apar și instituțiile pedagogice, care dictează o anumită ghidare metodologică.
- c) Tiparul care a apărut în Moldova în secolul al XVI-lea a adus cu sine o utilizare mai largă a unui conținut constant strict al matematicii și elaborarea manualelor respective.
- d) Inițial procesul de predare-învățare a învățământului matematic depindea de cunoștințele enciclopedice ale fiecărei persoane aparte și fiecare dascăl își avea conspectul său, apoi cu apariția tiparului se începe perioada când procesul instructiv poate fi dirijat de către stat.

În perioada menționată școala națională s-a afirmat printr-o luptă aprigă de a pune limba poporului băștinaș, la locul ei firesc, anume în predarea disciplinelor școlare.

2. Obiectul matematica, ca disciplină școlară s-a transformat dintr-un obiect inițial numit ambak (chambak), de un volum expus fragmentar în unele cărți bisericești – în manuale separate pe discipline cu un volum de cunoștințe temeinice și strict sistematizate strâns legate prin teoria expusă de matematica știință. Conținutul învățământului matematic a evoluat continuu de la niște înserări din cărțile bisericești până la materii fundamentate științific repartizate pe discipline separate. Tehnologiile didactice și metodologia predării-învățării disciplinelor matematice școlare formau deja un aparat destul de eficient (conținuturi, principii, metode, mijloace, forme) de studiere a matematicii, care era mai desăvârșit în clasele primare.

Cele mai noi realizări ale metodologiei predării-învățării matematicii deveneau un bun comun al fiecărei instituții de învățământ aparte în mod gratuit. Toate instituțiile de învățământ erau înzestrate cu manuale, literatură metodică și mijloace didactice necesare pentru sporirea

eficienței instruirii.

3. Metodologia predării-învățării disciplinelor matematice școlare s-a constituit în mod analog după cum s-au constituit disciplinele respective: întâi s-a conturat mai clar metodologia predării-învățării aritmeticii, apoi metodologia predării-învățării geometriei, deoarece ambele discipline au avut o largă aplicare în practica cotidiană, concomitent, în același interval de timp, mai apoi s-au cristalizat caracteristicile principale ale metodologiilor predării-învățării trigonometriei, algebrei și abia tocmai către începutul secolului XX – metodologia predării-învățării elementelor de matematică superioară. Toate aceste realizări au o dezvoltare continuă și la etapa actuală. Ele pot forma un potențial informațional valoros de cunoștințe referitor la învățământul matematic, care fiind utilizat chibzuit ar spori substanțial calitatea însușirii cunoștințelor matematice la un nivel mult mai înalt decât cele medii statistice.

4. Tendințele actuale de a spori eficiența învățământului matematic, transformările ce se produc în sistemul de pregătire a profesorilor școlari au relevat necesitatea elaborării unui nou concept în domeniul studierii noțiunilor matematice, în cel al cunoașterii evoluției istoriei matematicii universale și al învățământului matematic în Moldova. Acest concept a fost pus la baza construirii modelului didactic elaborat ca modul de formare profesională inițială și continuă a cadrului didactic de profil matematic.

5. Aplicarea metodologiei formării cadrelor didactice în problematica aplicării metodei genetico-istorice de studiere a noțiunilor matematice a argumentat importanța acestuia în formarea unor competențe pedagogice creative novatoare, care de rând cu cunoașterea obiectului, metodicii predării și a altor componente ale procesului instructiv ar putea contribui la sporirea eficienței însușirii noțiunilor matematice. Cercetarea stării motivației aplicării acestor cunoștințe în procesul predării-învățării matematicii în eșantioanele alese de profesori școlari și studenți a demonstrat că o astfel de stare a motivației atestate nu corespunde nivelului cerințelor înaintate școlii contemporane de către condițiile social-economice ale societății.

6. Experimentul realizat a demonstrat ipoteza înaintată și anume:

- Metodologia elaborată poate contribui la formarea calitativă a unor competențe profesionale a cadrului didactic în raport cu utilizarea elementelor de istorism matematic și asigurarea unor rezultate de însușire a noțiunilor matematice mai înalte în raport cu cele medii statistice;
- Manualele, suporturile metodice trebuie să posede un conținut elaborat în conformitate cu istoria și cultura națională, adaptate la realitățile actuale autohtone;
- Instituțiile de învățământ de profil pedagogic ar fi de dorit să prevadă în planurile de învățământ modalitatea includerii unui curs de studiere a istoriei învățământului matematic din Moldova.

În aceste condiții se impun următoarele recomandări:

1. Cercetarea efectuată poate fi utilizată în:
 - extinderea orizontului cultural general-uman în domeniul tematicii date;
 - elaborarea unei motivări genetico-istorice corecte a postulatelor fundamentale ale didacticii matematicii moderne și a istoriei acesteia;
 - efectuarea unor investigații istorico-didactice în domeniul oricărei discipline de studiu școlar din ciclul științelor reale;
 - elaborarea manualelor de matematică cu colorit național;
 - îmbogățirea informației faptologice din domeniul didacticii și istoriei matematicii din Moldova cu date legate de istoria neamului.
2. Elaborarea cursului facultativ experimental „*File din istoria învățământului matematic în Moldova din secolul XV până la începutul secolului XX*” poate contribui la: a) formarea competențelor în domeniul istoriei matematicii și al învățământului matematic din Moldova; b) dezvoltarea unei gândiri creativ-inovative în domeniul studierii noțiunilor matematice; c) formarea unei atitudini lăuntrice, a unei pasiuni profesionale de perfecționare continuă a măiestriei pedagogice personale, ca unele componente utile în procesul îndrumării profesionale a cadrului didactic în arta pedagogiei aplicative moderne.
3. Ghidul metodic propus „*Elemente din istoria matematicii în predarea-învățarea noțiunilor matematice în învățământul primar și gimnazial*” este destinat profesorilor de matematică pentru a putea optimiza procesul instructiv al învățământului matematic.
4. Utilizarea metodei genetico-istorice în procesul studierii matematicii este un factor ce poate aduce doar foloase în formarea inițială și continuă a cadrului didactic. Această metodă este ca un indicator în raționamentul logic și nicidecum înlocuirea lui, este un izvor de idei ingenioase, miraculoase.
5. Cadrul didactic trebuie să poată corela cunoștințele istorico-matematice universale cu cele autohtone. Fiecare temă trebuie să includă în sine etapele de studiere a noțiunilor și tehnologiile educaționale adecvate de însușire a lor, cerințe absolut necesare față de asimilarea conștientă și temeinică a cunoștințelor matematice.

Rezultatele obținute și reflectate în teză pot fi utilizate la dezvoltarea Curriculum-ului Național la matematică, a manualelor școlare, la redactarea continuă a cursului de istorie a învățământului matematic necesar pentru studenții facultăților de profil, precum și a ghiurilor metodice privind pregătirea specială și profesională a profesorului de matematică.

Cercetarea nu este exhaustivă. Pe viitor necesită a fi cercetate: a) moștenirea metodico-

didactică a pedagogilor eminenți și impactul acestor opere asupra metodicii predării matematicii moderne; b) elaborarea manualelor de matematică, integrarea lor cu colorit național, legate de realitățile autohtone; c) elaborarea unui conținut științific matematic autohton adecvat în conformitate cu cerințele societății; d) elaborarea unor tehnologii didactice eficiente, aferente, bazate pe tradițiile seculare autohtone ș.a.

BIBLIOGRAFIE

1. Achiri, I., Cibotarenco, E., Gaidargi, Gh., Solomon, N., Turlacov, Z. *Metodica predării matematicii în școala medie*. Chișinău: Lumina, 1992, v.I, 281p.
2. Achiri, I., Cibotarenco, E., Gaidargi, Gh., Kirjner, T., Plîngău, V., Solomon, N., Turlacov, Z. *Metodica predării matematicii în învățământul preuniversitar. Metodica predării algebrei și elementelor de analiză matematică*. Chișinău: Lumina, 1995, v.II, 479p.
3. Achiri, I., Anastasiei, M., Cibotarenco, E., Solomon, N., Turlacov, Z. *Metodica predării geometriei în învățământul preuniversitar*. Chișinău: Lumina, 1997, v.III, 510p.
4. Adăniloae, N. *Istoria învățământului primar (1859-1918)*. București: Cris Book, 1968, 411p.
5. *Analele științifice ale Universității „Al. Ioan Cuza” din Iași*: Supliment istoric. Tomul XXX. „Universitatea din Iași” (1880-1985). Pagini din istoria învățământului românesc. Iași: Universitate, 1987, 292p.
6. Anastasiei, M. *Metodica predării matematicii*. Iași: Universitate, 1985, 141p.
7. Andonie, Gh. *Istoria matematicii în România*. București: Editura științifică 1965, v.I, 411p.
8. Andonie, Gh. *Istoria matematicilor aplicate clasice din România*. București, Editura științifică, 1971, 342p.
9. Andreescu, C. I. *Istoricul Liceului Național din Iași (1835-1935)*. Iași: Junimea, 1940, 103p.
10. Asachi, Gh. *Elemente de matematică. Aritmetica*. Iași: Albina, 1836, 208p.
11. Asachi, Gh. *Algebra pentru clasele colegiale de gradul II*. Iași: Albina, 1837, 120p.
12. Asachi, Gh. *Geometrie elementară pentru clasele colegiale de gradul II*. Iași: Albina, 1838, 312p.+8p. cu desene.
13. Asachi, Gh. *Despre metod*. Iași: Albina, 1840, 34p.
14. Asachi, Gh. *Relațiunea istorică asupra școlilor din Moldova*. Iași: Albina, 1838, 28p.
15. Asachi, Gh. *Expoziția stării învățăturilor publice din Moldova de la a lor restatornicire 1828 până în anul 1843 și cu un proiect pentru a lor reformă*. Iași: Albina, 1845, 24p.
16. Asachi, Gh. *Creșterea învățăturii publice în Moldova*. Iași: Albina, 1858, 21p.
17. Asachy, Gh. *Raport sur l'etat de l'instruction publique en Moldavie pour l'annee scolaire 1839-1840*. Yassi: Institute de l'Abeille, 1841, 15p.
18. A.S.M. (Arhiva de Stat a Republicii Moldova): fondurile 152, 156, 159, 162, 172, 176, 197, 316, 318, 1946, 2948, 2991, 3043, 3088, 3110, 29917.
19. Bădăreanu, G. *Academia Mihăileană (1835-1848)*. Iași: 1987, 103p.
20. Bârsănescu, Șt. *Academia Domnească din Iași 1714-1821*. București: E.D.P., 1962, 131p.
21. Bârsănescu, Șt. *Educația, învățământul, gândirea pedagogică din România. Dicționar cronologic*. București: Editura științifică și enciclopedică, 1978, 208p.
22. Bârsănescu, Șt. *Pagini nescrise din istoria culturii românești (sec. X-XIV)*. București: Editura Academiei de Științe Române, 1971, 185p.
23. Bârsănescu, Șt. *Shola latină de la Cotnari*. București: E.D.P., 1957, 142p.

24. Bontaș, I. *Pedagogie*. București: All Educational, 1998, 382p.
25. Both, N. *Istoria matematicii*. Cluj –Napoca: All Media Group, 1999, 256p.
26. Bucun, N., Musteața, S., Guțu, V., Rudic, Gh. *Bazele științifice ale dezvoltării învățământului în Republica Moldova*. Chișinău: Prometeu, 1997, 400p.
27. Calmuțchi, L., Cojocaru, I. *Din istoricul dezvoltării conținutului programelor analitice de matematică din Moldova. // Acta et commentationes. Analele Universității de Stat din Tiraspol*. Chișinău: U.S.T., 2003, v.III, p.82-92, 241p.
28. Calmuțchi, L., Cojocaru, I., Dodon, N. *Școala națională și învățământul matematic în concepția pedagogilor autohtoni // Materialele Simpozionului științific Jubiliar „Ștefan cel Mare și Sfânt: 500 ani de nemurire”*. Chișinău: U.S.T., 21-22 mai 2004, partea a II-a, p.14-18, 100p.
29. Camariano-Cioran, M. *Academiile domnești din București și Iași*. București: E.D.P., 1971, 197p.
30. Carboneanu, M. *Curs teoretique et pratique de pedagogie*. Bologna: 1860, 284p.
31. *Carte trebuincioasă pentru dascăli*. Viena: 1781, v.I, 112., v.II, 133p.
32. Câmpan, F. *De la școala lui Gheoghe Lazăr la institutele tehnice de azi*. București: Editura Ion Creangă, 1980, 167p.
33. Câmpan, F. *Geometria și trigonometria lui Gh. Asachi și a lui Gh. Lazăr // Analele Științifice ale Universității „Al. Ioan Cuza” din Iași*. Iași: 1956, v. II, p.171-177, 481p.
34. Câmpan, F. *Primele algebre tipărite în România // Studii și cercetări științifice. Academia de Științe Române, filiala Iași, secția fizică-matematică*. Iași: 1956, v.VI, nr.1-2, p.172-175, 394p.
35. Câmpan, F., Rimer, D. *Istoricul programelor analitice de matematică din țara noastră // Analele Științifice ale Universității „Al. Ioan Cuza” din Iași (seria nouă), secțiunea I, fasc.1-2*. Iași: 1955, t. I, p.401-414, 483p.
36. Cibotaru, T. *Istoria învățământului și a gândirii pedagogice în Moldova*. Chișinău: Lumina, 1991, 335p.
37. Cihodaru, C. *Învățământul în Moldova în sec. XV-XVIII*. București: E.D.P., v. I, 223p.
38. Cojocaru, V. *Planurile de învățământ în contextul reformelor școlare*. Chișinău: Știința, 1997, 288p.
39. Comenius, I. A. *Didactica magna*. București: E.D.P., 1970. 348p.
40. Comenius, I. A. *Lumea sensibilă în imagini*. București: E.D.P., 1958, 123p.
41. Costescu, Gh. N. *Metodica matematicii*. București: Editura Viața Românească, 1921, 207p.
42. Costinescu, Al. *Memoriu cu privire la pricinile ce au împiedicat propășirea înțelepciunii publice. // Revista generală a învățământului. Anul IV*. București: 1900, Nr2, p.49-53, 73p.
43. *Curriculum Național. Programe pentru învățământul liceal. Matematica și științe*. Chișinău: Pro Didactica, 1999, 159p.
44. *Curriculum de matematică. Clasele a V-IX*. Iași: Editura Dosoftei, 2000, 83p.
45. *Curriculum școlar pentru clasele a I-IV. Matematica*. Chișinău: Liceum, 1997, 62p.

46. Diesterweg, F. *Texte pedagogice alese*. București: E.D.P., 1963, 223p.
47. *Din istoria pedagogiei românești. Culegere de studii*. București: E.D.P., 1956, 372p.
48. Enescu, N. *Gheorghe Asachi – organizatorul școlilor naționale din Moldova*. București: E.D.P., 1952, 351p.
49. Enescu, N. *Gheorghe Asachi*. București: E.D.P., 1971, 331p.
50. Eminescu, M. *Scrieri pedagogice*. Iași: Junimea, 1977, 192p.
51. Eșanu, A. *Contribuții la istoria culturii românești*. București: Editura fundației culturale Române, 1997, 379p.
52. Goraș, I. V. *Învățământul românesc în ținutul Suceava (1775-1918)*. București: E.D.P., 1975, 209p.
53. *Histoire mondial de l'éducation*. Paris: Press Universitaire, 1981, 470p.
54. Hotiniul, Amfilohie. *Elemente aritmetice arătate firești*. Iași: 1795, 168p.
55. Iarcu, Dm. *Măsuri și greutăți cu sistema metrică sau Aritmetica socială*. București: 1857, 217p.
56. Iorga, Nicolae. *Istoria învățământului românesc*. București: E.D.P., 1971, 175p.
57. Isopescu, D. *Planul și programa de învățământ după legea din 1869*. Cernăuți: 1898, 72p.
58. Iușkevici, A.P. *Istoria matematicii în Evul Mediu*. București: Editura științifică, 1963, 494p.
59. Kolman, E. *Istoria matematicii în antichitate*. București: Editura științifică, 1963, 250p.
60. Manolache, A., Pârnuță, Gh. *Istoria învățământului din România*. București: E.D.P., 1992, v.1, 470p. v.2, 495p.
61. Marian, Victor. *Primele aritmetici din Bucovina // Gazeta Matematică*. Anul XLVIII, nr.11, 1942, p.52-54, 129p.
62. *Matematica, conținutul, metodele și importanța ei. Academia de Științe a U.R.S.S., Institutul de matematică, „Steclov V.A.”*. București: Editura științifică, 1960, 381p.
63. Milescu-Spătarul, Nicolae. *Aritmologia și etica*. București: Minerva, 1982, 73p.
64. Moise, Constantin. *Școala activă în România până la mijlocul sec. XX*. București: E.D.P., 1983, 215p.
65. Niculiță, I. *Geții și Dacii în sec. II-I î.e.n. // Pedagogul sovietic*. 1989, nr.7, nr.10, nr.11
66. Nisipeanu, I., Costescu, Ch. *Metodica aritmeticii*. București: 1910, 313p.
67. Novak, A. *Ghid statistic pentru cercetările din educație și învățământ*. București: Editura Litera, 1988, 83p.
68. Oprea, Olga. *Didactica nova*. Chișinău: Lumina 1992, v.I, 294p. v.II, 283p.
69. Patrașcu, Dm., Patrașcu, L., Mocrac, A. *Metodologia cercetării și creativității psiho-pedagogice*. Chișinău: Știința, 2003, 252p.
70. Patrașcu, Dm. *Tehnologii educaționale*. Chișinău: F.E-P. „Tipografia centrală”, 2005, 702p.
71. Pârnuță, Gh. *Istoria învățământului și gândirii pedagogice din Țara Românească în secolele 17-19*. București: E.D.P., 1971, 392p.
72. Pestalozzi, I. H. *Cum își învață Ghertruda copiii*. București: E.D.P., 1977

73. Piaget, Jean. *Psihologia și pedagogia*. București: E.D.P., 1972, 231p.
74. Popescu-Spineanu, Marin. *Instituții de înaltă cultură din Moldova 1562-1930*. Vălenii de Munte: 1932, 183p.
75. *Regulamentul Organic*. București: 1832, 411p.
76. *Regulamentul Organic a Principatului Moldovei*. Eșii: Tipografia Albinei, 1837, 398p.
77. Rimer, D. *Contribuțiile unor matematicieni la dezvoltarea metodicii predării matematicii. // Analele științifice ale Universității "Al. Ioan Cuza" din Iași*. Iași: sec.I, fasc.1-2, 1955, t.I, pag. 497-807, 813p.
78. Roșca, L., Roșca, S. *Istoria și filosofia culturii antice*. Chișinău: Universitas, 1998, 223p.
79. Rus, Ioan A., Muntean, E. *Matematica și informatica: trecut, prezent și viitor*. Cluj Napoca: Promedia-Plus, 1998, 195p.
80. Semirevici, V. *Contribuiți la didactica matematicii*. București: 1915, 239p.
81. Stamatescu, I., Popp, Tr. *Îndrumări metodice*. Iași: 1913, 237p.
82. Stanciu, Ion Gh. *O istorie a pedagogiei universale și românești până în anul 1900*. București: E.D.P., 1977, 396p.
83. Stanciu, Ion Gh. *Istoria pedagogiei*. București: E.D.P., 1998, 196p.
84. Teodorescu, Andrei. *Aritmetica sau învățătura socotelilor acum întâia oară întocmită în acest chip pentru folosul tinerilor din seminarul Socolei*, Eșii: Tipografia Albinei, 1839, 239p.
85. Tetușan, Ilie P. *Din istoria pedagogiei românești*. București: E.D.P., v.I, 1966, 397p.
86. Tofan, G. *Școala primară în Bucovina*. Vălenii de Munte: 1909, 194p.
87. Toth, Al. *Apariția și răspândirea cifrelor în țările Române*. București: Editura tehnică, 1972, 136p.
88. Toth, Al. *Primele manuscrise matematice române din Transilvania*. Cluj-Napoca: Editura Dacia, 1974, 85p.
89. Ufer Ch. *Pedagogia lui Herbart*. București: Viața școlii, 1924, 215p.
90. Urechea, V. *Istoria școalelor*. București: 1892. v.I, 316p., v.II, 212p., v.III, 328p., v.IV, 469p.
91. Ursu, N. A. *Formarea terminologiei științifice românești*. București: Editura tehnică, 1962, 328p.
92. Ușinski, K. *Omul ca subiect al educației. O experiență de antropologie pedagogică*, București: E.D.P., 1975, 235p.
93. Vătavu, A. *Formarea motivației activității de instruire în procesul studierii disciplinelor grafice // Teză de doctor în științe pedagogice*. Chișinău, 2000, 14p.
94. Андронов И.К. *Полвека развития школьного математического образования в СССР*. Москва: Просвещение, 1967, 321стр.
95. Андронов, И.К. *Три этапа развития методики школьного математического образования в XIX-XX веках. // Математика в школе*, 1967, нр.4, стр.33-35.
96. Андрус, О. Г. *Очерки по истории школ Бессарабии и Молдавской ССР в первой половине XX века*. Кишинэу: Шкоала советикэ, 1952, 73стр.

97. Аржеников, К. П. *Методика начальной арифметики*. Москва-Петроград: 22-ое издание, 1916, 403стр.
98. Бархов, Г. *Руководство алгебры*. Москва, 1915, 231стр.
99. Белобородова, С. А. *Профессиональная педагогическая направленность историко – математической подготовки учителей математики в педагогических ВУЗ- ах // Диссертация на соискание степени К.П.Н.* Москва: 1999, 123стр.
100. Беллюстин, В. К. *Методика арифметики*. Москва: 1913, 4-ое издание, 334стр.
101. Беркут, В. В., Гостев, И. И., Гофнер, М. Н., Попперек, Г. А. *Рабочая книга по математике*. Москва: Мир, 325стр.
102. Бескин, Н. М. *Методика геометрии. Учебник для педагогических институтов*. Ленинград-Москва: Учпедгиз, 1947, 276стр.
103. Брадис, В. М. *Методика преподавания математики в средней школе*. Москва: Учпедгиз, 1954, 504стр.
104. Бычков, Б. П. *Международное движение за реформу преподавания математики в средней школе*. Кишинев: Штиинца, 1975, 135с.
105. Велини, Антон. *Мануалул де методикэ ши дидактикэ пентру професорий школилор примаре*. Яшь: 1860, 342п.
106. Вишневский, Г. М. *Записки по методике элементарной арифметики*. С.-Пб: 1909, 16^{ое} издание, 145с.
107. Ганицкий, М. *Ланкастерские школы в Бессарабии // Кишиневские епархальные ведомости*. 1877, нр.23, с.13-17, 42с.
108. Глейзер, Г. И. *Историзмул ын предаря математичий. Жеометрия ши тригонометрия*. Кишинэу: Лумина, 1966, 208п.
109. Глейзер, Г. И. *История математики в школе. IV-VI классы*. Москва: Просвещение, 1981, 239с.
110. Глейзер, Г. И. *История математики в школе. VII-VIII классы*. Москва: Просвещение, 1982, 240с.
111. Глейзер, Г. И. *История математики в школе. IX-X классы*. Москва: Просвещение, 1983, 352с.
112. Гольденберг, А. И. *Методика начальной арифметики*. С.- Пб: 1910, 14^{ое} издание, 192с.
113. Грабарь, М. И., Краснянская, К. А. *Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы*. Москва: Педагогика, 1977, 133с.
114. Граціанська, Л. М. *Нариси з народної математики України*. Київ: Видавництво університету, 1968, 100с.
115. Гребенча, М. К. *Арифметика*. Москва – Ленинград: Учпедгиз, 1947, 315с.
116. Грубе, А. В. *Руководство к начальной арифметики в элементарной школе на основании эвристического метода*. С.- Пб: 1873, 5^{ое} издание, 191с.
117. Гурьев, П. С. *Руководство к преподаванию арифметики*. С.- Пб: 1839, 131с.

118. Демков, М. И. *Начальная народная школа, история, дидактика и методика*. Москва: 1911, 842с.
119. Депман, И. Я. *Меры и метрическая система*. Москва: Учпедгиз, 1954, 128с.
120. Депман, И. Я. *Рассказы о математике*. Ленинград: Детгиз, 1954, 144с.
121. Депман, И. Я. *История арифметики* Москва: Просвещение, 1965, 415с.
122. Дружинский, А. Н. *История зарубежной педагогики*. Москва: Просвещение, 1998, 269с.
123. Евтушевский, В. А. *Методика арифметики. Пособие для учительских институтов, учительских семинарий, преподавателей младших классов, средних учебных заведений и родителей*. С.- Пб: 1912, 17^{ое} издание, 339с.
124. Евтушевский, В. А. *Руководство для учителей и учительниц к преподаванию начальной арифметики в начальные школы*. С.- Пб: 1913, 10^{ое} издание, 208с.
125. Евтушевский, В. А., Глазырин, А. *Методика подготовительного курса алгебры*. С.- Пб: 1876, 102с.
126. Ермаков, В. П. *О преподавании алгебры*. С.- Пб: 1892, 207с.
127. *Из истории науки и техники в странах востока*. Москва: Восточная литература, 1960, выпуск 1, 474с., 1963, выпуск 3, 267с.
128. Изольский, Н. *Методика геометрии*. С.- Пб: 1924, 342с.
129. *История отечественной математики*. Киев: АНУССР, 1966, т.І, 492с., 1967, т.ІІ, 616с.
130. Клейн, Ф. *Элементарная математика с точки зрения высшей*. Москва: Наука, 1987, 4-ое издание, Т. І, Арифметика, алгебра, анализ, 431с.; Т.ІІ, Геометрия, 416с.
131. Кодрян, Георгий. *Наглядная арифметика для начальных училищ и для домашнего обучения*. Кишинев: 1901, 121с.
132. Константинов, Н. А. *Очерк по истории средней школы*. Москва: Учпедгиз, 1947, 497с.
133. Константинов. Н.А., Струминский, В.Я. *Очерки по истории начального образования в России*. Москва: Учпедгиз, 1953, 507с.
134. Крамор, В. С. *О совершенствовании методов обучения математики*. Москва: Просвещение, 1978, 160с.
135. Крачун, Т. А. *Очерки по истории народного образования в Молдавской ССР*. Кишинэу: Шкоала советикэ, 1950, 189с.
136. Крачун, Т. А. *Очерки по истории развития школы и педагогической мысли в Молдавии*. Кишинев: Лумина, 1969, 193с.
137. Кукушкин, В. С. *Современные педагогические технологии. Начальная школа*. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004, 2-ое издание, 380 с.
138. Курант, Г., Роббинс, А. *Что такое математика?*. Москва: Просвещение, 1967, 559с.
139. Ланков, А. В. *К истории развития передовых идей в российской методике математики*. Москва: Учпедгиз, 1951, 151с.

140. Лашков, Н. В. *Гимназия №1 города Кишинева. (1833-1903)*. Кишинев: 1908, 133с.
141. Лебединцев, К. Ф. *Введение в современную методику математики*. Киев: Радьянска школа, 1926, 107с.
142. Лебединцев, К. Ф. *Преподавание алгебры и начала анализа. Пособие для учителей*. Киев: Радьянска школа, 1984, 247с.
143. Лебединцев, К. Ф. *Методика обучения математики в старой и новой школе*. Москва: Московский университет. 1914, 113с.
144. Лебединцев, К. Ф. *Новое направление в области методики арифметики и его практические результаты*. Киев: 1906, 47с.
145. Лексин, Н. Г. *Методика алгебры*. Казань: Казанский университет, 1916, 101с.
146. *Литературный обзор составленный по поручению Международной и Комисии по преподаванию математики*. Москва: 1913, т. 5, выпуск 1, 323с.
147. Лордкипанидзе, Д. *Ян Амос Коменский (1592-1670)*. Москва: Педагогика, 1970, 438с.
148. Лубенец, Т. *Методика арифметики. Руководство к "Сборнику арифметических задач"*. С.- Пб: 1891, 232с.
149. Лупу, И. И., Белоусов, В. Д., Нягу, Я. И. *Математика в школах Молдавии*. Кишинёв: Штиинца, 1973, 116с.
150. Малинин, А., Буренин, К. *Руководство алгебры*. С.- Пб: 1875, 122с.
151. Малинин, А., Буренин, К. *Руководство наглядной геометрии*. С.- Пб: 1875, 327с.
152. Махневич, Н. *Исторический взгляд на учебные заведения Новороссийского края и Бессарабии*. Одесса: 1843, 233с.
153. Меморандум американских математиков//Математика в школе, 1969, №4, стр. 90-92.
154. Метельский, Н.В. *Дидактика математики*. Минск: Издательство БГУ, 1975, 205с.
155. Метельский, Н.В. *Очерки истории методики математики*. Минск: Вышэйшая школа, 1968, 340с.
156. *Методика начального обучения для народных(приходских) школ*. С.- Пб: 1910, 240с.+ приложение 31с.
157. Модзалевский, Л. *Очерки истории воспитания и обучения с древнейших и до наших времён*. С.- Пб: 1874, ч.1, 602с., ч.2, 536с.
158. Неручев, М. В. *Статистика народных школ Бесарабии*. Кишинев: 1883, 283с.
159. Никифоровский, В. А. *Из истории алгебры 16-17вв*. Москва: Наука, 1979, 147с.
160. Новоселов, С. И. *Руководство по преподаванию тригонометрии*. Москва: Учпедгиз, 1958, 148с.
161. Олехник, С. Н., Нестеренко, Ю. В., Потапов, М. К. *Старинные математические задачи*. Москва: Наука, 1988, 160с.
162. Острогорский, А.Н. *Материалы по методике геометрии в связи с изучением учебников. Учебное пособие для начальных преподавателей*. С.- Пб: 1884, 215с.
163. Песталоцци, И. Г. *Азбука наглядности или наглядное обучение отношений мер*. Москва: 1863, 182с.
164. Песталоцци, И. Г. *Наглядное обучение численным отношениям*. Москва, 1866, 123с.

165. Пискунов, А. И. *История педагогики с 17 в. до середины 20 века*. Москва: Сфера, 1998, 304с.
166. Пойя, Д. *Математическое открытие*. Москва: Наука, 1970, 452с.
167. Рыбников, К.А. *Введение в методологию математики*. Москва: Издательство МГУ, 1979, 129с.
168. Рыбников, К.А. *Возникновение и развитие математической науки*. Москва: Просвещение, 1987, 159с.
169. Смирнов, В.З. *Реформа начальных и средних школ в 60-х годах 19 века*. Москва: Учпедгиз, 1954, 264с.
170. Стеклов, В.А. *Математика и её значение для человечества*. Москва: Госиздат, 1923, 164с.
171. Столяр, А.А. *Педагогика математики*. Минск: Вышэйшая школа, 1986, 414с.
172. Странолюбский, А. Н. *Курс алгебры*. С.- Пб: 1868, 165с.
173. Стройк, Д. Я. *Краткий очерк истории математики*. Москва: Наука, 1979, 329с.
174. *Труды первого Всероссийского съезда преподавателей математики*. С.- Пб: Типография «Север», 1913, 720с.
175. Фуше, Андре. *Педагогика математики*. Москва: Просвещение, 1969, 128с.
176. Чекмарев, А. Ф. *Методика преподавания арифметики*. Москва: Учпедгиз, 1950, 441с.
177. Чиботару, Ф. Ф. *Антология педагогической мысли Молдовы*. Кишинэу: Штиинца, 1992, 512с.
178. Чистяков, В. Д. *Старинные задачи по элементарной математики*. Минск: Вышэйшая школа, 1978, 3-е издание, 270с.
179. Шабашова, О. З. *Элементы истории математики как средство формирования общей культуры учащихся основных школ(на примерах геометрии)*. // Автореферат и Диссертация на соискание степени К.П.Н. Москва: 1995, 127с.
180. Шереметевский, В. П. *Очерки по истории математики*. Москва: Учпедриз, 1940, 179с.
181. Шмидт, Карл. *История педагогики*. Москва: 1881, т.4, часть 2, 483с.
182. Шохор-Троцкий, С. И. *Методика арифметики*. Москва-С.- Пб: 1900, 450с.
183. Шохор-Троцкий, С. И. *Методика начального курса математики*. Ленинград: Госиздат, 1924, часть1, 342с.
184. Юнг, Д. В. *Как преподавать математику*. Москва: Госиздат, 1924, 137с.
185. Юшкевич, А. П. *История математики в России до 1917 года*. Москва: Наука, 1968, 481с.

ADNOTĂRI

În teză sânt expuse rezultatele cercetării în domeniul evoluției învățământului matematic în Moldova și posibilitățile de aplicare a acestor informații în sfera pregătirii profesionale a studenților facultăților de profil ale instituțiilor de învățământ sau de perfecționare a calificăției profesorilor de matematică în planul utilizării elementelor de istorism matematic în procesul instructiv.

În teza realizată s-a cercetat problema constituirii și dezvoltării învățământului matematic în Moldova începând cu înființarea primelor școli (sec. XV) și până la începutul sec. al XX-lea. S-a studiat învățământul popular, dezvoltarea rețelelor de școli, perfecționarea conținutului programelor școlare și a suporturilor metodice, sporirea calificăției profesionale a cadrelor didactice în corespundere cu paradigmele învățământului matematic, adecvate cerințelor social-economice ale societății în cauză și ideilor progresiste din domeniul pedagogiei și psihologiei, ce au dominat pe parcursul perioadei cercetate.

Importanța practică a cercetării constă în posibilitatea de a alege varianta de decizie în corespundere cu hotărârile preconizate privind reorganizarea sau perfecționarea sistemului de învățământ matematic din Moldova. Aceasta ar permite a nu repeta greșelile ce au fost comise în trecut și a le folosi rațional și creativ realizările metodice ale matematicienilor din perioada cercetată.

Eficiența aplicării ideilor expuse în teză au fost cercetate, analizate și demonstrate experimental în lucrul cu studenții și profesorii de matematică în planul utilizării elementelor de istorism matematic în procesul de studiere a noțiunilor noi prin aplicarea tehnologiilor cunoscute. Anume în cadrul acestor conlucrări s-a confirmat necesitatea de a avea un asemenea studiu.

РЕЗЮМЕ

В диссертации представлены результаты исследования в области развития математического образования в Молдове и возможности использования этих данных в области профессиональной подготовки студентов профильных факультетов учебных заведений или повышение квалификации учителей математики в плане использования элементов истории математики в процессе обучения.

В проведённом исследовании рассмотрен вопрос становления и развития, начиная с организации первых школ и до начала XX века. Было исследовано народное устное математическое образование, развитие сети школ, улучшение содержания программ школьных предметов и методических пособий, повышение квалификации преподавательского состава в соответствии с парадигмами математического образования и социально-экономическими требованиями общества рассматриваемого периода и

прогрессивных педагого-психологических идей которые бытовали тогда.

Математические школьные предметы достигли своего относительного совершенства уже к началу XX века. Сложилась определенная система образования с необходимой сетью школ всех уровней, работа которых была управляема соответствующими законами, учебными программами, методическими пособиями и педагогическими кадрами. Сформировался объем необходимых математических знаний для каждого цикла и класса в отдельности в соответствии с психолого-физиологическими особенностями учащихся, а также определенная методология процесса преподавания и усвоения этих знаний.

Практическая значимость исследования состоит в возможности выбора вариантов решений в соответствии с возможными тенденциями перспектив реорганизации или улучшении системы народного образования в Молдове, которая находится в постоянном изменении. Это может дать возможность не повторить те ошибки, которые были допущены в прошлом и правильного и творческого использования методического наследства педагогов математики рассматриваемого периода.

Значимость изложенных идей, было доказано экспериментально во время работы со студентами физико-математического факультета и преподавателями математики в плане использования элементов историзма математики в процессе изучения новых понятий при использовании современных технологий обучения. Именно в процессе этой работы и была подтверждена необходимость разработки такого исследования.

Ключевые понятия

Воспитание, образование, педагогическая деятельность, педагогические течения, стиль педагогической деятельности, педагогическая инновация, система образования, предмет образования, аналитическая программа, компоненты системы образования, школьный Куррикулум, дидактика, принципы обучения, методы обучения, формы организации процесса обучения, средства обучения, реформа математического образования, парадигма, анафорауа (доклад), епистимурь (точные науки), курсанты педагогических курсов, даскалы.

SUMMARY

In the dissertation are submitted the results of research in the field of development of mathematical education in Moldova and opportunities of use of these students of profile faculties of educational institutions given in the field of vocational training or improvement of professional skill of mathematics teachers by way of use of elements of a history of mathematics during training.

In this thesis it was considered the problem of constitution and development of the

Mathematical education in Moldova beginning with the establishment of the first schools (XV-th century) to the beginning of XX-th century. It was studied the oral mathematical popular education, the development of the school nets, the improvement of the content of school Curriculum and of the methodical supports, the increasing of the professional qualification of the didactic personnel in conformity with the paradigms of the mathematical education suitable to social – economics requirements of the society and progressive pedagogico-psychological ideas predominating in that period.

The mathematical school subjects reached their relative perfection at the beginning of XX-th. It was formed a certain educational system with a necessary net of school of all levels managed by adequate laws school Curriculums, manuals, methodical - supports and didactic personnel. It was formed a necessary cycle and class in conformity with the psychologico-physiological particularities of pupils, as well a special methodology of teaching and assimilation of these knowledge.

The practical importance of the investigations consists in the possibility of selecting the decision in conformity with possible perspectives of reorganizing or improvement of the mathematical popular education in Moldova, which is in constant changing. It can enable to not repeat those mistakes which have been admitted in the past and correct and creative use of the methodical inheritance of teachers of mathematics of the considered period.

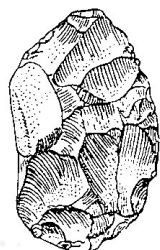
The efficiency of these ideas was practically demonstrated discussing with the students of physico-mathematical department and mathematical teachers. During this process it was confirmed the necessity of having such investigation.

Key words

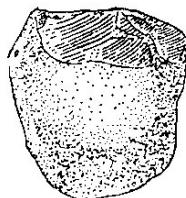
Education, formation, pedagogical activity, pedagogical currents, style of pedagogical activity, pedagogical innovation, education system, subject of formation, the analytical program, components of an education system, school Curriculum, didactics, principles of training, methods of training, the form of the organization of process of training, means of training, reform of mathematical formation, a paradigm, report, exact sciences, cadets of pedagogical courses, dascals.

Unelte din epocile paleolitic (2 mil.-10mii ani î.e.n.)
și neolitic (8-3mii ani î.e.n.)

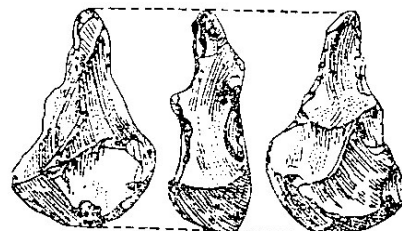
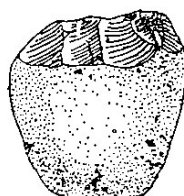
Unelte din silex (paleoliticul inferior) [7]



acheuleană

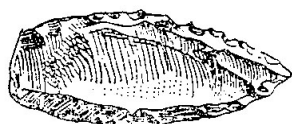


perioada culturii de prund



abbrevilliene

Vârfuri din silex (paleoliticul mediu și superior) [7]



musterian (madiu)



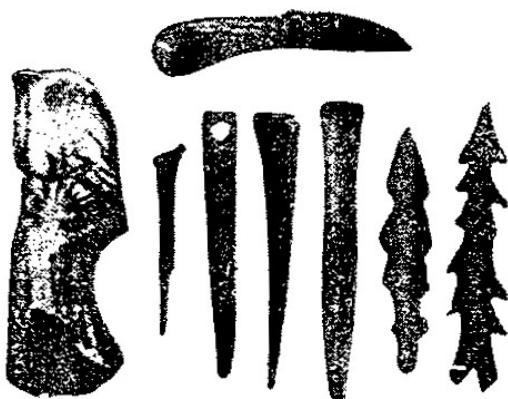
gravetiene (superior)



magdaleniene (superior)



Unelte neolitice [8]

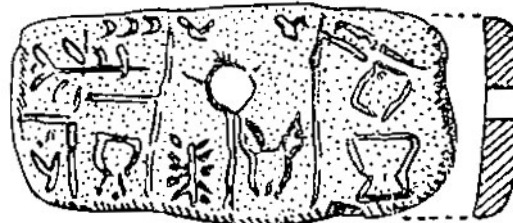
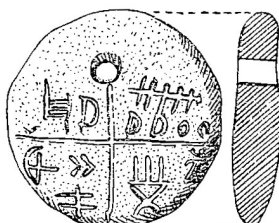


din os și corn

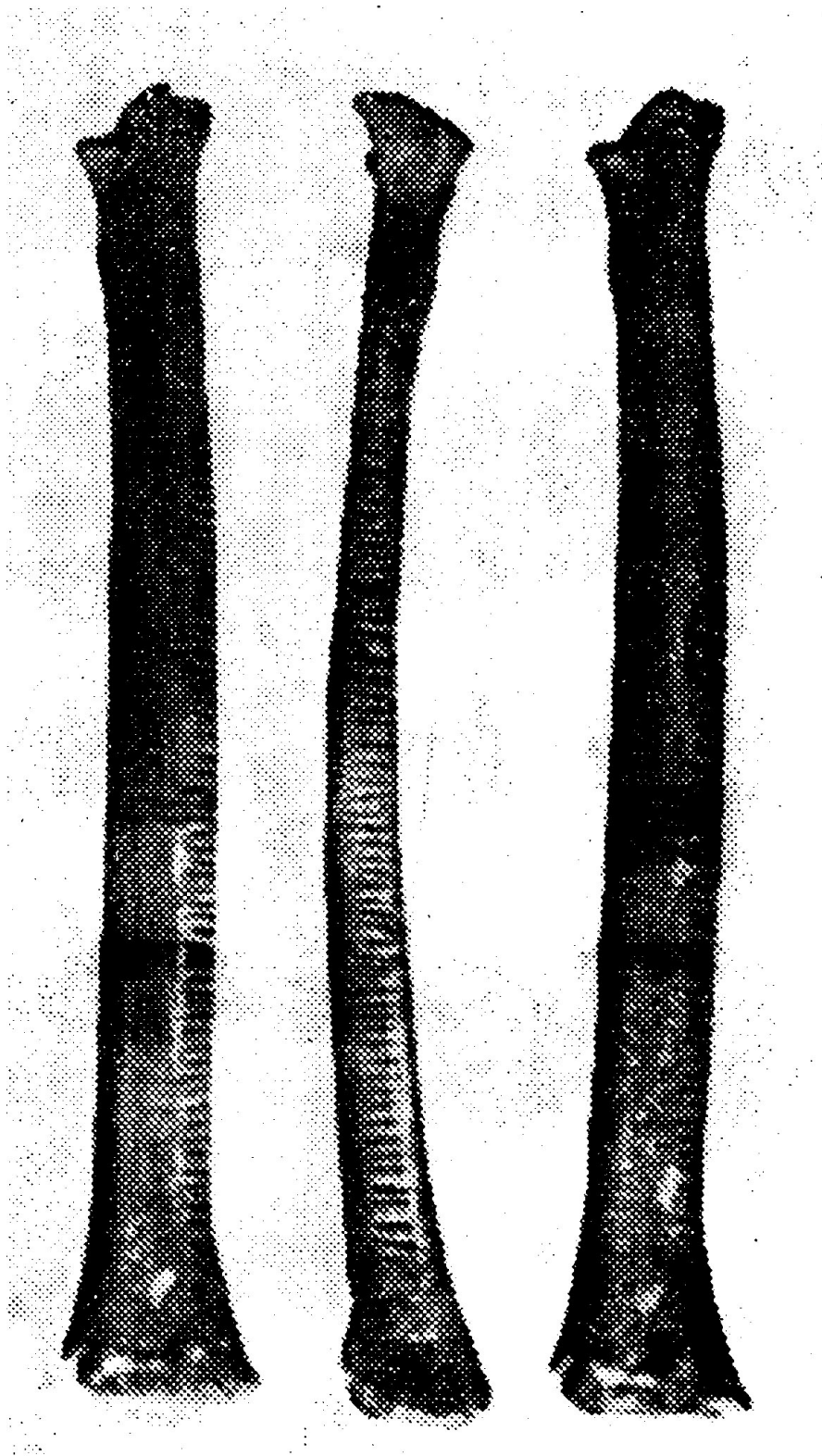


din piatră

Plăci din lut cu scriere pictografică (epoca neolitică)



[7, 8, 25]



Crestături pe oase (femur de lup), Moravia (30mii ani vechime)
[25, 59, 129]



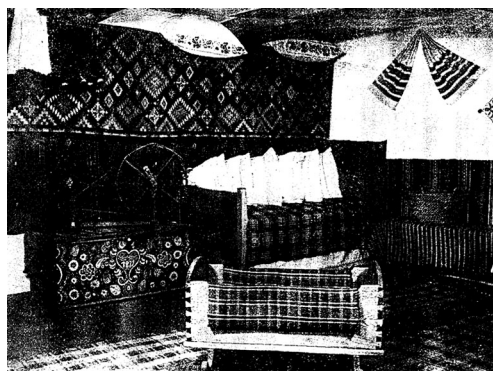
Ornamente geometrice pe amfore grecești [129].



Ceramică cu decor în val de tradiție dacică Rădăuți, Suceava [8].



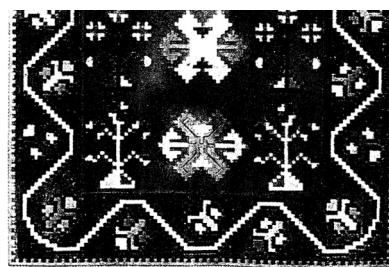
Vas Cucutenian cu decor policrom (epoca neolitică) [8].



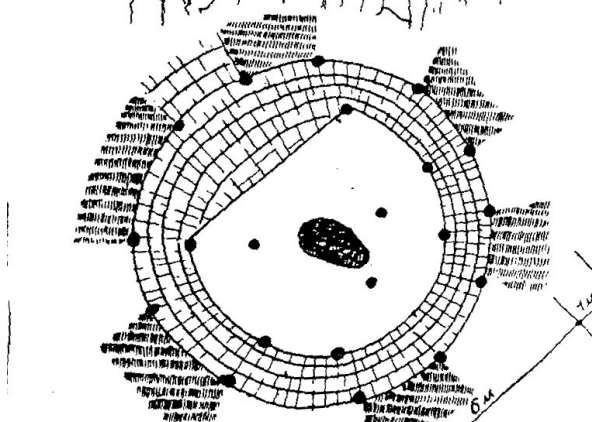
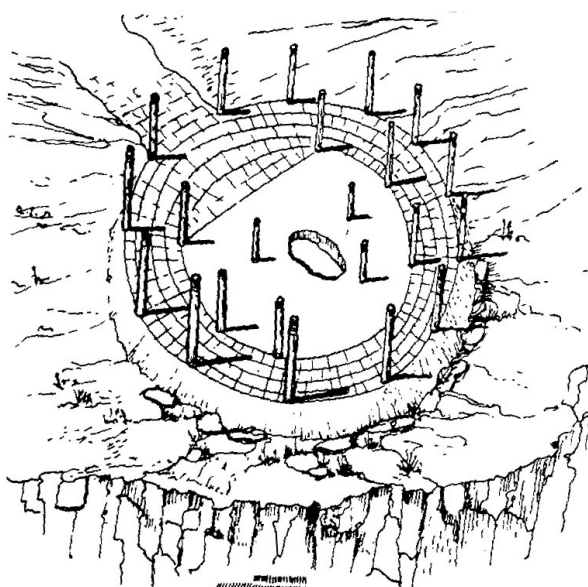
Interior de locuință țărănească (Moldova) sec. XV-VII [8].



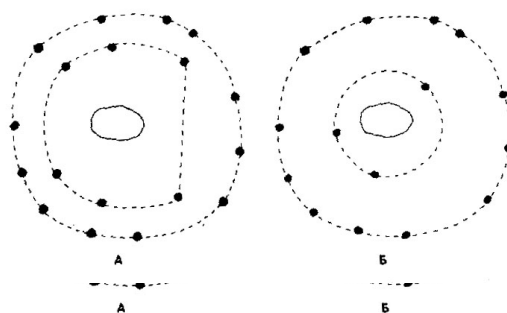
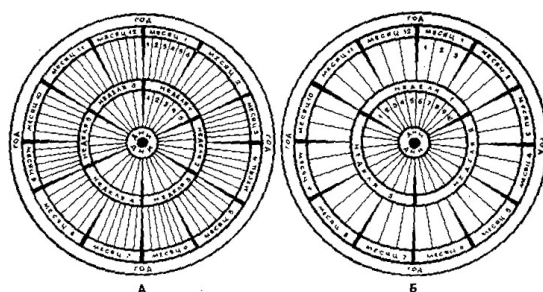
Cești (epoca paleolitică), Răcătău jud. Bacău [8].



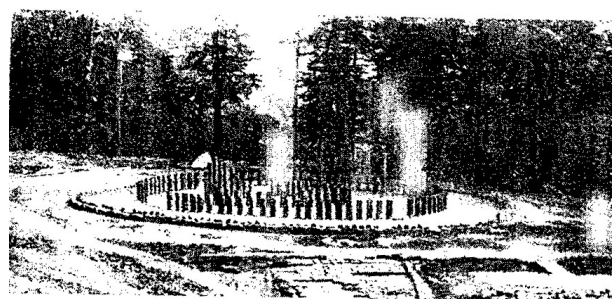
Covor moldovenesc anii 1900.



Sanctuarul getic de la Butuceni (reconstrucție) [65].



Calendarul getic [65]



Sanctuarul circular, Grădiștea Muncelului [8].



Ruinele sanctuarului din incinta sacră a Sarmizegetusei Regia [7].

Planul de învățământ la o școală normală
după A. Marki

Nr. crt.	Denumirea materiei	Clasele						
		I inferioară		I	II		III	Preparanzii
0	1	2	Ore comune	3	4	Ore comune	5	6
1	Sintaxa limbii germane				2		3	
2	Aritmetica				3		3	
3	Compunerea						2	
4	Pedagogia							5
5	Religia romano-catolică	5*			3*			
6	Învățământul moral						2	
7	Evangelia					1		
8	Citirea și ortogr. limbii latine						3	
9	Traducerea învățământului moral						2	
10	Învățământul moral religios, teoretic și practic	5*			3*			
11	Explicarea evangheliei					1		
12	Învățământul și traducerea părții a doua				6		5	
13	Conferințe despre stil				1			
14	Traducerea lui Comenius cu aplicație la gramatică			4	3			
15	Dictare și ortografie				3		3	
16	Gramatica practică							3
17	Traducere și citirea nomenclaturii			2				
18	Citirea cărții morale cu aplicați la gramatică			2	2			
19	Silabisirea, citirea, scrierea cu litere latine	1						
20	Idem limba germană	3						
21	Caligrafia și aritmetica	3		2	3		3	
22	Silabisirea și citirea limbii moldovenești	4						
23	Exerciții de vorbire, memorizare	1						
	TOTAL ore săptămânal	12	10	10	21	10	26	8

* între rubrici apar ore comune la două clase care se adaogă la cele proprii

[52]

Planul de învățământ pentru școala primară
ministerială pentru anul 1897

Obiecte de studiu	I	II	III	total pe obiecte	
				Ore	%
Numărul de săptămâni pentru instruire	26	26	26		
Numărul de ore pe săptămână	24	24	24		
Numărul de ore/lecții anual	624	624	624	1872	100
Obiectele					
Religia (Zakon Bojii)	6 156	6 156	6 156	468	25,0
Limba bisericească slavonă	3 78	3 78	3 78	234	12,5
Limba rusă	8 208	8 208	8 208	624	33,4
Caligrafia	2 52	2 52	2 52	156	8,3
Aritmetica	5 130	5 130	5 130	390	20,8

Planul de învățământ a școlii județene (1872)

Obiecte de studiu	Anii de studii						
	Planul		II	III	IV	V	VI
	I-a jum.	a II-a jum.					
Religia (Zakon Bojii) și citirea bisericească slavonă	2	3	3	3	2	2	2
Limba rusă	12	12	10	10	8	6	6
Aritmetica și geometria	4	6	6	6	6	7	7
Istoria	—	—	—	—	3	3	3
Științele naturii	—	—	3	3	4	7	7
Geografia	—	—	—	3	3	3	3
Desenul	—	—	2	2	2	1	1
Cîntul	1	1	1	1	1	1	1
în total lecții pe săptămână	19	22	25	28	29	30	30

Școlile din Basarabia, anul de învățământ 1820-1825 [36, 105].

Nr.	Denumirea departamentului	Nr. de școli primare	Numărul elevilor		
			băieți	fete	în total
1	Ministerul învățământului public				
	a) creștine	42	1467	229	1696
	b) evreiești	129	2145	118	2263
2	Departamentul ocrotirii școlare	2	79	15	64
3	Orfelinatul Balș	1	14	36	50
4	Departamentul domeniilor de stat în colonii:				
	a) germane	24	4677	-	4677
	b) bulgare și găgăuze	24	494	39	533
5	În stanițele armatei de stat din Novorosia (Basarabia)	3	120	-	120
6	Ale Sfântului Sinod:				
	a) școli teologice	2	930	-	930
	b) școli elementare	159	1279	242	1521
	Total	386	11175	679	11854

Planșa IX

Planul de învățământ pentru școlile reale (1884) [38].

Nr.	Obiectele de studiu	Clasele (ore pe săptămână)								Total fără cl. de preg.	Secția de comerț		
		de preg.	I	II	III	IV	V	VI	VII		V	VI	total fără cl. de preg.
1	Religia (Zacon Bojii)	4	2	2	2	2	2	2	2	14	2	2	12
2	Limba rusă	6	5	5	4	4	4	4	4	30	4	4	26
3	Limba germană		5	4	4	4	3	3	3	26	5	5	27
4	Limba franceză (altă limbă)			5	5	4	3	2	2	21	4	4	22
5	Geografia		2	2	2	2	2		2	12	2	2	12
6	Istoria		2	2	2	3	3	4	3	19	3	4	16
7	Legislația								2	2			
8	Matematica	6	4	4	4	6	6	6	5	35	2	3	23
9	Fizica						3	4	3	10	2	3	5
10	Științele naturii		2	2	2	2	2	3	2	15	2		10
11	Desenul	2	2	2	2	2	2	2	2	14			8
12	Desenul linear					1			2	3			1
13	Caligrafia	4	2							2			2
14	Scrierea și lucrul cu cărțile									0	4	4	8
	Total	22	26	28	27	30	30	30	32	203	30	31	172

Planșa X

Planul de învățământ pentru școlile comerciale (1899) [38].

Nr.	Obiectele de studiu	Clasele								
		de preg. (mici)	de preg. (mari)	I	II	III	IV	V	VI	VII
1	Legislația	—	—	—	—	—	—	—	1,5	2
2	Economia politică	—	—	—	—	—	—	—	1,5	2
3	Merceologia	—	—	—	—	—	—	—	2	4
4	Contabilitatea și Aritmetica comercială				—		3	2	2	2
5	Chimia	—	—	—	—	—	—	2	3	2
6	Fizica	—	—	—	—	—	—	2	2	3
7	Limba franceză	—	—	—	5	5	5	5	2	2
8	Limba germană	—	5	6	5	5	4	3	3	3
9	Istoria	—	—	—	—	2	2	3	3	3
10	Geografia comercială	4	4	3	3	3	4	4	4	—
11	Limba rusă	6	5	5	5	4	4	3	3	3
12	Matematica	5	4	4	⁴	5	4	4	4	4
13	Lucrul manual și sculptura	—	2	2	2	2	2	1	—	—
14	Gimnastica	2	2	2	2	2	2	—	—	—
15	Cântul	1	1	1	1	1	—	—	—	—
16	Religia (Zakon Bojii)	2	2	2	2	2	2	2	2	2
17	Desenul și caligrafia	5	3	4	3	3	—	—	—	—
	In total pe săptămână	25	28	29	32	34	32	31	32	32
	Numărul de săptămâni pe an	32	32	32	32	32	32	32	32	32

Planul de învățământ pentru gimnaziile de băieți (1914-1915)

Obiecte de studiu	De preg.						Clasele							
		I	II	III	IV		V		VI		VII		VIII	
					Cu o limbă veche	Cu două	Cu o limbă veche	Cu două	Cu o limbă veche	Cu două	Cu o limbă veche	Cu două	Cu o limbă veche	Cu două
Religia (Zakon Bojii)	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Limba rusă și bisericească slavonă	6	5	5	4	4	4	3	3	5	3	4	3	4	3
Limba latină	—	—	5	5	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5
Limba greacă	—	—	—	—	—	4	—	6	—	6	—	5	—	5
Filosofia propedeutică	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	1	1
Legislația	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—
Matematica	6	4	4	4	4	4	5	4	4	4	3	3	4	3
Fizica	—	—	—	—	—	—	—	—	3	2	4	4	3	2
Istoria	—	2	3	2	4	4	4	3	3	2	2	2	2	2
Geografia	2	3	2	2	2	2	2	—	1	1	1	—	1	1
Limba germană	—	4	3	3	3	2	3	3	2	2	3	2	2	2
Limba franceză	—	—	5	3	4	2	3	3	3	2	3	2	3	3
Științele naturii	—	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Desenul	6	2	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Caligrafia	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
In total pe clase	24	26	28	28	28	28	27	29	28	29	29	29	29	29

Planul de învățământ pentru gimnaziile de fete (până la 1918)

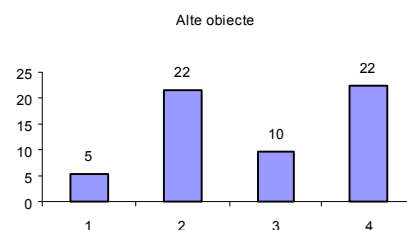
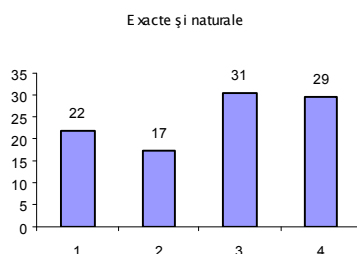
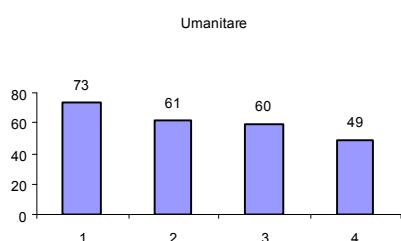
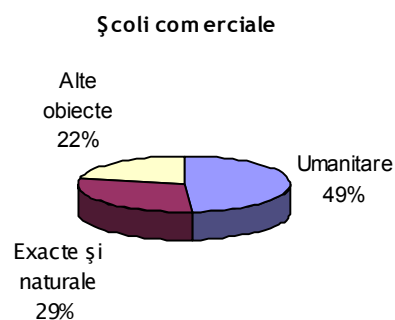
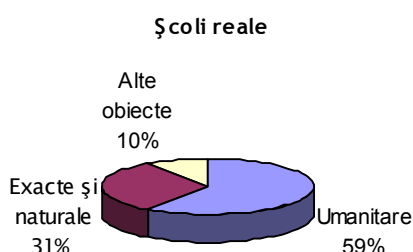
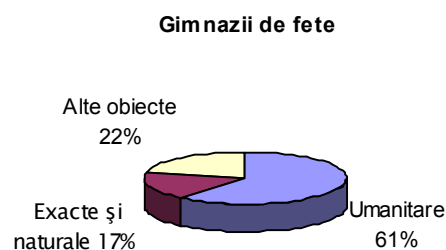
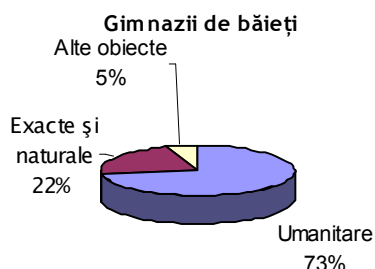
Obiectele de studiu	Clasele							
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Obligatorii								
Istoria naturală și fizica	—		2	2	2	3	3	—
Istoria	—	—	2	2	3	3	2	—
Geografia	2	2	2	2		—	2	—
Limba rusă	4	4	3	3	3		3	—
Matematica	3	3	3	3	3	4	4	—
Caligrafia		2	1	1	—	—	—	1
Broderia	—	—	2	2	2	2	1	—
Religia (Zakon Bojii)	2	2	2	2	2	2	2	2
Neobligatorii								
Limba germană 1	5	5	4	3	4	3	2	—
Limba franceză	5	5	4	3	4	3	2	—
Desenul	2	2	2	2	2	2	2	—
CI. VIII — suplimentară								
Pedagogia	—	—	—	—	—	—	2	1 3
Metodica limbii ruse și matematica	—	—	—	—	—	—	—	6
Lecții practice În școală	—	—	—	—	—	—	—	12
Un obiect pe specialitate	—	—	—	—	—	—	—	3
în total pe săptămână	25	25	27	25	25	25	25	26
Numărul de ore anual	800	800	864	800	800	800	800	832

[38]

DISTRIBUIREA

timpului în planurile de învățământ către 1900 în Basarabia la ciclurile disciplinelor umanitare, exacte și la alte obiecte în școlile secundare [38]

Obiectul de studiu	Gimnazii de băieți		Gimnazii de fete		Școli reale		Școli comerciale	
	Ore	%	Ore	%	Ore	%	Ore	%
În total	7904	100	6496	100	7200	100	8838	100
Umanitare	5760	73	3968	61	4288	60	4288	49
Exacte și naturale	1728	22	1120	17	2208	31	2592	29
Alte obiecte	416	5	1408	22	704	10	1958	22



1. Gimnazii de băieți; 2. Gimnazii de fete; 3. Școli reale; 4. Școli comerciale

Numărul ştiutorilor de carte în procente
din Basarabia conform recensământului din 1897

Nr	Poporul	Bărbaţi, %	Femei, %
1	Nemţi	63,5	69,9
2	Poloneji	55,6	59,9
3	Evrei	49,6	24,2
4	Ruşi	39,9	21,1
5	Bieloruşi	42,3	6,4
6	Bulgari	31,4	6,4
7	Găgăuzi	21,1	2,4
8	Ucraineni	15,3	3,1
9	Moldoveni	10,5	1,7

[132]

Planurile de învățământ ale diferitor tipuri de școli în comparație
(până în 1917)

Obiectele de studiu	Gimnazii de băieți		Gimnazii de fete		Școli reale		Școli comerciale	
	Total ore	%	Total ore	%	Total ore	%	Total ore	%
Numărul de ore pentru cursul întreg	7904	100	6496	100	7200	100	8832	1100
Religia (Zakon Bojii)	640	8,1	512	7,9	576	8	576 1216	6,5 13,8
Limba rusă	1280	16,3	736	1,3	1152	16	1216	13,8
Limba latină	960	12,1	—	—	—	—	—	—
Filosofia	96	1,2	—	—	—	—	—	—
Legislația	64	0,8	—	—	64	0,9	1 12	1,3
Matematica	1216	15,4	736	11,3	1312	18,2	1216	13,8
Fizica	320	4	—	—	320	4,4	224	2,5
Istoria	704	8,9	384	5,9	608	8,5	416	4,7
Geografia	512	6,5	320	4,9	384	5,3	—	—
Limba germană	736	9,3	832	12,8	832	11,6	1088	12,3
Limba franceză	768	9,7	832	12,8	672	9,3	768	8,7
Științele naturii (cl. primare)	192	2,4	—	—	—	—	—	—
Desenul	352	4,5	448	6,9	512	7,1	576	6,5
Caligrafia	64	0,8	192	3	192	2,7	—	—
Istoria naturală și fizică	—	—	384	5,9	—	—	—	—
j Broderia	—	—	288	4,4	—	—	—	—
Pedagogia	—	—	160	2,5	—	—	—	—
Metodica l. ruse și a matematicii	—	—	192	3	—	—	—	—
Lecții practice în școală	—	—	384	5,9	—	—	—	—
Obiectele pe specialitate	—	—	96	1,5	—	—	—	—
Desenul liniar	—	—	—	—	96	1,3	—	—
Științele naturii (ci. superioare)	—	—	—	—	480	6,7	—	—
Economia politică	—	—	—	—	—	—	1121	1,3
Merceologia	—	—	—	—	—	—	192	2,2
Contabilitatea și aritmetica comercială	—	—	—	—	—	—	283	3,3
Chimia	—	—	—	—	—	—	224	2,5
Geografia comercială	—	—	—	—	—	—	928	10,5
Lucrul manual și sculptura	—	—	—	—	—	—	352	4
Gimnastica	—	—	—	—	—	—	384	4,3
Cântul	—	—	—	—	—	—	160	1,8

[38]

Planul unei lecțiuni de Aritmetică și Geometrie

Arătăm pe larg în primul volum [41, p.162-177] că, prin simțurile cu cari natura ne-a înzestrat, adunăm în suflet senzațiuni: că din acestea se formează intuițiuni: că intuițiunea este materialul brut din care, printr-o foarte complicată operațiune de abstracțiune, conștiința elaborează noțiuni generale, adică știință.

Lucrările minții, prin cari din cunoștințe mărunțele, dobândite prin experiență, se ridică la legi generale, le rezumăm în următoarele trei principale trepte:

1. Intuirea
2. Sistemizarea b) Generalizare
3. Aplicarea c) Contopirea

Din îmbinarea treptelor acestea psihologice cu cele metodice, rezultă următorul plan, care se impune ca o necesitate pentru comunicarea ușoară și temeinică a cunoștințelor:

- I. Pregătirea
 - II. Predarea 1) Intuirea
 - III. Aplicarea 2) Sistemizarea Generalizarea
- Asocierea
Contopirea

La predarea unei lecțiuni de aritmetică și de geometrie, acest plan ar avea următoarea aplicare:

			Aritmetica (o regulă)	Geometria (definiția unei suprafețe)
I. Pregătirea			a) Se recheamă cunoștințele vechi, care se leagă de regula nouă sau de suprafața ce se definește b) Se anunță subiectul nou	
II. Predarea	1. Instruirea		a) Se dau cel puțin două probleme b) Se analizează fiecare și se rezolvă oral și în scris	a) Se prezintă mai multe suprafețe confecționate din hârtie, carton sau lemn. b) Se intuiește fiecare și se accentuează notele comune ce intră în formularea definițiunii
		a) Asocierea	Se repetă chipul cum s-a deslegat problemele	Se repetă notele observate la fiecare suprafață intuită
	2. Sistematizarea	b) Generalizarea	Se formulează regula	Se formulează definițiunea
		c) Contopirea	Noua regulă sau definițiune se aduce în legătură cu regulile și definițiunile cunoscuteși de care se leagă.	
III. Aplicarea			Se dau probleme noi spre deslegare.	Se arată și se cer obiecte care reprezintă suprafața care s-a tratat.

După această schiță, sunt întocmite lecțiunile de aritmetică și de geometrie desfășurate în volumul de față.



Școala română din Șcheii Brașovului [9]

Ancheta 01

Considerațiile D-voastre ?

Nr.	Întrebarea	II testare		I testare	
		Da	Nu	Da	Nu
1.	Aplicați D-voastră în procesul predării matematicii studierea genetico-istorică a noțiunilor matematice ?				
2.	Este necesar de a-i face pe elevi în procesul predării temei noi cunoscuți cu geneza noțiunilor matematice necunoscute încă pentru ei ?				
3.	Cunoștințele matematice bazate pe metoda genetico-istorică de însușire ar putea constitui un aparat valoros calitativ în formarea unei culturi intelectuale a personalității elevului ?				
4.	Este oare rațional de alcătuit ca ghid pentru profesorii de matematică un supliment la Curriculum-ul Național cu referință la studierea genetică-istorică a noțiunilor matematice pentru clasa dată ?				

Părerea D-voastră contează !*Mulțumim pentru participarea la discuție*

Ancheta 02

Cum considerați D-voastră ?

Studierea genetico-istorică a noțiunilor matematice contribuie la însușirea cunoștințelor matematice în mod conștient și temeinic ?

După discuții	Inițial

Notați în pătrățelul din dreapta prin cifrele de la **1** la **5** atitudinea D-voastră față de întrebarea pusă

<i>Sigur că da</i>	5
<i>Da</i>	4
<i>Nu știu</i>	3
<i>Nu</i>	2
<i>Imposibil</i>	1

Părerea D-voastră contează !*Mulțumim pentru participare*

Ancheta 03

*Avem nevoie de părerea D-voastră ?
Ce e necesar (poate interesant) de a cunoaște ...*

Nr.	Ar putea să vă intereseze ?	Consider că:		
		Da	Nu știu	Nu
1.	Istoria apariției denumirilor operațiilor matematice.	☐	☐	☐
2.	Istoria apariției cifrelor.	☐	☐	☐
3.	Istoria apariției obiectelor de studiu mat. școlar.	☐	☐	☐
4.	Istoria apariției primelor manuale de matematică în limba română.	☐	☐	☐
5.	Istoria apariției terminologiei matematice în limba română.	☐	☐	☐
6.	Istoria apariției unităților de măsuri populare și metrice.	☐	☐	☐
7.	Istoria apariției unor metode originale populare de rezolvare a problemelor.	☐	☐	☐
8.	Istoria vieții și activității pedagogice a unor matematicieni eminenți.	☐	☐	☐

Mulțumim pentru participare.

ANEXE

Manualele școlare

Manualul de matematică autohton noi nu l-am avut inițial. Cele ce s-au scris, sau utilizat, din totdeauna au adus prin sine suflul ideilor progresiste ce dominau pe atunci în Europa și în țările vecine ca: Rusia prin Basarabia și Austro-Ungaria – prin Transilvania și Bucovina. De aceea analizând dezvoltarea și constituirea manualelor de matematică, trebuie de atras atenție și la acele idei și ajunsuri care existau în țările vecine, mai ales în Rusia și Austro-Ungaria. În special Rusia s-a impus ca o școală metodică de matematică, o școală care nu are analog în lume. Ea tot timpul a influențat asupra dezvoltării gândirii pedagogice matematice din țările române, începând cu Colegiul lui Vasile Lupu (1640) de la Trei Ierarhi, apoi prin Regulamentul Organic(1832) și metodică lui Gh. Asachi(1838). La Asachi pe lângă influența rusă se resimte și cea a lui Felbiger din Austro-Ungaria (de fapt i-a fost și profesor) și desigur a iluminismului european care s-a reflectat prin simplul schimb de idei, manuale, profesori etc.

Numărul în creștere de școli existente în secolul XVIII a impus tipărirea de cărți destinate în special pentru învățarea tinerilor. Se tipăresc și se folosesc în școli deja cărți speciale: abecedare, gramatici, aritmetici etc., unele dintre ele fiind paralele în 2 limbi, sau structurate în formă dialogată: întrebare-răspuns [10, 54]. La etapa inițială, de asemenea, mai ales pentru citit, se folosea cărți religioase în care se conțineau și unele noțiuni elementare de matematică [7, 122].

Odată cu legiferarea sistemului de învățământ ce reieșea din hrisovul lui Gr. Ghica (1747) și din hrisovul lui Al. Ipsilanti (1776), începe sporirea rețelei de școli și corespunzător devine acută problema manualelor. Aprovizionarea cu manuale începe să fie o preocupare a domnitorului și *„ele trebuie să fie pe înțeles și în număr mai mare”*, fapt care face să circule cărțile tipărite dintr-o țară românească în alta și să se dezvolte tipografiile [60, vol. I, p.235].

În perioada ce-a urmat s-au tipărit cărți care au fost folosite ca manuale în țările române. În 1795 Amfilohie Hotiniul tipărește la Iași „Elemente aritmetice arătate firești”, arătând cât de *„vechiu și de lăudatu meșteșug”* este *„învățarea numărării”* care în școală se numește *„aritmetică”*, știință *„atât de trebuincioasă în toate trebile vieții noastre”*. Fără această știință *„atât de trebuincioasă în toate trebile vieții noastre nimica nu se poate face”*, pentru că de la ea vine *„toată cea bună chiverniseală a orice”* [54]. Carte scrisă sub formă dialogată, sau *„scolastică”* [83, p.60]. Este scrisă după prototipul „Elementi Aritmetici” de Alessandro Conti și-a depășit modelul inițial, fiind cu mult mai superioară și totodată avea un colorit „moldovenesc” și o adaptare de neînchipuit la cerințele vremii. Pe vremea ceea cartea a fost una din cele mai valoroase din toate punctele de vedere: matematic-științific, pedagogic, metodic după cum și al

artei scrisului. Conținutul materiei din manual avea interpretate pentru prima oară în literatura metodică română cifrele hinduso-arabe sau „arăpești” cum le spune autorul, în locul „slovelor” chirilice, după cum se calcula în acea vreme, cele 6 operații aritmetice. E de remarcat că lucrarea are un capitol intitulat „Pentru aritmetica geometriei”, căreia autorul îi spune „duios” uneori „Geometria aritmetică”, în care expune noțiuni de geometrie și sistemul de măsuri din aceste timpuri. Prin noțiunile studiate, manualul lui A. Hotiniul este primul în Moldova cu astfel de termeni. E de regretat doar că aceste noțiuni sunt destul de sumare [7, 54].

Învățământul la sfârșitul secolului XVIII căpătase o orientare laică, mult mai științifică, științifică, practică și de aceea se simțea necesitatea publicării anumitor cărți. Interesul de a însuși cunoștințe matematice îi făcea pe unii să copie cărți. Astfel, în Moldova, la 1795, Milo copiasse o Aritmetica, dar care nu are nici un colorit local. G. Cleobul tipărise, în 1819, la Paris, iar I. Ghinculov, în 1820, la Petersburg „Table pedagogice după metoda instruirii reciproce” (lancester, mutuală, alilodidactică), inclusiv și la matematică, numai că în Basarabia ele au fost în limba rusă, limba oficială de stat, iar tabelele alcătuite de Ghinculov în limba poporului băștinaș au fost ignorate și au dispărut fără urmă.

Un loc prioritar în rândul manualelor de matematică le revin celor concepute și scrise de Gh. Asachi. El întocmește manuale în limba română pentru aritmetică [10], algebra [11], geometrie [12], trigonometrie și geodezie practică [60, vol. I, p.536]. Aproape toate obiectele de învățământ erau legate de studiul teoretic și practic al matematicii.

Conținutul manualelor a autorilor din Moldova era asemănător manualelor Europei Occidentale, după care s-au condus, și în special acelea a matematicienilor francezi și germani: Francoeur, Legendre, Wolff, Appeltauer ș.a. Însă traducând sau conducându-se după aceste manuale cărturarii noștri adeseori introduceau elemente legate de coloritul național: unități de măsură, bani, noțiuni exprimate cât mai clar în limba poporului.

Manualele lui Gh. Asachi [10-12] au fost concepute ca un tot întreg. Autorul vedea clar locul învățământului matematic în componența învățământului general de la începutul secolului XIX și aceasta autorul o menționează în „Înainte cuvânt” a Aritmeticii sale [10]. „*Matematica, care prin a ei aplicație îmbrățișează toată sfera științelor și a meșteșugurilor omenesti, este unul din obiectele cele mai însemnate a învățământului clasice*”.

„*Dorind a da tinerimii patriei înlesnire de a cultiva îndeobște această știință încă în 1814, pe când de la învățătură era exclusă (înstrăinată) limba patriei, acel dintâi an paradosit în public rumânește Matematica și anume: Gheometria teoretică și practică spre informarea inginerilor civili, pentru care au fost compus un curs elementar de matematică, a căruia manuscrise se întrebuințează încă la shoale, iar acuma spre îndămânarea tinerimii am socotit a da la lumină o compilație în scurt de cunoștințele matematice, în trei părți, din care acesta I cuprinde Aritmetica, a II Algebra și a III Geometria, fericindumă dacă prin această lucrare vor*

putea spori temelnicele cunoștințe matematice și luminarea tinerimii, care este ținta tuturor dorințelor mele” Aga Gh. Asachi, Eșii, 31 august 1836.

Preocuparea pentru manualele școlare a fost prevăzută în legiuirea școlară din Moldova (1835), sau Regulamentul Organic [75, 76] influențată de legislația în domeniul învățământului din Rusia, atât în domeniul legislativ cât și în cel metodico-didactic.

În perioada 1821-1848 au fost retipărite unele manuale de aritmetică folosite în școli mai înainte [60, vol. II, p.81]. Aceste manuale, ca și cele din trecut dădeau cunoștințe despre numerație, despre cele patru operații aritmetice, regula de trei, fracții. Terminologia aritmetică, fiind inițiată de marii clasici A. Hotiniul [54], G. Asachi [10-12], nu era încă fixată, dar se observa deja că unele denumiri vechi încep să fie înlocuite cu denumiri de noțiuni matematice care se folosesc și astăzi [49, vol II, p.81]. Astfel se folosesc denumirile: unime (unitate), adaogere (adunare), substrăție și scoatere (scădere), minuend (descăzut), substahend (scăzător), rămășiță (rest), înmulțire și multiplicație (înmulțire), multiplicand (deînmulțit), multiplicator (înmulțitor), cvoțient (cât), etc. Manualele deja cuprind suficiente exerciții și probleme pentru fiecare temă. Din această perioadă au rămas și numeroase manuscrise de aritmetică, alcătuite de învățători sau copiate de unii elevi după expunerea pedagogului, spre a suplini manualele tipărite ce nu îndeșteulau cerințele crescânde [88].

Școala națională din Bucovina, care trecea printr-un mare declin, ducea lipsă de manuale școlare, ceea ce frâna dezvoltarea învățământului rural din acea epocă [60, vol. II, p.161]. Manualele din alte provincii românești nu erau admise de guvernul austriac, cu motivarea „*din lipsa de concordanță cu programele speciale ale Bucovinei*”. [52, p.109]. Prin efortul cărturarului Samuil Andrievici Moraru au fost publicate manualele de aritmetică pentru clasele primare (1-4), dar ele nu aduc modificări importante față de cele cunoscute până în 1850 [60, vol. II, p.162]. Mai importante și de un real folos sunt cele două îndrumare editate de Felbiger [31] și traduse de S. A. Moraru: „Metodica calculaciunii cu cifre”, (Viena, 1858). Ambele lucrări erau destinate pentru candidații de învățători, aveau un bogat conținut științific modern, întocmite după noile principii ale pedagogiei ce pătrunseră în țările române în acea perioadă, având amprenta metodicii germane [7, 52].

În a doua jumătate a secolului XIX o răspândire largă au avut în același număr și în școlile din Basarabia manualele de matematică [150, 151] scrise de colectivul de autori A. Malinin și K. Burenin manuale care au avut o largă circulație pe tot întinsul Imperiului Rus, inclusiv și în Basarabia. Ele se deosebeau printr-o expunere simplă și clară mai ales manualul „Compendiu la geometria intuitivă” [151]. În afară de această Malinin scrie manualul „Geometria”, iar împreună cu Egorov „Îndrumar la geometrie”. Aceste manuale sau bucurat de o largă popularitate.

Spre finele secolului XIX apar manualele cunoscutului metodist A. Kiselev. Manualele lui s-au bucurat de o mare popularitate în lume. Unele din ele au avut peste 23 ediții numai până

la anul 1918. Manualele lui Kiselev după cum și ale lui A. Davidov au avut o influență colosală asupra predării matematicii școlare. Ultimul manual a lui Davidov a suferit peste 30 ediții.

Aprofundând și dezvoltând cunoștințele căpătate în clasele primare elevii trebuiau în școala județeană și cea medie să studieze aritmetica la un nivel mult mai avansat: rapoarte, proporții, fracții în special zecimale, calcule aproximative, teorii a numerelor. În acest plan se înscriu manualele de aritmetică destinate ciclului mediu ale lui Latâșev, Șohor-Troțki, Șumlevici, Evtușevski, Șapoșnicov, Cuperștein. Printre manualele acestea de un merit special s-a bucurat culegerea de probleme ale lui A. Malinin și K. Burenin, Bugaev, Goldenberg. Pentru cursul real erau manualele scrise de Danilov, Jbikovski, Kiseliiov. Unele dintre acestea manuale conțineau elemente de teorie a numerelor, regula de trei, rapoarte, proporții, medii diferite, calcule aproximative. Manualul lui A. Kiseliiov avea deja și o tabelă a numerelor prime până la 1000. În genere conținutul lor puțin diferă de cele ale lui Gh. Asachi.

Cursul de algebră era susținut de manualele lui A. Kiseliiov, N. Bilibin, A. Davidov, K. Lebedințev, N. Marakuiev, care conțineau în genere cam aceeași materie de studiu: monoame, polinoame, operațiile cu ele, fracții algebrice, ecuații de gradul I, puteri și rădăcini, ecuații de grad mai mare ca I, bipatrate, inecuații, numere complexe progresii și logaritmi, noțiuni de combinatorică, binomul lui Newton și limite. Unele dintre acestea manuale ca spre exemplu a lui A. Kiseliiov au fost folosite și de școala sovietică, urmând peste 60 de ediții. Mai slabă din punct de vedere metodic a fost ca o traducere și nu o operă originală autohtonă.

Cursul de geometrie avea un ciclu propedeutic și altul mai superior și chiar destul de avansat. Ca curs propedeutic se putea de folosit manualul de I. Șafrov, care a suferit mai multe ediții și cel scris de Busse. Cursuri mai sistematice erau elaborate și expuse în manualele lui A. Davidov, Volcov, Mazing, Dolgușin, Iurevici, Vulih, Izoliski, Kulișer, Bilibin ș.a. Un curs destul de sistematic și bazat pe o strictă structură logică este manualul lui A. Kiseliiov care cuprindea: introducere, planimetrie, stereometrie. Este expus în 5 cărți de planimetrie și 3 de stereometrie. Aparte are metode de rezolvare a problemelor prin metoda: locurilor de puncte geometrice, asemănării, translării paralele, rotației în jurul unui punct sau în jurul unei drepte, inversiei și metoda algebrică. Cartea prezintă un manual destul de bogat atât în plan teoretic cât și în оформarea sa estetică.

Manualele de trigonometrie au fost scrise de Bilibin, Kurilco, Râbkin, Simașco, Șidlovski. Manualele, în general, cele scrise de Râbkin, constituie o sursă destul de amplă referitor la funcțiile trigonometrice și aplicațiile lor în practică, se dau cunoștințe importante referitor la studiul trigonometriei unghiului ascuțit, necesar în studiarea mai ales a fizicii.

Dintre autorii de manuale școlare de matematică din România pot fi menționați: Alexe Marin, Spiru Haret, A. Costinescu, I. Fălcoianu, G. Popp, E. Bacaloglu, Rădulescu Iliade, V. Bogrovanu ș.a. Referitor la manualul lui E. Bacaloglu, F. Cîmpan scrie că a fost un manual

excelent. Existența mai multor manuale de matematică a avut efecte pozitive în evoluția istoriei cărții didactice matematice din școala română de la sfârșitul secolului al XIX-lea. Profesorul avea posibilitatea de a alege manualul care i se părea corespunzător nivelului de dezvoltare a clasei respective în care el predă.

Însă aproape întotdeauna, diversele manuale, aprobate pentru aceeași clasă și materie nu se potriveau între ele, nici în definiții, nici în numiri, nici asupra faptelor înseși.

Manualele pentru gimnaziu și liceu au cunoscut un proces de evoluție calitativă. Dintre manualele de matematică o circulație mai mare au avut cele elaborate de: C. Climescu, S. Tanco, G. Gh. Aslan, Al. Manicatide, T. Popescu, Constantinescu, E. Bacaloglu, D. Berea, A. Ciorrea, T. Ciontea, N. Ciulian, N. Cosăescu, I. Hossu, D. Mirescu, I. Praja, C. Șerbescu, G. Vlasca, G. Vrînceanu ș.a. Prin manualele școlare s-a introdus în uz terminologia matematică română și s-a constituit limbajul matematic modern.

ANEXA II

Curentele pedagogice

Reorganizarea învățământului în corespundere cu noile cerințe în Moldova Medievală se poate urmări după activitatea Academiei din Iași care a fost deseori reorganizată, adăugându-și treptat noi obiecte de studiu în corespundere cu noile idei europene, înmulțindu-și dascălii, perfecționându-și sistemul de instruire. Dacă până către deceniul al șaptelea, în academie se predau obiecte cu un conținut dominant filologic, cu limba de bază elena, apoi către sfârșitul secolului al XVIII-lea a crescut ponderea disciplinelor realiste – epistemiile (matematica, fizica, geografia); concomitent se predau și discipline filozofice cu elemente iluministe – ale lui Descartes, Bacon, Leibnitz, Wolff.

În acest timp se creează instituții de îndrumare și administrare a învățământului în Moldova – Epitropia (1728). Se creează o sistemă întreagă de școli în centrele de ținut, episcopii, orașe, ca școlile din Galați, Botoșani, Roman, Rădăuți, Huși, Chișinău, Cernăuți, Suceava, Iași, Neamț, Putna, etc.

Sporirea rețelei de școli era o consecință a înmulțirii categoriilor sociale care, treptat, au dobândit acces la învățătură. Preoți puteau deveni și copiii unor țărani înstăriți. Era o tendință de trecere la studierea științelor naturii, în special, mai aprofundat a matematicii. Asemenea prevederi și justificări atestă faptul că, în țările române erau vehiculate, în această perioadă, ideile înaintate și larg răspândite ale raționalismului, iluminismului, progresului științific și gândirii pedagogice din Europa de Apus. Apare și se constituie paradigma învățământului cu orientare realistă.

Se manifestă tendința de umanizare a metodelor bazate până acum pe memorare mecanică

și nuia. Începe să se preconizeze folosirea materialului didactic intuitiv și organizare de bibliotecă, măsură luată de Gr. Al. Ghica prin hrisovul din 1766. Idei înnoitoare sânt semnalate și în anafora mitropolitului moldovean I. Stamati [60, vol. I, p.234].

În practica școlară din Moldova se constată un început de schimbare a atitudinii educatorului față de elevi: disciplina școlară devine mai blândă, iar procesul instructiv, făcând apel la intuiție, devine mai accesibil și mai deschis memorării logice. Astfel de împrejurări au favorizat procesul de constituire a pedagogiei ca știință. Un rol deosebit în dezvoltarea teoriei pedagogice și perfecționarea învățământului în special a celui matematic, pentru întregul secol al XIX-lea l-au jucat operele lui Pestalozzi, I. F. Herbart, A.W. Diesterweg. Dacă Pestalozzi [72] pune accentul pe învățământul primar, Herbart și Diesterweg au insistat asupra necesității constituirii pedagogiei ca știință [46]. Ceea ce îi unește pe acești mari pedagogi este că ei puneau la baza învățământului general științele reale și mai ales matematica, având la bază metoda intuiției.

Teoria învățământului elementar din Moldova din perioada cercetată realizată după ideile lui Pestalozzi cuprinde cele trei aspecte ale educației: educația fizică, morală și intelectuală după cum și teoria educației prin muncă unde se îmbină armonios toate cele trei [72, p.220]. Referindu-se la modalitatea de instruire pedagogul elvețian are în vedere metoda intuiției care o consideră fundamentul absolut al oricăror cunoștințe. Consecvent teoriei sale de a-și întemeia instruirea pe elementele ei cele mai simple, marele pedagog presupune că natura umană însăși posedă după aprecierea sa trei facultăți: de a percepe unități, alta de percepere a formelor și de a pronunța sunetele (triada: *număr-formă-nume*). Desigur teoria elementelor intuiției nu a fost reținută de pedagogie, dar ea își are semnificația sa. Este pusă încă o dată în evidență necesitatea unei educații conforme naturii (naturii reale a lucrurilor și naturii umane) a unei educații întemeiate pe anumite legități. În concepția acestui pedagog intuiția lucrurilor și fenomenelor era corelată cu dezvoltarea gândirii și a vorbirii. În școlile din Transilvania și Bucovina a funcționat așa zisul *metodul normal-intuitiv* al lui Felbiger [4, 52, 60] care în esență era *metoda intuiției* fondată de Pestalozzi și adoptată la condițiile social-economice ale imperiului habsburgic. Tot odată aici aveau mare circulație manualele lui Comenius [40]. Observarea unui obiect era urmărită de descrierea sa pentru ca apoi să se ajungă la formularea corectă a definiției noțiunii concrete date [83, p.68]. Introducând metoda intuiției în învățământul matematicii el a făcut accesibile copiilor de 9-10 ani numeroase noțiuni geometrice precum și noțiunile de fracție zecimală și ordinară a raporturilor dintre oarecare mărimi. Pestalozzi subliniază ca anume de la facultatea gândirii copiilor pentru perceperea unității derivă aptitudinea pentru numărare și calcul [72, p.386].

Prin presa vremii (Curierul Românesc, Albina Românească, Gazeta de Transilvania, Învățătorul satului ș.a.) în perioada supusă cercetării au fost puse în circulație o serie de idei

pedagogice valoroase aparținând marilor teoreticieni pedagogi: Locke, Comenius, Rousseau, Pestalozzi, Diesterweg, Froebel, Herbart ș.a. după cum și a unor autori români: Gh. Asachi, I. Rădulescu, N. Balcescu, S. Roth ș. a. Dominantă era ideea luminării maselor ca o condiție a dobândirii libertății naționale și sociale [83, p.87].

Dintre multiplele sisteme pedagogice ruse se pot aprecia două, care în a doua jumătate a secolului al XIX-lea erau de valoare europeană: a lui K. D. Ușinski și cea a lui L. N. Tolstoi, care sau reflectat în practica pedagogiei în Moldova.

În Bucovina și în Basarabia corpul didactic a devenit destul de receptibil față de progresele didacticii europene. Se manifestă un interes deosebit față de teoria treptelor pedagogice ale lui Herbart. Pătrunderea teoriei pedagogice a lui Herbart în țara noastră prin T. Maiorescu și I. Popescu a avut loc în cursul deceniului al șaptelea. Ea a fost reluată și prezentată în mod amănunțit în manualele lui A. Velini, I. Pipoș, V. Borgovan, V. Petri, Șt. Velovan, P. Span, ș.a. Apare astfel în pedagogia românească un curent *herbartian*. El are două explicații cel puțin: mulți din profesorii școlilor normale mai ales cei de pedagogie și-au făcut studiile în Germania, totodată teoria didactică a pedagogului german satisfăcea cerința acută a școlii românești și anume adoptarea unor modalități de instruire și educație mai eficiente. Însă *herbartianismul* românesc nu și-a avut originea directă în opera pedagogului german ci în scrierile continuatorilor lui. Ei au împletit între ele ideile lui Herbart cu ale lui Pestalozzi, Diesterweg, Froebel. După anul 1900 apare deja un alt curent nou pedagogic *antiherbartian*. Practica pedagogică română a luat de la Herbart mai ales treptele pedagogiei, care au dominat procesul instructiv educativ din țară mai bine de opt decenii completate inițial cu intuiția și conversația euristică, iar mai târziu cu elemente ale *școlii active* (Planșa XVI) [64]. S. Haret a orientat învățământul secundar românesc de la un conținut predominant clasicist-filologic spre unul realist. Din 1898 se introduce trifurcarea liceelor: clasice, reale și moderne. Fiind un adept al învățământului formativ, Haret înlocuiește bacalaureatul cu un examen de maturitate, motivând că, bacalaureatul punea accentul pe relevarea volumului de informație a elevilor, iar examenul de încheiere ar trebui să ofere elevilor posibilitatea de a-și demonstra nivelul de dezvoltare a capacităților psihice, gradul de maturitate în aprecierea și valorificarea informației dobândite.

Către sfârșitul secolului al XIX-lea și începutul secolului XX-lea apar numeroase critici la adresa atât a școlii tradiționale cât și a pedagogiei practice. Școala era criticată pentru caracterul pasiv al metodelor de instruire și educare, iar pedagogia pentru lipsa oricărei rigori științifice în formularea tezelor sale și caracterul dominant filozofic. Pe de altă parte accentul pus pe educarea individului și neglijarea cerințelor societății în dezvoltarea ființei umane. Aceste reacții s-au constituit destul de curând în adevărate curente pedagogice, care au dominat în prima jumătate a secolului XX. Din reacția față de școală tradițională s-a dezvoltat puternicul curent al educației noi, obiecțiile aduse teoriilor despre educație constituite îndeosebi pe o bază filozofică

au stimulat tendința spre științificarea pedagogiei. Astfel s-au impus două orientări pedagogia experimentală și sociologică. Aceasta din urmă – împreună cu pedagogia socială – s-a manifestat și ca o reacție față de pedagogia individualistă [83, p.109]. Curentul „școala nouă”, „școala activă”, metodele Dalton, Senecta, etc. semnifica intenția de a avea eliberate de tradiții și angajamente în promovarea unor idei noi cu privire la om și la educația sa idei care desigur nu erau noi deoarece își găsesc rădăcinile la Locke și Rousseau. Școlile noi erau așezăminte particulare de educație și instruire cu internat de obicei situate în afara urbelor aglomerate preocupate să ofere condiții multiple pentru un contact al elevilor cu natura pentru alternarea activității intelectuale cu cea fizică în scopul dezvoltării lor armonioase, dar la noi în Moldova ele nu au avut temelia fertilă activând doar „școala activă”.

ANEXA III

Reformele

Reformele școlare se consideră acele transformări ale sistemului de învățământ ce se petrec în ordine legislativă, transformări de a aduce sistemul existent la o formă adecvată de a satisface necesitățile stringente ale societății date. Aceste reforme constituie un eveniment istoric: ele apar doar atunci când învățământul devine o preocupare a statului, dirijate de anumite organe speciale de stat și pe cale legislativă. Peste tot în Europa aceste reforme au loc în secolele XVI-XIX. Din acest timp se poate vorbi despre o reformă oarecare școlară în adevăratul sens al cuvântului.

În secolul al XVIII-lea și primele două decenii de secolul al XIX-lea în Moldova au loc, în condițiile destrămării feudalismului, importante prefaceri social-economice. Condițiile nou create și lupta oamenilor cu vederi înaintate se concentrează în schițarea unui program de modernizare a învățământului în special a unui învățământ realist bazat pe științele exacte pentru a asigura, formarea cadrelor de care avea nevoie societatea în plin proces de dezvoltare. În vederea atingerii acestor obiective au fost elaborate o serie de reforme cu scopul centralizării instituțiilor de învățământ sau al modernizării lor, însă locul matematicii era destul de modest, se mărginea doar la învățarea celor patru operații aritmetice și ceva aplicări practice a noțiunilor elementare de aritmetică și geometrie. Învățământul era în mod prioritar nu în limba poporului, ci în greacă, latină, slavă [60, vol. 1, p.280].

Măsurile luate în direcția organizării rețelei de școli în Moldova, se înlesneau într-un cadru larg de reforme sociale, într-un program de reflecții, reieșite din necesitățile societății feudale românești din secolul al XVIII-lea și care desigur conțineau un început de modernizare a învățământului. În acest sens statul manifestă o preocupare din ce în ce mai sporită pentru școală, pentru fondurile necesare întreținerii ei, pentru selecționarea profesorilor, pentru un control efectiv asupra desfășurării procesului instructiv-educativ. Aceste măsuri pot fi considerate

primele elemente de politică școlară, de reforme ale învățământului întâlnit în arealul țărilor române [60, vol. 1, p.231]. Odată cu dezvoltarea învățământului elementar, în principatul român Moldova prin Academia Domnească din Iași (1640) s-a dezvoltat un învățământ de un nivel mai înalt, aproape de cel superior. Această instituție de învățământ, cu toate că, cu prioritate se predă în greacă, era cea mai influentă și mai însemnată instituție de învățământ din Europa de Est.

După pacea de la București (16 mai 1812) teritoriul dintre Prut și Nistru, numit mai apoi de ruși Basarabia este anexat la imperiul rus. Aici au existat și s-au dezvoltat în continuare tipurile de școli de la sfârșitul secolului al XVIII-lea și în primul deceniu al secolului al XIX-lea. Guvernul țarist a întocmit noi legi școlare, referitoare în deosebi la organizarea învățământului secundar, în conformitate cu statutul din 1803, necesar pentru pregătirea clericilor și funcționarilor laici cu știință de carte românească și rusească trebuincioși noii administrații de guvernare. Aceste măsuri constituie și o dovadă a existenței, până la această dată, a unui învățământ elementar în limba română, pe baza căruia se vor organiza în continuare treptele de învățământ mai înalte în sistemul de învățământ din Basarabia.

Pentru cuprinderea unui număr cât mai mare de tineri în sistemul de școlarizare și tot odată pentru a suplini numărul relativ mic al învățătorilor, începând din anul 1820 guvernul țarist a trecut la înființarea “școlilor pentru învățătura reciprocă” sau lancesteriene cu predarea în românește și rusește.

Un pas înainte în vederea reformelor școlare s-a făcut prin regulamentele școlare aplicate în 1833 în Țara Românească și la 1835 în Moldova, care reieșeau din Regulamentul Organic [75, 76]. Aceste regulamente fixau orientarea și principiile de bază ale învățământului, reprezentau o etapă temporară dar importantă în istoria școlilor și da posibilitate de a înțelege esența social-politică, în cadrul căreia s-a dezvoltat școala din cele două principate timp de peste patru decenii. Ele sunt primele legiuiri școlare din principatele dunărene.

Regulamentul moldovean prevedea organizarea de școli ținutale, o școală publică elementară pentru fete (3 ani), un pension pentru băieți (1 an), căruia i se mai spunea “Institut pentru educație”; erau prevăzute măsuri pentru întreținere, organizare de biblioteci, una principală în Iași (azi biblioteca Universitară “M. Eminescu”), trimiterea la studii în străinătate, precum și alte probleme școlare: materii de studii, orare, notarea, disciplină, examene, vacanțe, datoriile profesorilor.

Se organizează un început de sistem de învățământ de stat centralizat. În Moldova, prin străduința lui Gr. Asachi, se înființează o școală înaltă – Academia Mihăileană (1835) – instituție de învățământ superior, care la un loc cu seminarul de la Socola constituiau un început de învățământ de nivel înalt în limba română. Aceste instituții au servit bază pentru deschiderea universității Ieșene în 1860 [83, p. 84].

La baza reformelor stătea ridicarea poporului prin cultură, principiu de bază al concepției iluministe, ce străbătea aceste legi de la primul capitol până la ultimul. E important ca să sublinieze că *“educațiunea trebuie să fie la îndemână tuturor claselor sociale, nu numai a uneia singure, deoarece orice om: meșter, plugar, slujbaş, preot sau militar, va avea totdeauna oarecare influență în societate”* [75, 76]. O astfel de luminare a tuturor în interesul societății nu se putea face decât printr-un sistem de învățământ public bine organizat, totuși până la țărani așa și nu s-a ajuns. Acest temei s-a putut realiza doar după anii 1860. Deoarece statul tânăr nu dispunea de resursele necesare: finanțe, cadre, localuri, plus încă politica de școlarizare întâmpina o rezistență înverșunată din partea păturilor privilegiate (boieri, preoți) de a da dreptul prostimii la carte. Totuși fără oameni cărturari, capitalismul, ce se înfiripa în societatea românească, nu se putea dezvolta. Era o necesitate vitală, importantă, fără soluționarea căreia nu putea avea loc mișcarea progresistă înainte. Numai setea de învățătură a poporului, sacrificiul său și lupta patriotică și plină de entuziasm a atâtor oameni de școală formați în spiritul iluminist vor asigura, unele rezultate ale aplicării a acestor legi școlare în practică și punerea sistemului învățământului public român pe principii serioase moderne. [60, vol.2, p.20]. Aceste legi sânt o expresie a intereselor burgheziei și boierimii mai înaintate, cu idei iluministe în domeniul organizării sistemului de învățământ [82, p.270] prevederi ce exprimau unele din cele mai de seamă cuceriri ale pedagogiei moderne de la începutul secolului al XIX-lea, îndeosebi acele ale lui Pestalozzi și a urmașilor lui printre care erau și români Roșu, Roth, idei care aveau o largă răspândire în întreaga Europă. Cu toată rezistența întâlnită numărul școlilor și școlarilor a crescut an de an. Astfel, în 1838-1839 au funcționat 1975 școli cu 33000 elevi, iar în anul următor, respectiv 1990 școli cu 40995 elevi [90, vol.2, p.158]. În acest timp se creează primele școli cu caracter practic: școala de agricultură (1835) și școala de arte și meserii (1841), cursurile practice de la Academia din Iași (1843) în Moldova. Se organizează școli preparandale unde se puteau pregăti candidați de învățători, multe școli particulare.

În Basarabia în urma adoptării instrucțiunilor cu privire la înființarea școlilor în regiunea Basarabia (1827) s-a trecut la un regim dur de îngrijire a posibilităților de școlarizare în limba română. Prin prevederile acestei instrucțiuni în Basarabia s-a creat liceul regional, șase școli județene: Soroca, Cahul, Orhei, Bălți, Cetatea-Albă, Tighina, [36, p. 179] (de nivel mediu pentru pregătirea cadrelor din industrie, comerț și agricultură) și școli primare de stat (în 1850 erau 12) după cum și parohiale (circa 100-150 în 1847) [83, p.86]. Peste tot, ca și în multe alte părți ale Europei, învățământul primar era dominant de metoda lancasteriană.

În perioada anilor 1847-1848 în Moldova se adoptă unele legi școlare o contrareformă, prin care forțele sociale conservatoare își luau măsuri de apărare împotriva extinderii învățământului – tendință care contravenea intereselor ei. Reglementări de limitare a unui învățământ cât mai larg pentru toate categoriile sociale și de promovare a unui conținut practic cu elemente

științifice, au fost elaborate în ambele țări române. Însă astfel de măsuri nu mai puteau opri mersul societății din drumul pe care se angajase în ultimele decenii și care a dus la mișcarea socială – revoluția din 1848. Prin prevederile sale, revoluționarii români au formulat revendicări precise cu privire la învățământ: școli în limba maternă de toate gradele, inclusiv universitățile (ce trebuiau să fie create), care trebuiau să devină centre de promovare și dezvoltare a culturii naționale. Guvernul provizoriu revoluționar prevedea înființarea Universității la Iași, licee în fiecare județ și câte o școală normală în fiecare plasă, în fiecare sat câte o școală începătoare. Era un program revoluționar care depășea cu mult celelalte ce s-au realizat până atunci.

După înfrângerea revoluției, în Moldova școlile au fost închise iar pedagogii urmăriți și pedepsiți pentru activitate revoluționară. Aspirațiile preconizate au devenit reale doar peste un deceniu adică după unirea principatelor din 1859. Reorganizarea învățământului făcea parte deja dintr-un amplu proces de modernizare a întregii vieți social-politice caracterizate prin adaptarea a mai multor legi, printre care și cea cu privire la învățământ, precedată de înființarea în 1860, a primei Universități românești – cea din Iași având sarcina de a pregăti mai ales cadre de profesori. Legea instrucțiunii publice, adoptată, (1864) cuprindea referiri asupra tuturor gradelor, și tipurilor de școli, prin care a fost principiu de bază – obligativitatea și gratuitatea învățământului primar. Astfel România este printre primele țări din Europa care a proclamat acest principiu. Prin această lege structura sistemului de învățământ, de trei grade :

- primar (3 ani);
- secundar (gimnaziu, liceul, seminar, școli reale, școli profesionale);
- superior (universitate cu facultăți de: litere, matematică, drept, medicină).

Un pas important era organizarea școlilor reale, care erau foarte puține și socotite ca inferioare liceelor umaniste. Existau doar pentru exercitarea unor profesii în industrie, comerț, agricultură.

Pentru pregătirea cadrelor didactice necesare învățământului secundar s-a prevăzut, pe lângă universități, de a deschide câte o școală normală superioară cu câte 2 secții (litere și științe) cu 10-30 studenți.

În 1889 se adoptă o nouă lege a învățământului primar normal, care adâncea diferența între școala urbană (cu 4 ani și un instruitor pentru fiecare clasă) și cea rurală (cu 5 ani și un singur învățător pentru toate clasele). În 1896 o nouă lege a încercat de a apropia acele două școli, dar abia în 1898 prin străduința ministrului Spiru Haret, se concepe o nouă direcție a școlii românești, mai ales pentru învățământul secundar și superior [83, p.98-99]. Prin această lege se organizează învățământul secundar pentru băieți în gimnazii și licee, pentru fete în școli secundare de fete de gradul I și II. Învățământul superior se organizează în Universități și institute alipite pe lângă universități [60, vol.2, p.344]. În special liceele din cele cu 7 clase se reorganizează cu 8, cu 2 cicluri. Cursul superior urma să aibă trei secții (trifurcarea); clasică

(limbile moderne și cele clasice: latina și elina), reală (științe exacte, matematica fără limbile clasice) și modernă sau clasico-modernă, fără limba elină. Școlile secundare pentru fete aveau menirea de a da studii necesare femeii în gospodăria casnică. În învățământul superior facultățile se împărțeau deja pe secții, se acordau două feluri de diplome: licențe și doctorand. Pe lângă fiecare universitate se organizează câte un seminar pedagogic, în locul școlilor normale superioare, menite pentru a pregăti personalul didactic pentru învățământul secundar.

În unele proiecte de lege se făceau încercări de a organiza școala urbană din cea rurală, dar în esență ruptura era din ce în ce mai mare, mai ales prin legea din 1918 școlii rurale i se atribuie polul de școală a muncii, menită să pregătească copii satului pentru munca în agricultură, pentru a-i împiedica pe copii să vină la oraș și a avea acces la învățătură mai înaltă.

În Basarabia sistemul învățământului continua să se dezvolte după modelul rusesc: un liceu în centru, câte o școală județeană (6 în total), câteva școli primare în orașe și târguri, la sate școli parohiale, și totuși în anii 1855-1865, sub înrâurirea avântului democratic, învățământul basarabean a cunoscut o oarecare dezvoltare, se intensifică o rezistență sporită față de acțiunea de deznaționalizare. Lupta de emancipare națională a românilor din Basarabia cunoaște un moment de intensificare după 1905, apar primele manuale în română, revista “școala moldovenească” (1917), se convoacă Congresul învățătorilor (mai, 1917) unde se hotărăște trecerea la învățământul național în limba poporului băștinaș.

Cu toate că învățământul a trecut printr-o serie de influențe deseori nefaste pentru poporul băștinaș din partea păturilor asupritoare atât locale, cât și de ocupație, totuși școala s-a manifestat prin geniul creator al poporului pe planul cultural, științific, tehnic etc. Spiritul vremii în problemele școlii de atunci poate fi conceput abia după ani, de pe pozițiile zilelor de azi.

ANEXA IV

Rolul cadrului didactic în dezvoltarea învățământului matematic

Când rețeaua de școli a început să se lărgască, necesitatea în cadre didactice a sporit simțitor și în postul de învățător la clasele primare erau numite persoane care aveau studii medii sau chiar medii necomplete. În lucru erau numiți acei candidați, care dădeau un examen de probă la numirea în funcția de învățător. Pregătirea acestor cadre era destul de mărginită, atât teoretic, cât și metodic. Aceasta o confirmă programa analitică la aritmetică și geometrie, în conformitate cu care se petrecea examenul (1830). Ea conținea următorii indici de materii: calculul oral, numărarea, patru operații aritmetice cu numere abstracte și compuse, fracțiile ordinare și zecimale, raporturile și proporțiile, ridicarea la pătrat și la cub, extragerea rădăcinilor pătrate și cubice, planimetria și unele întrebări generale din stereometrie. De obicei această

materie de studiu matematic se învâța în școlile județene. Conținutul materiei de studiu este confirmat încă și de manualele de matematică scrise de A. Hotiniul [54], Gh. Asachi [10-12], A. Ciortea, A. Teodorescu [84] ș.a.

Programa analitică pentru persoanele ce doreau să devină învățători de matematică în școlile județene, conținea teoria aritmeticii. Se cerea cunoașterea demonstrațiilor tuturor teoremelor. Volumul materiei era mult mai mare, decât în programa analitică precedentă. La aritmetică, programa conținea teoremele referitoare la criteriile de divizibilitate a numerelor, metode de a calcula C.M.M.D.C. și C.M.M.M.C., fracțiile zecimale finite și periodice, rezolvarea problemelor mult mai complicate, deducerea regulilor pentru extragerea rădăcinilor pătrate și cubice – atât exacte cât și aproximative din numere întregi și fracționare. Programa la geometrie conținea planimetria și stereometria toată. Cunoașterea teoremelor necesita o demonstrare riguroasă. Se cerea cunoașterea soluționării problemelor de construcție și de demonstrație. Această programă este reflectată în manualele lui A. Ciortea, N. Cnirezu, D. Constantini, Al. Costinescu [72], I. Grecescu, Z. Herescu, Gh. Asachi [10-12] ș.a.

În Bucovina pregătirea cadrelor didactice pentru școlile primare triviale erau efectuate în școlile principale districtuale, în programa cărora erau incluse ore speciale de pedagogie în clasul preparanzilor [52] (Planșa V). Aceste tipuri de școli erau destinate în special pentru clasa conducătoare și se aflau doar în Suceava și Cernăuți. Învățătura era în limba germană.

Foarte temeinic era aplicată în practica de lucru „Cartea trebuincioasă pentru dascăli” [31]. În vol. II la pag. 28 era scris că la predarea aritmeticii dascălul trebuie *„să tâlcuiască întâi regula și să aibă toate felurile de pilde și exerciții dinainte pregătite”*, iar în aplicare învățătorul va pune elevii *„ca aceștia singuri să găsească pilde”*. Aceste câteva procedee deja marchează un progres în metodologia învățământului matematic.

Prima școală care a fost deschisă în Moldova pentru pregătirea cadrelor didactice în mod special a fost, seminarul de la Socola (1804) la Iași, apoi seminarul Teologic din Chișinău (1813). După ele au urmat școlile normale și gimnaziile pentru fete. În planul de învățământ a acestor seminare era inclus un curs de matematică și de metodică. Mulți dintre absolvenții acestor seminare au lucrat ca învățători la clasele primare, printre care și marele cărturar din Humulești – Ion Creangă. Primele cursuri pentru pregătirea învățătorilor în conformitate cu prevederile Regulamentului Organic au fost cele de trei luni, care și-au desfășurat lucrările începând cu 15 februarie 1832. Programa lor prevedea: fundamentarea cunoștințelor, căpătate în clasele elementare și în școala primară, studierea unui curs de pedagogie, exerciții la aplicarea metodelor și procedeele de predare-învățare în școala primară [82, p.78].

În 1858 la Iași se deschide un curs de un an pentru pregătirea învățătorilor unde se predau obiectele necesare în învățământul primar, metodică predării lor și noțiuni de pedagogie. Ulterior (1855) se deschide Institutul Preparandal în Iași, la Institut matematica era citită de I. Pop, I.

Pangrati, A. Velini. Ultimul a editat în 1860 un manual de metodică și pedagogie [105]. Școala Preparandală (institutul cum îl numeau) de la Trei Ierarhi (din 1860 – Școala normală “Vasile Lupu”) avea o organizare, ce a servit mai apoi drept exemplu pentru școlile normale pedagogice, au fost înființate mai târziu. Școala avea o sistemă bine chibzuită pentru pregătirea învățătorilor: săli bine amenajate, bibliotecă, internat, școală de bază în care lecțiile erau predate de cei mai calificați învățători ai timpului, preparanzii își petreceau practica pedagogică, își cultivau măiestria profesională. Pentru îmbunătățirea educației estetice în școală au fost introduse muzica și desenul. În manualul său [105] Velini, printre primii, ridică problemele pedagogice de caracter practic, anume cum trebuie să activeze în școala primară sătească un învățător care cunoaște temeinic pedagogia. Metodica expusă de A. Velini este o metodică activă în spiritul lui I. A. Comenius, I. H. Pestalozzi și îmbibată cu cele mai noi idei ale iluminismului și umanismului european ce domnea în acele timpuri. Componenta lucrării arată conținutul programelor analitice la studierea materiei date în școala preparandală la acea vreme (1850-1860) la matematică cuprindea: calculul din memorie și în scris, 4 operații aritmetice, fracțiile și cele 4 operații cu ele, regulile de trei, amestecată cu fracții, mărimi proporționale, rezolvarea problemelor. Manualul ne uimește prin finețea sa metodică, care și astăzi nu-și pierde valoarea sa didactică în privința metodelor de rezolvare a problemelor matematice și a organizării situației creative cu elevi la rezolvarea lor. Autorul acordă o mare atenție mai ales pregătirii preparanzilor de a „*rezolva orice problemă în mai multe variante (moduri) și arată marile foloase care rezultă din aceste lucrări*”. Aceasta a fost prima carte metodică la matematică editată în limba poporului. Ea a jucat un rol colosal în formarea cadrelor pedagogice de mai departe [149, p.31]. Un capitol aparte a manualului [105] este destinat cerințelor față de cadrul didactic: bagaj de cunoștințe profesionale și generale, voință fermă, suflet blajin, răbdare, modestie etc. [177, p.233]

În 1865 pentru prima dată pe lângă gimnaziul nr. 1 din Chișinău se deschid cursuri pedagogice de doi ani pentru pregătirea învățătorilor școlilor populare de la sate. Obiectivul principal al cursurilor era de a instrui tineri care se pregăteau să devină profesori, cum de dirijat o școală și cum de predat acele obiecte, care erau incluse în cursul acestei școli (în același rând și matematica). Planul de învățământ prevedea pentru studierea aritmeticii la primul an de studii trei ore pe săptămână, iar în al doilea an – două ore. Programa analitică la aritmetică conținea numai acel material, care se învăța în școlile primare, dar și acel necomplet. Predarea era în limba rusă [149].

În 1872 este deschis seminarul învățătoresc de la Bairamciu – prima instituție de învățământ pentru pregătirea cadrelor didactice din Basarabia. Printre alte obiecte aici se studia aritmetica și geometria. Sistemul pregătirii învățătorilor era foarte înapoiat în comparație cu cea de la Preparandia din Iași. În special obiectivul principal îl constituia educația religioasă a seminariștilor. Pregătirea practică era la un nivel foarte scăzut. Aritmetica și geometria se învăța

superficial. Seminaristii nu primeau deprinderile practice necesare, cunoștințe și aptitudini, care trebuiau pentru lucrul în școală [149, p.27]. Acest seminar, după cum și cursurile pedagogice, nu puteau suplini necesitatea cu cadre didactice pentru școlile primare. Astfel în 1875 din 228 de învățători a școlilor primare cu 2 clase și a celor cu o singură clasă numai 3 au absolvit seminarul învățătoresc, 60-cursurile pedagogice, 110-aveau adeverințe referitoare la titlul de învățător, ceilalți (55) erau fără nici o oarecare documentare de învățătură specială [135, 136].

În anii ce urmează totuși numărul învățătorilor sporesc și astfel către 1890 numărul celor ce au terminat seminarul învățătoresc, constituie deja 30% din numărul total de învățători ai școlilor primare. În 1902 la Chișinău se deschid cursuri pedagogice de un an pentru pregătirea învățătorilor școlilor primare, care în 1909 sunt transformate în cursuri de doi ani. Printre celelalte obiecte împreună cu pedagogia se predă aritmetica cu metodică predării ei și prin ocupații practice se studia geometria, pentru studierea căroră se rezerva corespunzător 92 și 27 ore. Ocupațiile se petreceau teoretic și practic. Cele teoretice constau din repetarea și însușirea cunoștințelor la aritmetică și geometrie în volumul programei necesare pentru a căpăta titlul de învățător la clasele primare, în însușirea principalelor noțiuni la didactică și metodică predării aritmeticii, în studierea celor mai recunoscute îndrumare și manuale ce puteau fi utilizate în școli. Ocupațiile practice la aritmetică se efectuau de obicei cu ascultătorii cursului și constau din lecții de probă pe care cursanții le dădeau în fața conducătorilor metodiști. Ascultătorii erau destul de bine pregătiți, ceea ce ne-o confirmă conspectele lor la rezolvarea problemelor practice la aritmetică. În 1914 la aceste cursuri numărul orelor destinate studierii aritmeticii, metodicii aritmeticii și geometriei au fost majorate și au devenit egale corespunzător cu 130 și 109 [149, p.28]. În 1912 în orașul Soroca se deschide al doilea seminar învățătoresc; în 1914 în Chișinău – seminarul învățătoresc pentru femei [18]. Activitatea acestor seminare totuși nu putea să suplinească cerința de cadre calificate necesare pentru școlile primare. În 1915 din 2220 învățători ce lucrau în gubernia Basarabia, numai 1175 aveau o pregătire specială pedagogică [149]. Învățătorii școlilor județene, cadre cu limba de predare rusă, care frecventau cursurile organizate pe lângă institutele învățătoresci din Rusia. Spre exemplu învățătorii de matematică din școlile județene din gubernia Basarabia erau trimiși la sporirea calificăției profesionale pe un termen de un an la institutul învățătoresc din Feodosia (Crimea) [140].

În 1916 la Chișinău se deschide institutul învățătoresc cu trei “clase”. Cei ce erau primiți la studii trebuiau să cunoască conținutul materiei de aritmetică după manualul lui A. Chiseliov, să poată rezolva în scris probleme aritmetice compuse cu lămurire și calcule la extragerea rădăcinii pătratică din numere, iar la geometrie, tot după manualul lui A. Chiseliov, să poată rezolva probleme în scris și cele mai simple probleme de construcție [18, fond.172 fila 2]. Planul de învățământ prevedea în clase următoarea distribuție de ore pe săptămână [18, fond.172, fila 16].

Obiectele	Clasa 1	Clasa 2	Clasa 3
Aritmetica	2	—	—
Algebra	3	3	1
Geometria	2	3	—
Metodica predării aritmeticii și geometriei	—	—	2

În Moldova de peste Prut, începând cu 1858 problema cadrelor didactice era rezolvată în cadrul școlilor normale care au fost deschise la Bacău și Galați asemenea aceleia din Iași. Lipsa cadrelor pentru clasele gimnaziale și liceale le suplinea facultatea de fizică și matematică a Universității din Iași deschisă în 1860. Totodată în 1859 se deschid cursuri de perfecționare în timpul vacanței de vară sub supravegherea unor profesori din gimnaziu, astfel ca în viitorul an școlar cei ce urmau cursurile să se poată întoarce la posturile lor îmbogățiți cu noi cunoștințe, cu sănătoase idei de pedagogie. Cursurile se deschid pe un termen de o lună de zile pe cheltuiala statului. Matematica. Ulterior asemenea cursuri de perfecționare se deschid pe lângă toate școlile normale din Moldova: Galați, Botoșani, Piatra Neamț, Iași [7].

Odată cu sporirea numărului de școli și a numărului de absolvenți s-a îmbunătățit situația corpului didactic. Dacă la 1878 normaliștii reprezentau abia 40% din corpul învățătoresc, la 1888 erau în proporție de 58%, iar la 1900 procentul lor – adică al învățătorilor calificați cu studii în școala normală depășea 70% . În anii 1920 nu arătăm datele deoarece ele au fost exagerate și schimbate în diminuare din cauza urmărilor războiului Mondial. Majoritatea cadrelor didactice au participat la acest război în calitate de subofițeri și ofițeri, dintre care mulți nu s-au mai întors la baștină. Se poate spune că în Moldova de peste Prut în perioada anilor 1878-1900 numărul școlilor primare și a celor secundare cât și a cadrului didactic s-a dublat, iar numărul elevilor a crescut aproape de 4 ori. A crescut nivelul de pregătire a dascălilor (peste 70% din aceste fiind acum normaliști). Calitatea predării matematicii în clase a crescut, a sporit exigența față de elevi, dar totodată exigența și eficacitatea muncii de îndrumare și control din partea revizorilor școlari și a inspectorilor [4, p.228].

Ulterior învățământul matematic în școlile normale și cursurile de vară a fost simplificat fiind înlocuit cu un supliment de instruire contabilă practică, necesar în deosebi pentru dascălii sătești pentru a putea conduce și întemeia bănci populare. La sfârșitul anilor 20 ai secolului XX obiectul contabilitatea practică își găsește locul potrivit între obiectele de studiu în învățământul normal școlar [4, p.289].

Totodată numărul învățătorilor de la ciclul secundar era suplinat printr-o anumită selecție din rândul celor de la școlile primare. Astfel la 1916 prin sistemul examenelor „*la înaintare pe loc*” organizat de Ministrul S. Haret, 25% din totalul dascălilor la școlile urbane reprezentau cei ce proveneau din numărul celor recrutați dintre învățătorii sătești. Aceasta a fost o urmare a seriozității, conștiinciozității, bunei pregătiri didactice și a intensei activități extrașcolare a

acestei mândre pleade a dascălilor moldoveni [4, p.299].

La 11 ianuarie 1863 într-o circulară semnată de Ministerul Cultelor și Instrucțiunii Publice se dă o serie de explicații în privința cataloagelor, cărților și metodelor pedagogice ce trebuiau folosite în școli. Se preciza că orice școală „*trebuie să aibă un registru material în care să fie scriși elevii după alfabet*”, apoi vârsta, ocupația părinților, domiciliul, starea la învățătură în timpul anului etc., că ele au fost tipărite pentru a fi uniforme în toată țara. Se indicau care cărți pot fi utilizare în școală. Spre exemplu cărțile: Metoda mutuală de I. Brezoianu, manualul de pedagogie, didactică și metodică de A. Velini [105], manualele de aritmetică de G. Popp, D. Paulid, A. Teodorescu [84] ș.a. Învățământul în special cel primar capătă o amploare din ce în ce mai mare și se traduc în viață principiile proclamate de Revoluția din 1848 care a decretat introducerea obligativității învățământului primar. În 1864 Moldova de peste Prut devine a cincia țară în Europa care a introdus învățământul primar obligatoriu pentru toți copii din țară. Din 1866 învățătorii din Moldova de peste Prut se întrunesc la conferințe publice în cadrul cărora vorbesc despre noutățile pedagogice și psihologice, despre aplicarea metodelor de predare și îmbunătățire a procesului instructiv în general [4].

Se atrage atenție la ridicarea îmbunătățirii competenței profesionale a cadrelor didactice, îmbunătățirea programelor analitice și a metodelor de predare. În cadrul conferințelor organizate s-au dezbătut metodologic esența metodelor greșite și s-a dat o dezvoltare expunerii metodei intuitive, considerată ca foarte utilă spre a se aplica în toate școlile în deosebi în cele primare [4, p.197]. Se sublinia că toate adevărurile și cunoștințele se capătă numai prin intuiție, care se adresează spiritului copilului prin cele 5 simțuri și în mod special prin vedere. Punctul de plecare al învățământului intuitiv este în natură și nu în cărți în experiența personală a elevilor și nu în vorbele învățătorului. Învățătorul trebuie să prezinte elevilor – în cadrul lecțiilor de intuiție – obiectul în natură sau numai imaginea sa; să-l descrie arătând părțile și materia din care e făcut, apoi culoarea, forma și proprietățile sale; să-l compare cu alte obiecte cunoscute; să-i obișnuiască pe elevi a găsi asemănările și deosebirile. Aceasta este cheia investigațiilor personale, care trezește gustul să se instruiască și singuri. Învățătorul trebuie să folosească metoda simultană, adică de a lucra cu toți elevii odată; să se lipsească de monitori. Astfel metoda concepută de Comenius, experimentată de Pestalozzi, Diesterweg etc. prinde rădăcini reale în învățământul românesc.

În Bucovina către 1880 problema pregătirii pedagogice a cadrelor didactice se mai ameliorează, atât prin restructurarea școlii normale (unde era un început de limbă română), cât și prin organizarea conferințelor didactice în cadrul Reuniunii Corpului Didactic. Deoarece în 1869 aproape 25% din totalul cadrelor didactice nu aveau calificarea necesară începând cu 1864 aceste conferințe se convoacă și practic devin primele tribune unde, profesorul român avea dreptul de a-și exprima părerea. Conținutul metodic bogat al acestora și caracterul deschis al dezbaterilor a

generalizat experiențe valoroase a cadrelor didactice din Bucovina [52, p.152].

În Basarabia cursurile pedagogice și congresele învățătoresci încep a se întruni mai intens începând cu 1871 când s-a petrecut primul congres a învățătorilor din județul Hotin. Congresul a acordat o mare importanță întrebărilor metodicii predării aritmeticii, precăutându-le nu numai în plan teoretic ci și practic. Au fost prezentate ore publice la aritmetică și alte obiecte. Toate lecțiile petrecute erau discutate, analizate, după care se determina care din ele pot fi luate ca exemplu pentru a fi petrecute cu elevii și care nu. Astfel a fost răspândită experiența de lucru a celor mai buni învățători și aplicate cele mai progresiste metode ale timpului. În 1914 s-au organizat cursuri de perfecționare a calificării învățătorilor în Bălți și Chișinău. În prelucrarea metodică a materiei de studiu o mare atenție se acorda la fundamentarea detaliată a diferitor indicații metodice și didactice. Ascultătorii erau cunoscuți cu caracterul metodic de organizare a problemarelor la aritmetică, în special cele scrise de Malinin și Burenin, Leve, Lubeneț, Șohor-Troțchi ș.a. Ședințele practice erau organizate sub forma unor lecții probe ale ascultătorilor. Apoi aceste ore erau supuse unei analize critice. O atenție specială era acordată folosirii materialului distributiv în cadrul orelor de învățare a numărării și a operațiilor asupra numerelor, cu procedee de calcul rapid și exerciții cu panglici de hârtie colorată, cadrane circulare mobile cu cifre ș.a. Se însușea folosirea socotelniței mai ales la înmulțirea numerelor de mai multe cifre. Este important că la începutul secolului XX deja s-a conturat o concepție unică europeană în privința metodei intuitive de predare a aritmeticii și anume prin intermediul materialelor ilustrative care erau indicate de a fi utilizate în orice școală. Materialele didactice erau date gratuit școlilor. Se confecționau dulapuri încăpătoare, care se expediau școlilor pentru a păstra aceste materiale didactice recomandate atât de necesare pentru asigurarea progresului învățământului [4, p.289]. Printre ele se enumără ca obligatorii: socotelniță; lădița aritmetică; lădițe cu diverse materiale: nasturi, bețișoare, pietricele etc.; mostre de măsuri: liniare, pătrățice, cubice, de greutate a corpurilor lichide și nisipoase etc.; rigle, ehere, raportoare, compas etc. [105, 106]. Metodistul rus S. Șohor-Troțchi [182, 183] subliniază, că la aceste materiale distributive trebuie de apelat doar când pedagogul consideră rațional că poate realiza obiectivul preconizat. Trebuie de strictat condiția: că prin intermediul materialului intuitiv-distributiv, trebuie de clarificat anume scopul studierii aritmeticii, de evidențiat superioritatea studierii operațiilor asupra numerelor și procedeele de executare a lor și nici de cum rezultatul concret al acestor operații. Datorită acestor materiale intuitive și a operațiilor efectuate cu ele, elevii capătă reprezentări despre operațiile asupra numerelor, despre însăși esența acestei operații, despre metoda executării ei, despre motivațiile după care *ceva sau cutare se efectuează anume așa și nu altfel etc.*, dar nu despre aceea numai, că în rezultatul acestei operații s-au căpătat atâtea unități concrete de ceva anume [182, 183]. Printre altele este de remarcă că metodistul Vișnevski în [106] menționează, „deoarece școlile din imperiul rus în majoritatea lor sânt asigurate destul de prost, atunci nu

trebuie de așteptat ca toate mijloacele didactice menționate mai sus să fie prezente în școli, însă socotelnița rusă trebuie să fie în orice școală”.

În ceea ce privește predarea în clasele medii, exista o ruptură considerabilă dintre teorie și practică. Disciplinele matematice erau studiate ca obiecte complet separate. De legături interdisciplinare nici nu putea fi vorba. Programele analitice erau supraîncărcate și lipsite de legătură cu viața cotidiană. Printre metodele de predare domina scolastica și mitocela. Învățământul matematic era bazat doar pe reproducere. Această treaptă de învățământ era ruptă de la masele largi ale poporului și de aceea în ea predomina rutina.

Cursurile și conferințele pedagogice nu puteau cuprinde totalitatea de învățători ce activau în sfera învățământului. În petrecerea acestor întruniri erau ocupați un număr destul de mic. Mulți din învățătorii de matematică sau de la clasele primare nu își perfecționau nivelul lor științific și metodic de pregătire profesională mulți ani la rând. În dările de seamă a inspectorilor de pe teren se indica, că la majoritatea lor *„se observă o lipsă de principii didactice, o insuficiență de ingeniozitate în predarea matematicii și incapacitatea de a se folosi de procedeele elaborate în didactică în instruirea matematică a elevilor în școală”* [149, p.30]. Nu mai încapе îndoială dacă asemenea cadre puteau cu succes să folosească materialele didactice distributive-ilustrative.

ANEXA V

Metodologia predării-învățării aritmeticii

Pertalozzi este considerat fondatorul metodei predării aritmeticii. El avea la baza concepției sale pedagogice cele trei mijloace de informare elementară: *sunetul* (cuvântul – numele), *forma* și *numărul*. Prin al treilea mijloc, adică prin număr fundamenta necesitatea studierii aritmeticii: *„Sunetul și forma deseori în diferite contexte duc prin sine, și începuturi de greșeli și înșelăciune; numărul însă – niciodată, el întotdeauna ne duce la rezultate precise, clare”* [74, 141]. Această teorie mai ales este reflectată în [72, 164]. Referitor la calculele aritmetice marele pedagog menționează cum Gertruda își învață copiii în viața sa cotidiană. Învățarea calculelor reieșea din realitatea vieții lor și era strâns legată de ea. Copii studiau viața cotidiană și concomitent cu ea și aritmetica. Calculul în scris deja constituie un lucru de gândire atât practică cât și logică abstractă, deoarece elevii de multe ori lucrează numai cu numere abstracte. Este important ca elevii să însușească corect descompunerea numărului după clase și ordine, să poată citi orice număr, oricât de mare, corect și să poată determina componența lui în raport de poziția cifrei date. Învățătorul trebuie să atragă o deosebită atenție la îndeplinirea rapidă a calculelor, la modul lor de efectuare fără de greșeli. E important de ai învăța pe elevi să aplice corect unitățile de măsură și să poată efectua calculele cu ele. Majoritatea pedagogilor-metodiști atrag atenția

la studierea unităților de măsură legate de sistemul zecimal de numerație și sistemul metric internațional. O deosebită atenție trebuie acordată studierii unităților de măsură de arie și volum, deoarece acestea sunt ca elemente propedeutice din geometrie și pentru elevii claselor primare reprezintă un anumit grad de dificultate. În acest caz e important modul intuitiv de interpretare: lada aritmetică, diferite corpuri și figuri geometrice de-a-gata sau care pot fi confecționate de învățător și elevi în clasă.

Mai puțină importanță era atribuită metodicii predării aritmeticii în clasele secundare și totuși către sfârșitul secolului al XIX-lea se constituie deja opinia de a scoate din studiul aritmeticii regula de trei simplă și compusă, regula tovărășiei, regula alegației, regula polițelor etc., care nu mai corespundeau cerințelor timpului, în locul lor au fost introduse teoria divizibilității numerelor, noțiuni de divizor, multipli, logaritmi, progresii aritmetice și geometrice, medii, rapoarte și proporții.

Lucrarea metodică a lui I. Paulson, și metodică lui Evtușevski [124], scrise sub influența metodei marelui pedagog – metodist german Grube A. au avut un succes colosal, până când „*metoda numerelor*” a lui Grube nu a fost înlocuită cu „*metoda operațiilor*”, în unele cazuri și Paulson și Evtușevski au făcut unele abateri de la metoda lui Grube, de altfel, Paulson mai multă atenție atrage la problemele legate de diferite situații cotidiene, iar tabelele numerice constituie la finele studiului numerelor, doar ca o urmare, o concluzie, iar Evtușevski în conformitate cu ale lui Guriev, propunea studierea operațiilor și numărarea corectă. Metodică lui Leve, se referă la introducerea în calculele a operațiilor din prima sută a numerelor concrete. Metodică lui Jitkov evidențiază zecea a două într-o grupă separată și pentru prima oară se expune însușirea tabelelor operațiilor aritmetice în limita primei zeci. Autorul divizează prima treaptă în patru secțiuni, și anume: adunarea și scăderea în limitele numerelor până la 4, 6, 8 și în fine 10. Pentru lucrul de sinestătător al elevilor, de comun acord cu Șohor-Troțki, recomandă exerciții pentru reprezentarea numerelor figurative sub formă de punctaj, cărți de joc, domino etc. Această metodică atrage atenția printr-o bună sistematizare a problemelor. Lubeneț introduce numărarea a câte cinci, și cu duzinile (desette), bazându-se pe unele tradiții religioase ale poporului în care el a trăit și care calcula destul de dibaci și rapid anume aplicând astfel de procedee. Este o modalitate de a plica teoria mulțimilor în calculul aritmetic. După părerea autorului, copii în primul an de școală fac doar cunoștință cu adunarea și calculele cu numere în limita primei sute, înmulțirea și împărțirea chiar și după tabelă ei încă nu o cunosc, deoarece aceste tabele se învață numai în clasa II. Totodată el se străduie de a apropia aritmetica de viața cotidiană, și în acest scop propune probleme din anturajul vieții țăranului: sol, îngrășămintă, roadă, mașini și unelte agricole. Goldenberg în [113] critică metoda lui Grube și propune „*metoda studierii operațiilor*” astfel el este considerat inițiatorul acestei metode. Această operă metodică este caracterizată prin astfel de parametri pozitivi: referiri succinte, laconice, precise,

clare și un limbaj simplu expus într-o succesiune strictă a raționamentelor logice. Metodica lui Goldenberg nu a suferit schimbări esențiale cu toate că a avut până în 1918 peste 30 de ediții. Ea este considerată și până astăzi una din cele mai bune metodici de predare a aritmeticii din școală. Metodica lui Arjennikov [97], după cum și manualul lui nu au ceva original, deosebit, însă sunt alcătuite destul de comod și cu tâlc. Autorul menționează *„noțiunea de operații trebuie să apară de la bunul început al studierii aritmeticii”*. În prima zece, ca și Goldenberg, Arjennikov propune ca să se studieze cele patru operații și chiar rezolvă și probleme destul de complicate; apoi trece la numărare și operații asupra zecilor rotunde reieșind din aceea, *„că așa ceva e mult mai comod și clar de studiat după cunoașterea operațiilor asupra numerelor în prima zece”*. Metodica cunoscutului metodist rus Șohor-Troțki [182, 183] a apărut, după cum și manualele lui sub numele de *„metoda problemelor cu rost (raționale)”*. Această metodă preconizează, de la bunul început al cursului, exclusiv însușirea efectuării operațiilor asupra numerelor și aplicarea acestor operații în rezolvarea problemelor și situațiilor problematice aritmetice. Scopul acestui curs autorul îl vedea anume în însușirea operațiilor, însă procedeul de a atinge acest scop el îl considera nu studierea numerelor, ci șirul continuu a problemelor cu rost și metodic selectate sub formă diversă: probleme complicate, situații de problemă, exemple, întrebări. Problema conform acestei metode, servește în special pentru elaborarea regulilor sau fundamentarea studiului aritmetic dat, a unei anumite deprinderi aritmetice. Metodistul Latișev dă o descriere a realizării practice a începutului predării matematicii sub forma descrierii consecutive a mersului lucrului în clasă. El indică nu numai procedee de predare, ci găsește de cuviință de ai învăța pe învățătorii începători să se atârne destul de creator față de meseria sa și față de capacitatea de a traduce în curs o idee călăuzitoare. Neajunsul altor metodici el le vede *„în lipsa de experiență practică a alcătuitoarelor și că ei nu subliniază caracterul și importanta fiecărui exercițiu în comparație cu altul”*. Acest neajuns autorul încearcă să-l lichideze în lucrarea sa. După părerea lui, orice recomandare metodică trebuie să evidențieze ideea generală a cursului, de altfel, cei ce o citesc nu vor putea înțelege complet sensul exercițiilor și nu vor putea vedea legătura dintre ele. Expune ideea, că tot conținutul aritmeticii se reduce la cele patru operații. Dacă elevii însușesc aceste operații atunci toată aritmetica poate fi însușită. Vișnevski în baza practicii proprii îndelungate de lucru în postura de metodist, ajunge la concluzia, că la studierea numerelor se poate de atras cea mai mică atenție, pentru a avea posibilitatea cât mai profund și detaliat de a trece la numerație și cele patru operații în mod detaliat. În genere, după părerea lui, în baza studierii aritmetice trebuie de pus *„studierea numărării și a operațiilor”*. El a ieșit împotriva metodicii lui Evtușevski și Grube ca metode ce nu pot aduce foloase mari. Efectuarea operațiilor este cea mai valoroasă parte a metodicii; aici procedeele de efectuare a operațiilor se reduc la operații asupra ordinelor separate ale acestor numere, și aceste reguli servesc ca un reper pozitiv, care a permis de a elabora o linie corectă și consecutivă a întregului curs.

Metodistul Lebedințev îi face cunoscuți pe cititorii cu noi direcții experimentale în ramura metodicii predării aritmeticii elementare, care s-au dezvoltat în Germania sub influența lui Lai și Vaizeliman. Metodistul Egorov fiecare operație nouă o susține cu exerciții bazate pe materiale intuitive. După aceasta rezolvă probleme simple mai întâi cu numere concrete, apoi și cu abstracte. Numai după însușirea corectă a acestei operații se trece la rezolvarea problemelor complicate și calculării exemplelor de o mare complexitate. Cunoașterea cu cifrele și semnele operațiilor începe după numărări directe și înapoi, cu alcătuirea concomitentă a tabelelor adunării, scăderii, înmulțirii și împărțirii. Pentru evidențierea relațiilor între operații se rezolvă „ghicitori” aritmetice. După soluționarea „ghicitorilor” se efectuează o diferențiată și succintă comparare a numerelor, studierea aritmeticii numerelor întregi de orice mărime și a fracțiilor. Beliustin în metodică sa [100], după cum și în cursurile ce au urmat din ea referitoare la secțiile mici, mijlocii și a treia a școlii primare efectuează expunerea după metoda operațiilor. Cursul întreg e împărțit pe șase trepte; după efectuarea operațiilor asupra numerelor în limita primei zeci urmează treapta – operațiilor în limita 20; această treaptă, care are o importanță esențială metodică, nu este în metodică lui Goldenberg, aceea ce vorbește de bine în favoarea lui Beliustin. Pe lângă aceasta, operațiile asupra numerelor în limita 1000 sunt separate într-o despărțitură aparte.

Un curs destul de bine sistematizat și complet este acela alcătuit de metodistul Kiseliiov, în care autorul expune metodică predării aritmeticii în clasele primare și secundare. Destul de neordinare sunt recomandările referitoare la operațiile și numărarea cu numele în cele trei sisteme: literal-slavon, roman și cu cifre. Autorul acordă multă atenție la așa întrebări metodice ca: divizibilitatea la 2, 4, 8, 5, 10, 3, 5, 6, 12, 15, 7, 11, 13, 37, numere prime și compuse, divizori și multipli, sistemul metric de măsuri etc. Autorul în mod exclusiv subliniază importanța și prioritatea aplicării acestui sistem în practica de lucru cu unitățile de măsură, în raport cu unitățile cele vechi, care s-au demodat și sunt destul de incomode în folosință. Bine sunt expuse noțiunile despre rapoarte, proporții, medii și calcule aproximative; problemele la capitolul regulii de trei: simplă și compusă. Este un bun început de teoria numerelor. Cartea este destul de apropiată de matematica știință a sfârșitului secolului XIX și începutul secolului XX. Kuperștein în [132], propune de a se baza pe experiența vieții cotidiene a copilului, desigur era o idee nu chiar nouă și nu odată propusă de mulți metodiști începând cu Pestalozzi. Autorul atrage atenția la primele trepte ale instruirii anume la problemele cu rost ale lui Șohor-Troțchi [529], care sunt accesibile pentru copii și legate de interesele lor cotidiene. Propune totodată ca problemarele pentru școlile sătești și orășenești să fie diferite și legate de viața lor cotidiană.

Metodologia predării-învăţării geometriei

În Rusia prima lucrare însemnată la metodica predării geometriei a fost cartea lui A. H. Ostrogorsky [162]. Autorul numeşte lucrarea sa „materiale”, deoarece nu se consideră pe sine „încă destul de pregătit, pentru a alcătui o metodică a geometriei” [139, p.88]. El consideră că introducerea cursului propedeutic trebuie să devină ca o pregătire în lucru asupra materiei abstracte, adică trebuie să-l ducă pe elev la aceea ca el, reieşind din observaţiile corpurilor, feţelor, muchiilor să ajungă la o reprezentare abstractă a planelor, liniilor, punctelor etc. idee care mai apoi a fost realizată către sfârşitul secolului al XIX-lea. Ostrogorsky pentru prima oară recomandă de a include *dreapta* în noţiunile fundamentale ale geometriei, care nu necesită nici o definire. În [162] autorul analizează definiţiile *drepte* date de Euclid „*Linia dreaptă este aceea, care în acelaşi mod se raportează faţă de toate punctele sale*”, la Ostrogorsky „*Linia dreaptă este linia, poziţia căreia este bine determinată de două puncte ale sale*”, la Falike „*Dreaptă se numeşte linia, ce merge în continuu într-o direcţie*”, la Lejandre „*Dreapta este cea mai scurtă din toate, care sânt duse între două puncte*” şi, scoate concluzia sa: „*Noţiunea de dreaptă serveşte ca bază pentru toate cele ce urmează; însăşi ea nu are anticipat nimic mai simplu ce ar putea servi ca bază pentru definirea ei*”, [162, p.17]. Această idee mai pe urmă a fost realizată în manualele ce apar ulterior. Asupra perfectării cursului sistematic a lucrat metodistul V. Latâşev. Metodica lui consta din două tipuri de cursuri geometrice: elementar(propedeutic) şi elementar-teoretic (pentru clasele primare ministeriale şi pentru şcolile orăşeneşti). O bună parte a cursului se referea la măsurări şi diverse procedee de construcţii geometrice, mai ales cu compasul şi rigla. Autorul sublinia că lucrul mintal se bazează în mod special pe trei elemente: observaţia, generalizarea şi concluzia [139, p.92]. Cursul propedeutic trebuia să prezinte ca ceva integru şi bine aranjat, care să poată forma la elevi un şir de cunoştinţe preţioase şi utile, care mai apoi elevul să poată opera cu anumite noţiuni şi să efectueze în mod concret şi unele măsurări. Conţinutul de bază a acestui curs trebuia să-l constituie figurile şi imaginile spaţiale geometrice. La anumite etape a studierii programei de bază a geometriei se introduceau şi noţiunile de bază ale geometriei metrice. Metoda principală de studiere a acestui curs se considera observaţia prin folosirea cât mai largă a materialelor intuitive. Paralel se aplicau lucrări practice de laborator în clasă, acasă, în ogradă şi în câmp: măsurări concrete, confecţionarea modelelor, desenelor, alcătuirea tabelor, trasarea de linii pe teren.

Spre sfârşitul secolului al XIX-lea apar lucrările destul de ample ale metodistului A. Davidov şi ale lui A. Malinin şi F. Egorov, lucrări care au adus un mare prinos în predarea geometriei ruse, care au stat la baza metodologică a operelor [3, 66, 102, 103], care au apărut mai recent.

Metodologia predării-învăţării algebrei

Inițial în multe manuale de aritmetică unde era expus un curs cât de cât mai aprofundat se conținea și unele teme de algebră ca: logaritmi, progresii, combinatorică etc. De multe ori în ele erau expuse teme: ca ridicarea la putere sau extragerea rădăcinilor în special cele pătratice și cubice [54, 93]. În majoritatea țărilor din Europa algebra apare ca obiect de sine stătător de studiu în școală la începutul secolului al XIX-lea. Chiar în cursul preparandal a seminarului învățătoresc din Germania din anul 1853, algebra se studia în anul I și doar până la ecuațiile de gradul II inclusiv [157, p.445].

În Moldova algebra se citește ca obiect de studiu, la Academia din Iași pe la sfârșitul secolului al XVIII-lea. Obiectul algebra făcea parte din epistimuri, iar mai apoi s-a separat aparte. Inițial cursul era citit în greacă. În [7] Andonie specifică că așa cursuri încep a se citi la Iași din 1766 în ultimii trei ani de studii (clasele 10, 11, 12). Cursurile citite de matematicienii N. Theotochis, N. Cercel (Chiriac) care au rămas sub formă de manuale tipărite în grecește sunt nu altceva decât o traducere a lucrărilor matematice ale lui C. Wolff din Germania, unde au studiat acești profesori. Conținutul algebrei lui Cercel este alcătuit din rapoarte, fracții, puteri, logaritmi. O carte de algebră, tot în greacă, a rămas de la D. Gowdela (Gaudela), profesor de matematică și ca director al Colegiului până în anul 1821. Cartea lui „Elemente de algebră” (1806) [Stoiheia Algebras] e scrisă destul de pompos, pedant, conține multe informații istorice referitoare la matematică și nu se deosebea cu mult de cea a lui Cercel, deoarece era tot o copilație a operelor lui Cr. Wolff [7].

Primele noțiuni algebrice în română apar în manualul [54], în mod succint (progresii, puterii ecuații), însă prima carte de algebră în limba poporului în Moldova apare doar în 1837 la Iași. Cartea este rodul muncii lui Gh. Asachi, începând cu 1813 când deschide cursul ingineresc pe lângă Colegiul de la Trei Erarhi, inițial fiind citit în franceză, apoi în română. Dacă cursul inițial era o prelegere după Bezout, apoi manualul din 1837 [11], destinat pentru clasele colegiale de gradul II este deja o operă originală autohtonă, scrisă în limba poporului. Ceva mai devreme, în 1824 la Arad mai apare o algebră scrisă de Constantini. Despre conținutul acestui curs putem vorbi după manualul [11] a lui Gh. Asachi: operații cu câtimi (variabile) incomplete și complexe, puteri și rădăcini, fracții algebrice, ecuații și soluțiile lor (ecuații de gradul I și II). Materia de studiu este distribuită într-o formă accesibilă și în succesiune continuă din punct de vedere a gradului de sporire a dificultății. Cartea este însoțită de un vocabular de noțiuni matematice pe care autorul le numește „*cuvinte tehnice*”. Multe din ele nu și-au pierdut sensul logic și științific nici astăzi. Este o prelucrare metodică destul de eficientă, poate una din cele mai bune ale timpului său. Metodic este tâlcuită aproape impecabil, îi lipsește doar un problemar

adecvat, însă în acel timp, autorii de manuale considerau că profesorul trebuie să posede capacitatea de a compune singur exemplele necesare adecvate situației și circumstanței în cauză.

În Rusia, programa cursului de algebră separat apare la începutul secolului XIX. Această programă era utilizată și în gimnaziul din Chișinău. Conținutul programei ne uimește prin supraîncărcarea sa. Ea conținea spre exemplu: împărțirea fracțiilor și descompunerea fracțiilor în linii ($a/(1-x)$; $a/(x+1)$; etc.), operațiile asupra rădăcinilor conțin astfel de exemple: extragerea rădăcinii pătrate, cubice și de orice ordin dintr-un polinom descompunerea rădăcinilor incommensurabile în serie ($\sqrt{a^2-x^2}=a-x^2/2a\dots$), extragerea rădăcinii pătratice din binomul $A+\sqrt{B}$; operații asupra câtimilor imaginare de tipul $a+\sqrt{-a}$. La tema despre logaritmi se studiau fracții periodice infinite în lanț; ecuațiile cubice se rezolvau în trei moduri: după formula lui Cardano, după divizorii termenului liber și prin aproximare. Se încheia studiul cu progresele aritmetice și geometrice. Era o algebră formală, destinată în special problemelor limbajului algebric [139].

Dintre tratatele științifice și îndrumările metodice ca, care expuneau prelegerile savanților matematicieni, s-au evidențiat mai apoi unele opere elementare, care în special au fost destinate școlilor. Spre exemplu cuprinsul cărții [11] conține: monoame, polinoame (cantități compuse), C.M.M.D.C, fracții și mărimi complexe (amestecate), descompunerea fracției în serii, pătrate, cuburi și rădăcinile respective, ecuații de gradul I, rapoarte și proporții, reguli de proporționalitate; puterile și rădăcinile de diferite ordine din monoame și polinoame, ecuațiile pătratice, binoame și trinoame, rezolvarea ecuațiilor cu ajutorul divizorilor termenului liber, șiruri, progrese aritmetice și geometrice, noțiuni referitor la sumarea seriilor, logaritmi, procente și unele întrebări referitor la ecuațiile nedeterminate; aplicarea formulelor de tipul $(x+a)^n$, $(x+a)^{m/n}$, $(x+a)^{-n}$.

În istoria dezvoltării metodicii predării algebrei au avut loc două orientări. Prima prevedea aplicarea teoriei și metodele științei la problemele selectate pentru studiere în școală. Acest curs era construit după schema: definiții, teoreme, reguli, exemple – și avea ca scop de a sistematiza o bază de fapte, de cunoștințe. El nu admitea nici o deviere sau fuzionism. Predarea lui se evidenția prin abstractizare, o detașare a teoriei de la aplicațiile ei practice. Altă orientare a venit în schimbul primei în acea perioadă a dezvoltării (sfârșitul secolului XVII) algebrei, când a apărut ideea de funcție și a căpătat o mare amploare principiul intuitiv [159]. Această nouă orientare a adus pe prim plan conținutul ideinic al algebrei și a realizat apropierea destul de bună a părților teoretice a cursului cu aplicațiile lor la soluționarea problemelor practice.

Pe parcursul perioadei cercetate s-a constatat că programa de studiu la Algebră era îmbâcsită cu probleme destul de sofisticate și complicate, ce nu aduceau nimic folos în pregătirea elevilor [149]. Se concep o serie de manuale care au adus cu sine simbolismul, operațiile cu polinoame, rezolvarea ecuațiilor, elemente de noțiune de funcție. S. Haret a conceput un astfel de manual fiind încă licean, deoarece își dădea destul de bine seama de golul ce trebuie astupat în

metodica predării algebrei. Mai apoi apar manualele lui Șerbescul și Climescu. Aceste manuale deja sunt mult mai perfecte, dar totuși noțiunea de funcție încă nu este reflectată în ele. În Rusia au apărut manualele lui Davidov, Maracuiiev, Stranoliubskii, Somov [172], a cuplului de autori Malinin și Burenin [150]. Din ele se pot evidenția două care au avut largă circulație inclusiv și în Basarabia: cele ale lui Davidov și ale lui Stranoliubskii. În special manualul [172], publicat în 1868 „Curs de algebră”, bazat pe o generalizare consecventă a problemelor aritmetice. A constituit un fel de indicații metodice pentru predarea inițială a algebrei. Ideile puse la baza acestui manual, denotă un început de cale în metodologia predării algebrei, o direcție, complet diferită și de o atare concepție pe care școala europeană încă nu o concepute. Practic, aceasta, a fost prima carte de metodică la algebră din Rusia. „Mărimile pozitive și negative” autorul le definește în procesul soluționării ecuațiilor de gradul I și a problemelor ce se soluționează prin compunerea a acestui tip de ecuații. Autorul protestează vehement împotriva expunerii dogmatice a teoriei numerelor raționale și indică, că tâlcuirea numerelor pozitive și negative nu poate fi concepută fără generalizări [172, p.112]. Pentru prima oară aplică *mișcarea în algebră*, lămurind operațiile asupra numerelor raționale prin metoda concret-inductivă. Această metodă și astăzi se folosește în algebră și e considerată destul de eficientă. La timpul său, acest metodist, nu a fost înțeles și nu a avut succesori, însă meritul mare a lui Stranoliubski este noua concepere a predării studierii numerelor raționale în metodica algebrei.

Metodistul rus Ermakov subliniază în [126] că în momentul actual lui (1890) „*matematica în dezvoltarea sa superioară s-a îndepărtat de practica vieții cotidiene și de științele aplicate*”. El cerea ca teoria să fie redusă la minimum, iar manualele să fie cât mai concise și clare. Manualul lui Ermakov are la bază 18 poziții, 2 condiții și 7 definiții. „Poziția sau teorema este un adevăr incontestabil în știință. Condiția sau ipoteza este aceea ce depinde de bunul nostru plac” [126, p.18]. După el, *ipotezele* determină ordinea operațiilor. *Definițiile* se referă la următoarele noțiuni: termen, polinom, scădere, număr negativ etc. Mai departe urmează *teoremele*: legea comutativă a sumei; rezultatul adunării sau scăderii a mai multor numere nu se va schimba, dacă vom comuta cu locul numerele la un loc cu semnele lor; scăderea consecutivă a mai multor numere poate fi înlocuită cu scăderea sumei lor ș.a.m.d. Regulile operațiilor cu numere raționale autorul „deduce” extinzând prin analogie regulile aritmetice asupra binoamelor și polinoamelor negative. Spre exemplu, $7+(0-9)=7+0-9=7-9=-2$ sau $(0-a)(0-b)=0*0-0*b-a*0+ab$, de aici $(-a)*(-b)=a*b$. Clarifică valoarea reală a numerelor negative și deduce concluzia că numerele pozitive și negative sunt nu altceva decât abstracțiile mărimilor pozitive și negative reale [139, p.106].

Noțiunea de funcție și studiul ei în algebră este concepută ca o inițiere destul de valoroasă către sfârșitul secolului al XIX-lea. Programul claselor a 5-a, 6-a consta deja dintr-o studiere mult mai detaliată și științifică a algebrei. Noțiunea de funcție, studierea ei analitică și construirea

graficului celor mai elementare funcții, a fost introdusă în programa primului ciclu. Deja în clasa a 6-a se introducea noțiunea de derivată, legătura dintre semnul derivatei, comportamentul funcției și aplicațiile ei la cercetarea funcției. O caracteristică a acestei algebre era construirea ei pe bază de concentrate, care s-a păstrat atât în România începând cu 1898 (anul realizării reformei) cât și în Franța, care a realizat aceeași reformă de abia în 1902. O parte caracteristica a acestei reforme era ca să nu separe aparte obiectele matematice, ci după posibilitate de unit toată materia de studiu într-un conglomerat unic și în strânsă legătură cu aplicațiile ei practice. Această caracteristică era destul de bine evidențiată anume în clasele mai mici [104, p.38], iar mai apoi a fost cunoscută sub numirea de *fuzionism*.

Ideile noi au fost cu succes susținute în Rusia, desigur și în Basarabia, de metodistul K. Lebedințev, N. Glagoev. Manualele și îndrumările metodice [142-144] ale lor sunt valoroase și astăzi. Lebedințev a expus ideea ca în cursul de algebră trebuie să fie incluse: ideea de mărime variabilă, noțiunea de funcție, studierea procesului schimbării funcțiilor elementare și metoda grafică de reprezentare a dependenței funcționale. Deja în secolul XX apar manualele lui Bilibin, Șapoșnikov, Kiseliiov care au fost folosite până și după al doilea război mondial în școli. Manualele apărute pretindeau a lichida acel gol ce exista în predarea algebrei referitor la dependența funcțională [139, p.108]. Este caracteristic manualul și problemarul metodistului Lebedințev în care autorul paralel dezvoltă noțiunea de număr și noțiunea de dependență funcțională. Autorul expune materia de studiu nu de la metoda abstract-deductivă ci de la cea concret – inductivă și din acest punct de vedere lămurește operațiile asupra numerelor raționale și operarea cu semnele. De rând cu aceasta se dă o teorie logic fundamentată a numerelor raționale. Studierea formală a logaritmilor este expusă pe baza cercetării proprietăților fundamentale ale funcțiilor exponențiale și logaritmice [139, p.110].

În această succesiune apare o literatură metodică bine expusă sistematic și accesibil organizată la algebră, destul de diferită de cea din Europa Occidentală și a fost pe larg utilizată atât în Basarabia cât și în România.

Una din valoroasele prelucrări metodice referitoare la predarea algebrei poate fi considerată opera [172] a metodistului Stranoliubski. El a fost unul din cei mai de vază reprezentanți ai mișcării pedagogice reformiste în matematică. În metodica sa autorul pornește de la generalizarea succesivă a problemelor aritmetice. Prin intermediul problemelor arată cum folosindu-le ca moment inițial la expunerea întregii despărțituri a transformărilor identice, se poate deduce toate formulele algebrei (până la fracții algebrice inclusiv). O astfel de încercare, care nu este realizată nici în zilele noastre este ceva ce merită o deosebită atenție. Elementele de algebră ale lui Stranoliubskii îi presează pe elevi prin abstractizarea sa, îi duce pe elevi într-o oarecare lume nouă a simbolurilor, în dosul cărora elevii la început nu văd nici un conținut concret. La el formalismul parcurge toate transformările identice și dispare doar la rezolvarea

problemelor cu ajutorul ecuațiilor [139, p.100].

Până la Stranoliubskii operațiile asupra numerelor raționale se expuneau în mod dogmatic, fără motivare. Regulile operațiilor erau deduse în mod primitiv pe baza operațiilor de avere (avut) (+) și datorie (-), sau la deducerea regulii înmulțirii, se foloseau de o definiție de generalizare: „*A înmulți a la b este ca și cum am alcătui din cantitatea, exprimată prin a, o oarecare altă cantitate la fel ca și aceasta, ca cantitate exprimată prin b, alcătuită din unități*” [172, p.44]. Autorul introduce metoda concret – inductivă, legată de expunerea cu problema mișcării unui punct mobil pe o dreaptă. Ideile lui s-au dovedit a fi prea mature și destul de noi, și de aceea nu s-au implementat în practică la timpul lor. Doar la începutul secolului al XX-lea la aceste idei s-au întors și unele dintre ele s-au realizat în practica predării algebrei [2, 6, 103].

În 1876 cuplul de metodiști Evtuşevski și Glazîrin editează „Metodica cursului pregătitor de algebră” – o primă încercare de a propune un curs propedeutic de algebră [125]. În această prelucrare metodică autorii își expun punctul de vedere asupra predării elementelor de algebră bazat pe experiența de lucru și a prelucrării celor peste 30 ediții a „problemariului de probleme aritmetice”. Cursul metodic constă din 2 părți: în prima parte autorul pune problema introducerii „limbajului algebric”; trecerea la notarea literară, pornind de la expresiile numerice din probleme, generalizarea soluțiilor problemelor cu transformări identice elementare; partea a doua este dedicată ecuațiilor. Noțiunea de ecuație autorii o leagă de noțiunea de problemă „... *ecuația este egalitatea, care exprimă conținutul problemei*”. Pentru cursul propedeutic o astfel de tratare a noțiunii de ecuație este suficient motivată. La primii pași în algebra nu este admisibil ca ecuațiile să fie studiate separat de soluționarea problemelor. Ruperea ecuațiilor de la rezolvarea problemelor, consideră autorii ar putea duce la o construire formală a cursului. Autorii fac o tentativă de a clasifica în mod elementar problemele care se reduc la alcătuirea celor mai simple ecuații, accesibile pentru elevi la această etapă. Legătura dintre exercițiile la însușirea „limbajului algebric” și probleme îi inspiră pe autori spre ideea necesității de a rezolva probleme cu date sub formă de litere.

Opera [125] a avut aceeași soartă ca și [172]. Ambele nu corespundeau direcției oficiale de predare a algebrei, care urmărea ca conținutul și formele ei de predare să fie cât mai dificile, sofisticate, greoaie și pline de misterul și „fascinația” principiilor artificiale [139, p.102]. Aceste idei proaspete și originale mergeau împotriva tendințelor dogmatice formale a predării algebrei și deoarece ele nu erau autorizate de corifeii Europei Occidentale, pentru mult timp au fost date uitării, deoarece părerea corifeilor occidentali era la modă. Aceasta ne-o atestă titlurile operelor publicate, care de multe ori atestă autorul de bază după care a fost scris manualul, sau dacă opera era pur și simplu o traducere cuvânt în cuvânt. Pe acele vremuri era la modă să arate că manualul dat de algebră sau geometrie nu este pur și simplu o operă oarecare de rând ci este o traducere sau o prelucrare a operei unui oarecare francez, german sau austriac. Prestigiul manualului era cu

atâta mai mare cu cât numele “corifeului” matematic era mai mult cunoscut și această tradiție a fost păstrată până la începutul secolului al XX-lea, iar uneori poate și mai târziu.

O a treia lucrare metodică se poate considera cărticica „Despre predarea algebrei” [126] editată în 1892 de metodistul V. Ermakov. Întrebarea despre obiectivul major este pus de autor destul de îngust și care nu diferă de alte manuale populare de algebră. Autorul este un mare adversar al formalismului ce domina în acel timp în predarea algebrei. Subliniind marea neînșușită la algebră, el categoric protestează contra afirmării, „*că algebra este o știință simbolică, ce este accesibilă numai unor distinse naturi omenești*”. Principala pricină a neînșușitei el o consideră – „*predarea nepricepută și la un nivel jos a pedagogilor*”. Numai „ea”, după părerea autorului, „*este principala și unica pricină a divizării copiilor în capabili și cei ce nu pot însuși matematica*” [126, p.18]. Mai departe autorul susține că dacă procesul instructiv este bine organizat, atunci nu pot fi copii ce nu însușesc. El subliniază că „... *nu-i demonstrat, că copiii se nasc cu capacități diferite*”. Pricina autorul o vede în lucrul pedagogilor, a școlii și consideră că chiar și dacă unii copii se nasc cu diferite capacități apoi pedagogul are o menire sfântă de a lichida aceste neajunsuri și aceasta este în puterile lui, numai dacă el dorește a o face [139, p.105].

Aceste poziții ale lui Ermakov sunt la timpul lor atât de noi și surprinzătoare că și în zilele noastre nu ar strica de chibzuit asupra lor. Această prelucrare metodică a avut un mare ecou în rândurile matematicienilor și a stat la baza elaborării metodicii predării algebrei actuale ca cele de Barîbin și Hollinger respectiv.

În următorii ani 1912-1913 apar îndrumările metodice ale lui Simon în traducere din germană, a lui Stamatescu [81], dar la algebra se referă doar câte un capitol și sub formă destul de succintă, deoarece lucrările se referă la matematică în general și sunt dedicate în special aritmeticii și ceva mai puțin geometriei.

Ceva mai valoros apare începând cu anul 1913 scris de marele metodist K. Lebedințev [142-144]. Opere care au adus un mare prinos în predarea algebrei în școala de treapta medie. Metodica lui este concepută în spiritul reformei, ce se preconiza, cu ideea fundamentală axată pe introducerea studierii noțiunii de funcție în cursul de algebră. Pe baza acestor metodici s-au constituit multe manuale de algebră care s-au folosit mult timp în școală inclusiv și în Moldova, în special manualul lui Kiseliov.

În 1915 apare „Contribuții la didactica matematicii” de Semirevici la Iași [80] unde autorul expune multe idei noi despre introducerea ideii de noțiune de funcție în matematica școlară. Este o lucrare destul de serioasă, dar la algebră se referă destul de superficial.

În România în 1921 apare „Metodica matematicii” de Costescu [41] în care la fel algebra apare doar ca o generalizare idealizat-abstractă a aritmeticii. Ideea funcțională este luată doar superficial.

Metodologia predării-învăţării elementelor de matematică superioară

În Rusia predarea-învăţarea elementelor de matematică superioară în şcoală a fost posibilă datorită participării active a academicienilor S. Razumovschi şi N. Fuss şi susţinuţi de aşa savanţi matematicieni ca T. Osipovschi, M. Ostrogradschi, V. Buneakovschi. În Germania o astfel de reformă a fost efectuată în 1816. la începutul secolului XIX în Rusia apar manualele elementare ale lui T. Osipovschi şi N. Fuss ce conţineau elemente de matematică superioară, adică de analiză matematică şi geometrie analitică noţiuni de dependenţă funcţională. Însă sub presiunea cercurilor reacţionare şi părtaşilor clasicismului, care luptau destul de aprig împotriva cursului realist al învăţământului, predarea elementelor de matematică superioară suferă modificări serioase de îngrădire. Sub presiunea reacţiei din 1819 se introduce „Planul Uvarov 2” şi din cursul gimnaziilor se exclud iniţial elementele calculului diferenţial şi integral. În 1844 se exclude predarea statisticii, iar în 1845 se lichidează predarea fundamentelor geometriei proiective şi analitice, ceea ce se petrece şi în şcolile medii din Basarabia.

Unii metodişti subliniau că manualele de analiză matematică sânt mai inferioare de cât cele de geometrie analitică, deoarece încă nu era efectuată o fundamentare aplicabilă în practica predării-învăţării. În 1841 apare un studiu de matematici superioare scrise de Dimitrie Asachi, fiul lui Gheorghe Asachi, ofiţer şi inginer. Acest studiu este considerat ca primul studiu original românesc. El nu este atât de bogat şi variat în conţinut, deoarece conţine referiri, doar asupra inversiunii serilor.

Tot în 1841 Anton Velini ţine un curs de matematici la Academia Mihăileană în Iaşi în care se referă şi la conice: elipse, hiperbole, parabole dar în mod sumar [7, p.158]. În 1851 apare manualul lui Oresco, iar în 1920 în ultima ediţie cel al lui Vrîncean. Ultimele sunt nişte manuale de elemente de geometrie analitică într-o formă sumară, dar pe baza lor sau creat manuale ulterioare. În 1898 apare cursul de geometrie analitică [40] de C. Climescu şi ale lui S. Bahvalov în care autorii expun teoria geometrii în plan şi spaţiu şi în special secţiunile conice.

Cursul de analiză matematică la Universitatea din Iaşi a fost ţinut de Al. Călinescu. El a citit teoria funcţiilor, a ecuaţiilor superioare, a calculul diferenţial şi integral. După ce a lucrat 2 ani, între 1860 şi 1862 a demisionat şi nu a lăsat în urma sa nici o operă scrisă. Catedra de analiza matematicii a rămas neocupată şi apoi succesorii lui N. Culianu şi I. Melik nu au contribuţii esenţiale în acest domeniu, doar Cristescu publică la Paris un manual, care se referă la studiul curbelor continue [7].

În 1907 apare una din cele mai ample opere la geometria analitică de N. Abramescu. În această lucrare geometria analitică este deja cu mult mai aproape de cea modernă: studiul dreptei

în plan și spațiu, studiul planelor, poziții reciproce dintre drepte, drepte și plane dintre plane, noțiuni de tangente, normale, secțiuni conice.

În programele introduse în România în 1898 algebra superioară se studia în clasele 6-8 a ciclului real, iar geometria analitică în plan în clasa 8. Elementele de analiză matematicii erau incluse în algebra superioară și conțineau: limite, derivata și aplicarea ei la studiul funcției, integrala. Noțiunea de funcție se dă în clasa 5 odată cu sistemul cartezian de coordonate. Se studia variația funcției liniare și pătratice și se construiau graficele lor, în geometrie se cerceta mișcarea. În clasa 7 derivata funcției exponențiale, logaritmice, trigonometrice directe și inverse, funcțiilor de mai multe variabile, primitivele. În clasa 8 se studia în afara geometriei analitice, teorema lui Rolle, Descartes, Șturm și aplicarea lor la calculul aproximativ al rădăcinilor.

Pedagogilor li se recomandă să renunțe, pe cât e posibil, de la abstractizare și teoretizare, de atras atenția la aplicațiile practice și mai mult de apelat la cugetări logice de cât la memoria elevilor. Această reformă nu odată a fost supusă diferitor modificări în raport de schimbarea partidelor politice ce vreau la cârma puterii de stat. În mod special aceasta se referea la clasa VIII, care nu odată împreună cu tot cu programa analitică a fost lichidată (1900, 1911-1912), apoi din nou restabilită [104, p.40-41].

În Rusia întrebarea despre introducerea elementelor de matematică superioară a apărut relativ demult însă deja la începutul secolului al XX-lea mulți metodiști considerau că noțiunea de derivată și integrală trebuie dată elevilor. În 1906 fundamentele geometriei analitice și calculul integral și diferențial a fost introdus în cursul clasei 7 (clasa absolventă) a școlilor reale și a corpurilor de cadeți în 1911.

Elevii după presupunerile autorilor programelor analitice, trebuie să capete deprinderi solide, fundamentale în derivarea și integrarea funcțiilor, aproximativ în volumul acelor cunoștințe ca după un colegiu de profil tehnic. Studierii matematice superioare îi era rezervată 3 ore pe săptămână. Dacă geometria analitică și calculul diferențial se preda destul de satisfăcător, apoi calculul integral întâmpină dificultăți și aceste dificultăți după părerea majorității pedagogilor erau din cauza insuficienței de timp.

În 1911 au fost întărite noi programe la matematică. Aceste programe prezintă prin sine un pas înainte față de cele din 1898. Astfel, una din prioritățile învățământului matematic era considerată dezvoltarea gândirii funcționale, ce determină dependența unui fenomen de altul. Programa la geometria analitică și elementele de analiză matematică nu suferă schimbări. Cursurile conțin elemente despre studiul funcțiilor, punând accentul principal pe aplicarea metodei coordonatelor la studierea funcțiilor. A apărut păreri de a introduce în școală elemente de teoria probabilităților, care trebuiau să fie studiate în imediata succesiune după combinatorică. Au apărut ulterior manuale care reflectau schimbările necesare.

În manualul lui N. Glagolev a fost făcută încercarea de a uni într-un tot întreg cursul de

algebră superioară, elemente de geometriei analitică, analiză matematică (fără integrale) și teoria probabilității. Neajunsul manualului era acela că compartimentul despre funcție era oarecum izolat de alte despărțituri ale cursului, puține întrebări geometrice erau folosite în conținut. O încercare mult mai reușită a construirii unitare a efectuat-o metodistul K. Lebedințev [142-144] în special. Specificul manualului este în succesiunea expunerii principiului: studierea elementelor de matematică superioară în școala medie poate fi folositor, rațional și cu succes numai în cazul, când noțiunile de bază a acestui curs direct se leagă de despărțiturile corespunzătoare ale algebrei elementare. De aceea a și scris și lucrarea metodică, care era destinată acestei idei călăuzitoare. Manualul nu conținea elemente de teorie a probabilităților. Lucrarea este una dintre primele din acest domeniu, având un volum atât de considerabil și complet. Apariția acestei lucrări a fost precedată de publicarea unei părți din “Fundamentele metodicii matematicii moderne” [141] în care autorul cu toate că nu a terminat completamente opera sa, a scris un capitol “Principiile fundamentale a metodicii studiului despre funcții și elemente de analiză în școlile de treapta a II-a”, în care menționează *„că paralel cu studierea unor funcții oarecare elevii trebuie încetul cu încetul să se cunoască cu studiul despre limita și derivata funcției, pentru ca să capete prin ele o nouă metodă destul de puternică pentru studierea funcțiilor și rezolvarea multor probleme din geometrie și științele naturii, care în alt mod nu se pot supune unei prelucrări matematice fixe”* [142, p.244].

Evoluția genetica-istorică a modelului de abordare a problematicei instruirii

Nr d/ o	Teoria predării-învățării (pedagogică)	Elementele definitorii ale teoriei	Principiile didactice promovate	Orientările oferite pentru procesul predării-învățării-evaluării	Metode de predare-învățare promovate
1.	Teoria lui Ian Amos Comenius (1592-1670) pedagog care a elaborat primul mare sistem de educație	- încrederea în formarea omului, optimismul pedagogic	- principiul intuiției - principiul conformității educației cu natura - asigurarea unui învățământ accesibil - însușirea conștientă și temeinică a cunoștințelor și abilităților - caracterul sistematic al procesului de predare-învățare	- cunoștințele să se însușească prin extinderea conținutului lor - să se respecte „ordinea naturii”: întâi lucrurile, apoi cuvintele - să se învețe numai „bazele” a ceea ce este „principal”, în mod temeinic, scurt și repede	- intuiția - exercițiul - explicația - exemplul
2.	Teoria lui Iohan Heinrich Pestalozzi (1746-1827) pedagog care a încercat să elaboreze o teorie științifică asupra educației, a elaborat bazele învățământului elementar și a realizat pentru prima dată în istoria omenirii îmbinarea organizată a muncii productive cu procesul de predare-învățare, în localitatea Neuhoř	- convingerea că toți oamenii pot fi instruiți - ideea că omul trebuie dezvoltat ca întreg, respectiv „trupul, spiritul și inima sa”	- respectarea legilor naturii în educație - respectarea particularităților individuale și de vârstă ale copiilor - principiul intuiției - principiul activității libere - gradare treptată și succesiunea riguroasă în procesul predării-învățării-evaluării	- învățământul elementar să asigure cunoștințele și deprinderile necesare vieții, să contribuie la dezvoltarea forțelor interne, a dispozițiilor copilului; scopul este să se acumuleze cunoștințe bazate pe experiența senzorială - pentru predarea-învățarea elementară recomandă cititul, scrisul, socotitul, desenul, cântul activitățile practice ș. a. Reieșind din postulatele sale fundamentale de: num ărul, numele, forma	- intuiția - exercițiul
3.	Teoria lui Freidrich Adolph Wilhelm Diesterweg (1790-1866) adept al lui Pestalozzi și considerat „învățător al învățătorilor Germaniei” sau „Pestalozzi al Germaniei”	- pedagogia poate aspira să devină știință dacă există un principiu suprem, cu valoare universală: conformitatea educației cu natura	- principiul conformității educației cu natura - principiul conformității educației cu cultura - principiul activizării	- promovează o instruire activă care trebuie să țină cont de particularitățile individuale ale elevilor și o cunoaștere prin intuiție - să se exercite cele două funcții ale învățământului: informarea și formarea	- intuiția - conversația euristică
4.	Teoria lui Stephan Ludwig Roth (1736-1849) discipol al lui Pestalozzi ce a promovat în arealul român concepția educativă a acestuia, adaptând-o la realitățile transilvănene	- conformitatea învățământului cu natura copilului și cu condițiile sale de viață	- respectarea legilor naturii în procesul educației - respectarea particularităților individuale și de vârstă ale copiilor - principiul intuiției	- învățământul intuitiv să fie strâns le gat de dezvoltarea vorbirii	- intuiția
5.	Teoria lui Konstantin Dimitrievici Ușinski (1823-1870) ca și Pestalozzi și Diesterweg, s-a ocupat de problematica învățământului elementar	- pedagogia trebuie să se constituie ca o unitate între teorie și practică	- principiul intuiției - principiul conformității educației cu natura - principiul însușirii conștiente și active a cunoștințelor	- teza caracterului național al educației, promovarea învățământului în limba maternă (nouă); - promovarea tendinței spre activitatea firească acopilului - asigurarea legăturii între observare, gândire, limbaj	- intuiția (pe care a propus-o drept obiect de învățământ de sine stătător în școală)
6.	Teoria lui Iohann Friederich Herbart (1776-1841) de formație filosof și matematician, iar după ce a cunoscut activitatea lui Pestalozzi, și-a îndreptat preocupările spre educație. A fost profesor universitar de pedagogie, răstimp în care a înființat un seminar pedagogic cu școli de aplicație. Este primul pedagog care elaborează o teorie a interesului, considerând interesul ca verigă esențială între idei și acțiune	- concepția sa este interesantă și valoroasă prin substanța sa psihologică, morală și tehnologico-didactică: preocuparea de a așeza la baza procesului de învățământ concepția multilateralității intereselor, dezvoltarea ideei teiei copilului pe baza dinamicii reprezentărilor, caracterul educativ al procesului instructiv-educativ, rolul moral al învățământului etc.	- principiul organizării sistematice al activității elevilor - principiul respectării particularităților de vârstă ale elevilor - principiul respectării specificului obiectelor de învățământ	- învățământul este mijlocul principal de educație, el facilitând și scurtând drumul experienței personale, îndrumând-o, contemplând-o și concentrând-o - școala nu este un loc în care se transmit informații, ci un mediu eficient de educație - studierea disciplinelor: elena, latina, matematica, științele naturii - scopul îndepărtat al instrucției este dobândirea virtuții și scopul apropiat dezvoltarea interesului multilateral - există patru momente în lecție: claritatea, asocierea, sistema, metoda(vezi schema lecției) - idealul educativ este formarea omului cu caracter energic și moral - asigurarea unui învățământ educativ - realizarea educației morale	- metoda observației și analizei - conversația - convorbirea liberă

**Corelarea dintre componentele de bază ale procesului
de învățământ și principiile didactice tradiționale**

Componentele de bază și condițiile instruirii	Principiile instruirii
Sarcinile (obiectivele) instruirii	Principiul orientării instruirii spre rezolvarea sarcinilor de învățământ în legătură strânsă cu dezvoltarea generală a elevilor și cerințele față de idealul educațional (problematica educației permanente și continue printr-o motivație optimă)
Conținutul instruirii	Principiile: a) caracterul științific al instruirii; b) legătura instruirii cu viața; c) sistematizarea și continuitatea în instruire; d) accesibilitatea în instruire.
Metodele de instruire și mijloacele ce le corespund	Principiile: a) intuiția în învățământ; b) însușirea conștientă și activă a cunoștințelor de către elevi, rolul conducător revenindu-i pedagogului; c) îmbinarea diverselor metode și mijloace de instruire în dependență de sarcinile și conținutul învățământului.
Formele de organizare a instruirii	Principiul îmbinării diverselor forme ale instruirii în funcție de sarcinile (obiectivele), conținutul și metodele de instruire.
Condițiile pentru instruire	Principiul creării condițiilor necesare pentru instruire.
Rezultatele instruirii (evaluarea)	Principiul temeiniciei, înțelegerii conștiente și al eficienței rezultatelor învățământului, educației și dezvoltării permanente și continue a personalității instruite.

ANEXA XI

Formații de lucru în instruire și educație

Nr. d/o	Formă de organizare a învățământului	Caracteristici	Avantaje	Limite	Pedagogi reprezentanți	Pedagogi autohtoni
1.	Individuală singura formă din cele mai vechi timpuri, practică cu un număr redus de persoane	profesorul se ocupă de fiecare elev în parte elevii lucrează puțin sub îndrumarea profesorului, cea mai mare parte a timpului învață singuri	- organizarea instruirii și educației în funcție de particularitățile individuale ale elevilor(copiilor) - adaptarea instruirii la nivelul intelectual al elevului, la ritmul lui de învățare, la aptitudinile lui etc. - sesizarea rapidă a dificultăților, erorilor și lacunelor elevilor și, implicit, remediarea rapidă a acestora	nu se cultivă sentimentele de prietenie, înțajutorare, solidaritate etc. nu se stimulează emulația și competiția între elevi nu cultivă sociabilitatea educația morală este dificil de realizat		
2.	Pe clase și lecții apare prin sec. XV și XVI (fondatorul teoretic este recunoscut I. A. Comenius (sec. XVII))	- elevii sunt distribuiți în clase după vârstă, nivel de dezvoltare intelectuală și de pregătire - există o anumită durată de școlarizare - există un an școlar cu o durată determinată, împărțit în subperioade-semestre sau trimestre, urmate de vacanțe - trecerea dintr-o clasă în alta se face anual, pe baza promovării - conținutul învățământului este structurat pe discipline de studiu, repartizarea pe cicluri de învățământ și ani de studiu conform unui plan de învățământ - conținutul fiecărei discipline de studiu este fixat printr-o programă proprie, pentru fiecare an de studiu și este structurat în teme, capitole și subcapitole - ziua școlară se desfășoară conform unui orar, în care disciplinele de studiu se succed în unități de timp egale, de 45-50 minute și alternează cu pauzele - procesul de instruire și educare se realizează prin intermediul lecțiilor și altor tipuri de activități didactice, de obicei, cu toți elevii clasei - fiecare lecție(act didactic) reprezintă un tot unitar, un întreg, subordonat unui scop bine determinat	- permite participarea unui număr mare de persoane la procesul instructiv educativ - cadrul didactic dirijează activitatea unui număr mare de elevi în același interval de timp, deci este mai puțin costisitor decât învățământul individual - orientează inițiativa și creativitatea elevilor prin exersarea abilităților acestora și prin valorificarea mijloacelor de învățământ - dezvoltă tehnicile de muncă intelectuală ale elevilor, deci contribuie la realizarea educației intelectuale - are efecte formative în planul dezvoltării morale a elevilor și al integrării lor sociale - permite cultivarea unor sentimente, convingeri și atitudini superioare	- caracterul preponderent magistro-centrist al predării(în defavoarea învățării), reducerea activității la mesajul profesorului(expunerea, demonstrarea, explicația etc.) și la înregistrarea pasivă a noului de către elevi - adesea, lecțiile se bazează pe intuiție, neglijând activitățile individuale ale elevilor, exercițiile practice, cele aplicative etc. - dirijarea accentuată, uneori excesivă a activității de învățare a elevilor - recurgerea excesivă la activități frontale, promovarea predării la un singur nivel(cel mijlociu) și într-un singur ritm pot duce la apariția tendinței de nivelare și uniformizare a demersurilor didactice - instruirea diferențiată funcție de particularitățile individuale și de grup ale elevilor se realizează, de cele mai multe ori anevoios și stângaci - nu se respectă particularitățile psihice individuale ale elevilor - nu se promovează autoinstruirea, autoverificarea și autoevaluarea - la clasele cu număr mare de elevi conexiunea inversă este dificil de realizat și adesea insuficientă, ceea ce face ca activitățile de proiectare, organizare, desfășurare, control și ameliorare a activității instructiv-educative să nu fie mulțumitoare	I.A.Comenius I.H.Pestalozzi I.F.Herbert K.D.Uşinski O:Decroly J. Dewey A.W.Diesterweg T. Ziller W.Rein	I.Creangă G.G.Antonescu C.Narly R.Petre M.Biciulescu I.Popescu-Teiuşan
3.	Pe grupe permite realizarea instruirii diferențiate	- profesorul îndrumă și conduce activitatea unor microcolectivități (grupe de elevi), alcătuite din elevii unei clase (câte 3-8 elevi) - obiectivele educaționale urmărite pot fi identice sau diferite, de la o grupă la alta - grupele pot fi omogene (alcătuite de elevi cu același nivel de pregătire) sau neomogene (alcătuite din elevi cu nivele de pregătire diferite) - sarcinile de lucru pot fi unitare (pentru întregul grup) sau diferențiate (pentru fiecare membru al grupului) însă ele presupun stabilirea unor relații de cooperare între membrii grupului - analiza, evaluarea și valorificarea rezultatelor activității în grup, se pot realiza fie individual, fie colectiv	- elevii își însușesc noul într-un mod mai activ decât în cazul învățământului frontal - sunt solicitate și dezvoltate operațiile gândirii, capacitățile creatoare, deci se realizează educația intelectuală a elevilor - obișnuiește elevii cu modalități de lucru specific instruirii diferențiate: utilizarea fișelor de activitate, realizarea de proiecte de activitate etc. - rezolvarea sarcinilor de lucru (unitare sau diferențiate) presupune stabilirea unor relații de cooperare, colaborare și ajutor reciproc între membrii grupului, deci se realizează educația morală a elevilor - contribuie la integrarea socială a elevilor, la realizarea comunicării și a învățării sociale - permite cultivarea unor sentimente, convingeri și atitudini superioare	- tratarea temelor necesită mai mult timp decât dacă lecția ar fi explicată de profesor - împărțirea temelor și a sarcinilor de lucru face ca o grupă să își însușească mai bine conținutul care i-a revenit - activitatea poate fi mai accentuată doar în cazul elevilor buni și foarte buni - solicită din partea cadrului didactic eforturi suplimentare în proiectarea instruirii (prelucrarea conținutului, transpunerea lui didactică) și în conducerea ei (controlarea relațiilor stabilite în interiorul grupelor și între grupe, în promovarea spiritului de cooperare între membrii grupelor și între grupe ș. a.).	R.Cousinet P.Petersen O.Decroly C.Freinet	