******

Муниципальное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №2 муниципального образования город Горячий Ключ

Урок по теме:

***Комбинаторика.***

***Комбинаторные задачи.***

 Учитель математики

Минасян Людмила Григорьевна

МБОУ СОШ №2 г.Горячий Ключ

**Цель урока**: познакомить учащихся с разделом математики – комбинаторикой. Показать решение некоторых комбинаторных задач.

**Ход урока:** а) объяснение материала; б) закрепление материала, решение задач.

В науке и практике часто встречаются задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитать число комбинаций.

Такие задачи называются комбинаторными задачами, а раздел математики, в котором рассматриваются эти задачи, называется комбинаторикой.

Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова combinate, которое означает «соединять», «сочетать».

Рассмотрим такой

**пример1.**

***На завтрак Вова может выбрать плюшку, бутерброд, пряник или кекс, а запить их он может кофе, соком или кефиром.***

***Из скольких вариантов завтрака Вова может выбирать?***

***Решение.***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Плюшка** | **Бутерброд** | **Пряник** | **Кекс** |
| ***Кофе*** | *Кофе***Плюшка** | *Кофе***Бутерброд** | *Кофе***Пряник** | *Кофе***Кекс** |
| ***Сок*** | *Сок***Плюшка** | *Сок*Бутерброд | *Сок***Пряник** | *Сок*Кекс |
| ***Кефир*** | *Кефир***Плюшка** | *Кефир***Бутерброд** | *Кефир***Пряник** | *Кефир***Кекс** |

Всего вариантов столько же, сколько клеток в таблице.

Ответ: 12.

Однако составлять такие таблицы для каждой задачи, занимает время.

А чтобы решить такую задачу быстрее, можно воспользоваться правилом умножения.

**Правило умножения.**

***Для того, чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний А и В , следует перемножить число всех исходов испытания А и число всех исходов испытания В.***

**Пример 2.**

***Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трех горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный.***

***Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны свой, отличный от других, флаг?***

Решение будем искать с помощью **«дерева возможных вариантов».**

Посмотрим на левую «веточку», идущую от «флага», пусть верхняя полоса – белого цвета, тогда средняя полоса может быть синей или красной, а нижняя – соответственно, красной или синей. Получилось два варианта цветов полос флага: **белая, синяя, красная и белая, красная, синяя.**

Пусть теперь верхняя полоса – синего цвета, это вторая «веточка».

Тогда средняя полоса может быть белой или красной, а нижняя - соответственно, красной или белой. Получилось еще два вариантацветов полос**: синяя, белая, красная и синяя, красная, белая.**

Аналогично рассматривается случай для верхней полосы красного цвета.

Получается еще дваварианта: **красная, белая, синяя и красная, синяя, белая.**



Всего 6 комбинаций.

Ответ: 6.

Построенная схема действительно напоминает дерево, только перевернутое. Поэтому ее называют **«деревом возможных вариантов»**.

А вот так выглядит **«дерево возможных вариантов»** для такого **примера 3**:

**Пример 3.**

***Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 и 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?***

Ответ: 24**.**

Однако многие задачи можно решить быстрее и легче. Для этого надо знать простейшие комбинации, которые можно составлять из элементов конечного множества.

И одна из первых таких комбинаций - ***перестановки.***

Рассмотрим **пример.**

***Имеются три книги. Обозначим их буквами a ,b и c.Эти книги нужно расставить на полке по-разному:***

**а b с, а с b, b а с, b с а, с а b, с b а**.

Каждое из этих расположений и называют перестановкой из трех элементов.

**Перестановкой из n элементов называют каждое расположение этих элементов в определенном порядке.**

Обозначают: **Рn = n! (n факториал).**

 **n! =.**

Например: 3! = , 1! = 1.

Поэтому задачу с книгами можно решить так:

Р3=.

**Задача №1.**

***Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке?***

Решение:

 Р4 = 

Ответ: 24.

**Задача №2.**

***Сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из чисел 0,2, 4.6?***

*Решение:* из цифр 0,2.4.6 можно составить Р4 перестановок. Из этого числа нужно исключить те перестановки, которые начинаются с 0.

Число таких перестановок Р3. Значит искомое число четырехзначных чисел, которые можно составить из цифр 0,2,4,6 равно:

 Р4 – Р3= 4!-3!= Ответ: 18.

**Задача №3.**

***Имеются 9 различных книг, четыре из которых учебники.***

***Сколькими способами можно расставить книги на полке так, чтобы все учебники стояли рядом?***

*Решение:* сначала будем рассматривать учебники как одну книгу. Тогда на полке надо расставить не 9, а 6 книг. Это можно сделать Р6 способами.

И в каждой из полученных комбинаций можно выполнить Р4 перестановок учебников. Значит, искомое число способов расположения книг равно произведению: Р6\*Р4=

 **Задача № 4.**

***В расписании на понедельник шесть уроков: алгебра, геометрия, биология, история, физкультура, химия.***

***Сколькими способами можно расставить расписание уроков на этот день так, чтобы два урока математики стояли рядом?***

Решение: Р6\* Р2=

Ответ: 1440.

Вторым видом комбинаций являются ***размещения.***

***Пусть имеются 4 шара и 3 пустых ячейки. Обозначим шары буквами a, b, c, d.***

***В пустые ячейки можно по-разному разместить три шара из этого набора****.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b | c |  | a | c | b |  | b | a | c |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| d | c | b |

и т.д. Каждую упорядоченную тройку, которую можно составить из четырех элементов, называют размещениями из четырех элементов по три и обозначают А

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| abc | abd | acb | acd | adb | adc |
| bac | bad | bca | bcd | bda | bdc |
| cab | cad | cba | cbd | cda | cdb |
| dab | dac | dba | dbc | dca | dcb |

Из составленной таблицы видно, что таких комбинаций 24.

**Размещением из n элементов по k (nk) называется любое множество, состоящее из k элементов, взятых в определенном порядке из данных n элементов и обозначается А.**

И необязательно каждый раз составлять схемы или таблицы. Достаточно знать формулу:

 А

Если размещения составляются из n элементов по n, то А

**Задача 5.**

***Учащиеся второго класса изучают 8 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета.***

Решение: А(способов).

**Задача 6.**

***На странице альбома 6 свободных мест для фотографий.***

***Сколькими способами можно вложить в свободные места***

***а) 4 фотографии;***

***б) 6 фотографий.***

Решение: а) А

 б) А

**Задача 7.**

***Сколько трехзначных чисел (без повторения цифр в записи числа) можно составить из цифр 0,1,2,3,4,5 и 6?***

Объяснение: если среди семи цифр нет нуля, то число трехзначных чисел которые можно составить из этих цифр равно числу размещений из 7 элементов по 3 А. Однако, среди данных семи чисел есть цифра 0, с которой не может начинаться трехзначное число. Поэтому из размещений из 7 элементов по 3 нужно исключить те, у которых первым элементом является цифра 0.Их число равно числу размещений из 6 элементов по 2.

Значит, искомое число равно: А.

**Решение: А**

**Задача 8.**

***Из трехзначных чисел, записанных с помощью цифр 1,2,3,4,5,6,7,8,9 (без повторения цифр), сколько таких, в которых: а) не встречаются цифры 6 и 7;***

***б) цифра 8 является последней?***

Решение: а) А

 б) А

**Задача 9.**

***Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от 0?***

Решение: А

А теперь рассмотрим такой сюжет:

***Имеется 5 гвоздик разного цвета. Обозначим их буквами a, b, c, d, e. Требуется составить букет из трех гвоздик.***

Выясним, какие букеты можно составить.

Если в букет входит гвоздика **a**, то можно составить такие букеты:

**abc, abd, abc, acd, ace, adc.**

Если в букет не входит гвоздика **a**, а входит гвоздика **b,** то можно получить такие букеты:

 **bcd, bce, bdc.**

Наконец, если в букет не входит ни гвоздика **a**,гвоздика **b**, то можно составить букет

**cde.**

Мы показали все возможные способы составления букетов, в которых по-разному сочетаются три гвоздики из данных пяти.

Говорят, что составлены всевозможные сочетания из 5-ти элементов по 3.

 **Сочетанием из n элементов по k называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных n элементов и обозначается С**

в отличие от размещений, в сочетаниях не имеет значения, в каком порядке указаны элементы.

 С

Поэтому пример про гвоздики можно быстро решить так:

Решение: С

**Задача 10.**

***Из 15 человек туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами это можно сделать?***

Решение: С

**Задача 11.**

***Из вазы с фруктами, где лежат 9 яблок и 6 груш, нужно выбрать 3 яблока и 2 груши. Сколькими способами можно это сделать?***

Решение: 3 яблока из 9-ти можно выбрать Сспособами. При каждом выборе яблок груши можно выбрать С способами. Поэтому по правилу умножения выбор фруктов можно сделать С способами.

Решение: С =

**Задачи для закрепления.**

**Задача I.**

***В классе 7 человек успешно занимаются математикой.***

***Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?***

Решение: С

**Задача II.**

***В лаборатории, в которой работают заведующий и 10 сотрудников, надо отправить в командировку 5 человек.***

 ***Сколькими способами это можно сделать, если:***

***а) заведующий лабораторией должен ехать в командировку;***

***б) заведующий должен остаться.***

Решение: а) С б)С

**Задача III.**

***В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории нужно выделить 4 мальчика и три девочки.***

***Сколькими способами это можно сделать?***

Решение: С

**Задача IV.**

***В библиотеке читателю предложили на выбор 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?***

Решение: С.