

Itemul 4

Probleme cu procente. Proportionalitatea directă

Material informativ

Noțiuni de bază

Se numește **raport** scrierea $\frac{a}{b}$, unde $a \in \mathbb{R}$ și $b \in \mathbb{R}^*$.

Se numește **proporție** egalitatea a două rapoarte: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Proprietatea fundamentală a proporției:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \underline{a \cdot d} = \underline{b \cdot c}$$

Mărimile **a** și **b** sunt **direct proporționale** dacă ele depind una de alta, astfel încât dacă **a** se mărește (se micșorează) de un număr de ori, atunci **b** se mărește (se micșorează) de același număr de ori.

Determinarea termenului necunoscut al proporției:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow d = \frac{b \cdot c}{a}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow c = \frac{a \cdot d}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow b = \frac{a \cdot d}{c}$$

Calcularea unui procent dintr-un număr

Pentru a găsi $p\%$ dintr-un număr dat a , trebuie să urmați următorii pași:

1. Calculați cât reprezintă 1% din numărul dat a :

$$a : 100 \quad \text{sau} \quad \frac{a}{100}$$

2. Numărul obținut se înmulțește cu $p\%$:

$$(a : 100) \cdot p \quad \text{sau} \quad \frac{a}{100} \cdot p.$$

Secțiunea I. Calcularea procentelor dintr-un număr

I. Calculăm procentul dintr-un număr dat

1. 10% din numărul 1500

1. Calculăm 1% din numărul 1500: $\frac{1500}{100} = 15$

2. Calculăm 10% din numărul 1500: $15 \cdot 10 = 150$

Răspuns: 10% din numărul 1500 este egal cu 150.

2. 7% din 2500 lei

1. Calculăm 1% din 2500 lei: $2500 : 100 = 25$ lei

2. Calculăm 7% din 2500 lei: $25 \cdot 7 = 175$ lei

Răspuns: 7% din 2500 reprezintă 175 lei.

3. 35% din 1720 kg

1. Calculăm 1% din 1720 kg: $\frac{1720}{100} = 17,2$ kg

2. Calculăm 35% din 1720 kg: $17,2 \cdot 35 = 602$ kg

Răspuns: 35% din 1720 kg reprezintă 602 kg.

4. 24% dintr-un grup de 50 persoane

1. Calculăm 1% dintr-un grup de 50 persoane: $\frac{50}{100} = 0,5$

2. Calculăm 24% dintr-un grup de 50 persoane: $0,5 \cdot 24 = 12$ persoane

Răspuns: 24% dintr-un grup de 50 persoane reprezintă 12 persoane.

5. 75% din 542 km²

1. Calculăm 1% din 542 km²: $\frac{542}{100} = 5,42$ km²

2. Calculăm 75% din 542 km²: $5,42 \cdot 75 = 406,5$ km²

Răspuns: 75% din 542 km² reprezintă 406,5 km².

6. 25% din 56 puncte

1. $\frac{56}{100} = 0,56$ - 1% din 56 puncte.

2. $0,56 \cdot 25 = 14$ puncte - 25% din 56 puncte.

Răspuns: 25% din 56 puncte reprezintă 14 puncte

7. **36% din 15 grame**

1. $\frac{15}{100} = 0,15$ grame - 1% din 15 grame

2. $0,15 \cdot 36 = 5,4$ grame. - 36% din 15 grame.

Răspuns: 36% din 15 grame reprezintă 5,4 grame.

8. **125% din 1260 cm**

1. $\frac{1260}{100} = 12,6$ cm - 1% din 1260 cm.

2. $12,6 \cdot 125 = 1575$ cm - 125% din 1260 cm.

Răspuns: 125% din 1260 cm reprezintă 1575 cm.

9. **1,5% din 7440 lei**

1. $\frac{7440}{100} = 74,4$ lei - 1%

2. $74,4 \cdot 1,5 = 111,6$ lei - 1,5%

Răspuns: 111,6 lei.

10. **42,5% din 24 l**

1. $\frac{24}{100} = 0,24$ l - 1%

2. $0,24 \cdot 42,5 = 10,2$ l. - 42,5%

Răspuns: 10,2 l.

II. Calculăm procentul dintr-un număr dat, completând spațiul liber

1. **1% din 2100**

$$\frac{2100}{100} = \boxed{}$$

2. **18% din 1200 kg**

1. Calculăm 1% din 1200 kg:

$$\frac{1200}{100} = 12 \text{ kg}$$

2. Calculăm 18% din 1200 kg:

$$12 \cdot 18 = \boxed{} \text{ kg}$$

Răspuns: $\boxed{}$

3. **42% din 350 l**

1. Calculăm 1% din 350 l

$$\frac{350}{100} = \boxed{} \text{ l}$$

2. Calculăm 42% din 350 l:

$$\boxed{} \cdot 42 = \boxed{} \text{ l}$$

Răspuns: $\boxed{}$

4. **75% din 40 persoane**

1. $\frac{40}{100} = \boxed{} 1\%$

2. $\boxed{} \cdot 75 = \boxed{}$ persoane - 75%

Răspuns: $\boxed{}$

5. **140% din 80 minute**

1. $\frac{80}{100} = \boxed{}$ minute - 1%

2. $0,8 \cdot \boxed{} = \boxed{}$ minute - 140%

Răspuns: $\boxed{}$

6. **42% din 150 puncte**

1. $\frac{\boxed{}}{100} = \boxed{}$ puncte - 1%

2. $\boxed{} \cdot 42 = \boxed{}$ puncte - 42%

Răspuns: $\boxed{}$.

7. **15% din 12 grame**

1. $\frac{12}{\boxed{}} = \boxed{}$ grame. - 1%

2. $\boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$ grame. - 15%

Răspuns: $\boxed{}$.

8. **30,5% din 12200 cm**

1. $\boxed{} = \boxed{}$ cm - $\boxed{}$ %

2. $\boxed{} \cdot 30,5 = \boxed{}$ cm - 30,5%

Răspuns: $\boxed{}$

9. **2,5% din 2460 lei**

1. $\boxed{} = \boxed{}$ lei - $\boxed{}$ %

2. $\boxed{} \cdot 2,5 = \boxed{}$ lei - $\boxed{}$ %

Răspuns: $\boxed{}$

10. **12,5% din 24 l**

1. $\boxed{} = \boxed{}$ l - $\boxed{}$ %

2. $\boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$ l - 12,5%

Răspuns: $\boxed{}$

III. Calculați procentul dintr-un număr

1. 12% din numărul 1000
2. 15% din 3760 lei
3. 35% din 280 kg
4. 24% din 75 persoane
5. 116% din 240 cm
6. 96% din 300 ml
7. 65% din 80 puncte
8. 2,5% din 4600 lei
9. 300% din 2,5 grame
10. 12,5% din 40 minute

Secțiunea II. Determinarea termenului necunoscut al unei proporții

I. Determinăm termenul necunoscut al unei proporții

1. $\frac{x}{15} = \frac{12}{60}$ $x = \frac{15 \cdot 12}{60} = 3$
2. $\frac{x}{20} = \frac{18}{15}$ $x = \frac{20 \cdot 18}{15} = 24$
3. $\frac{14}{x} = \frac{21}{300}$ $x = \frac{14 \cdot 300}{21} = 200$
4. $\frac{20}{x} = \frac{60}{12}$ $x = \frac{20 \cdot 12}{60} = 4$
5. $\frac{100}{23} = \frac{x}{115}$ $x = \frac{100 \cdot 115}{23} = 500$
6. $\frac{12}{17} = \frac{x}{255}$ $x = \frac{12 \cdot 255}{17} = 180$
7. $\frac{7}{11} = \frac{84}{x}$ $x = \frac{11 \cdot 84}{7} = 132$
8. $\frac{8}{15} = \frac{96}{x}$ $x = \frac{15 \cdot 96}{8} = 180$

II. Determinați termenul necunoscut al unei proporții, completând spațiul liber

1. $\frac{10}{13} = \frac{50}{x}$ $x = \frac{13 \cdot 50}{\boxed{}} = \boxed{}$
2. $\frac{350}{x} = \frac{25}{7}$ $x = \frac{350 \cdot \boxed{}}{25} = \boxed{}$
3. $\frac{x}{240} = \frac{21}{16}$ $x = \frac{\boxed{} \cdot \boxed{}}{16} = \boxed{}$
4. $\frac{15}{14} = \frac{x}{112}$ $x = \frac{\boxed{} \cdot \boxed{}}{14} = \boxed{}$

$$5. \frac{x}{168} = \frac{9}{4}$$

$$x = \frac{168 \cdot \boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

$$6. \frac{4}{x} = \frac{60}{375}$$

$$x = \frac{4 \cdot \boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

$$7. \frac{12}{23} = \frac{420}{x}$$

$$x = \frac{\boxed{} \cdot \boxed{}}{12} = \boxed{}$$

$$8. \frac{14}{33} = \frac{x}{1056}$$

$$x = \frac{\boxed{} \cdot 1056}{\boxed{}} = \boxed{}$$

III. Determinați termenul necunoscut al unei proporții

$$1. \frac{11}{15} = \frac{x}{360},$$

$$2. \frac{x}{385} = \frac{8}{35},$$

$$3. \frac{6}{29} = \frac{108}{x},$$

$$4. \frac{x}{770} = \frac{5}{154},$$

$$5. \frac{10}{49} = \frac{x}{147},$$

$$6. \frac{78}{x} = \frac{13}{8},$$

$$7. \frac{x}{100} = \frac{4}{25},$$

$$8. \frac{102}{53} = \frac{408}{x},$$

$$9. \frac{7}{12} = \frac{x}{168}.$$

Secțiunea III. Calcularea numărului după procentul dat

I. Determinarea numărului x , dacă $p\%$ din el este egal cu numărul a

1. Se știe că 20% din numărul x este egal cu 72. Determinați numărul x .

x — numărul inițial, din care au fost calculate 20%.

Astfel considerăm că x reprezintă 100% și organizăm datele într-o schemă.

IMPORTANT!!! La scrierea schemei, procentele sunt scrise sub procente, iar numărul sub număr.

x 100%

72 20%

Scriem proporția: $\frac{x}{72} = \frac{100}{20}$.

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{100 \cdot 72}{20} = \frac{7200}{20} = 360$.

Răspuns: $x = 360$.

2. Se știe că 15% din numărul x este egal cu 21. Determinați numărul x .

x — numărul inițial, din care au fost calculate 15%.

Astfel considerăm că x reprezintă 100% și organizăm datele în schemă.

La scrierea schemei, procentele sunt scrise sub procente, iar numărul sub număr.

x 100%

21 15%

Scriem proporția: $\frac{x}{21} = \frac{100}{15}$.

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{100 \cdot 21}{15} = \frac{2100}{15} = 140$.

Răspuns: $x = 140$.

3. **Se știe că 125% din numărul x este egal cu 475. Determinați numărul x .**

x — numărul inițial, din care au fost calculate 125%.

Vom considera că x reprezintă 100% și organizăm datele în schemă.

La scrierea schemei, procente sunt scrise sub procente, iar numărul sub număr.

x 100%

475 125%

Scriem proporția: $\frac{x}{475} = \frac{100}{125}$.

Determinăm termenul necunoscut al proporției:

$$x = \frac{100 \cdot 475}{125} = \frac{4 \cdot 475}{5} = 4 \cdot 95 = 380.$$

Răspuns: $x = 380$.

4. **Se știe că 12,5% din numărul x este egal cu 105. Determinați numărul x .**

x — numărul inițial, din care au fost calculate 12,5%.

Vom considera că x reprezintă 100% și organizăm datele în schemă.

Procente sunt scrise sub procente, iar numărul sub număr.

x 100%

105 12,5%

Scriem proporția: $\frac{x}{105} = \frac{100}{12,5}$.

Determinăm termenul necunoscut al proporției:

$$x = \frac{100 \cdot 105}{12,5} = \frac{10500}{12,5} = \frac{105000}{125} = 840.$$

Răspuns: $x = 840$.

5. **40,5% din numărul x este egal cu 648. Determinați numărul x .**

x	100%
315	175%

Determinăm termenul necunoscut al proporției:

Răspuns: $x = \boxed{}$.

Vom considera că x reprezintă 100% și organizăm datele în schemă:

x %

27 %

Determinăm termenul necunoscut al proporției:

Răspuns: $x = \square$.

Vom considera că x reprezintă 100% și organizăm datele în schemă:

x 100%

..... %

Determinăm termenul necunoscut al proporției:

Răspuns: $x = \square$.

1. 50% din numărul x este egal cu 175,
2. 16% din numărul x este egal cu 432,
3. 90% din numărul x este egal cu 81,
4. 225% din numărul x este egal cu 27,
5. 7,5% din numărul x este egal cu 54,
6. 0,5% din numărul x este egal cu 16.

IV. Probleme simple cu procente

I. Probleme de calcul al procentelor

1. Într-un magazin, prețul unui televizor era de 4500 de lei. Vânzătorul a aplicat o reducere de 675 de lei. Calculați cu câte procente a fost redus prețul televizorului.

Organizăm enunțul în schemă:

4500 lei		100%
675 lei		$x\%$

Scriem proporția:

$$\frac{4500}{675} = \frac{100}{x}$$

Să găsim membrul necunoscut al proporției: $x = \frac{675 \cdot 100}{4500} = \frac{675}{45} = 15\%$

Răspuns: cu 15%.

2. În clasa a IX-a sunt 35 de elevi, dintre care 14 sunt fete. Determinați câte procente din elevii clasei sunt fete.

Organizăm enunțul în schemă:

35 elevi		100%
14 fete		$x\%$

Scriem proporția:

$$\frac{35}{14} = \frac{100}{x}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{14 \cdot 100}{35} = 40\%$

Răspuns: 40%.

3. Marina a cumpărat 75 de bulbi de lalele și în prima zi a plantat doar 36. Stabiliți câte procente din totalul bulbilor a plantat Marina.

Organizăm enunțul în schemă:

75 bulbi		100%
36 bulbi		$x\%$

Scriem proporția :

$$\frac{75}{36} = \frac{100}{x}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{36 \cdot 100}{75} = 48\%$

Răspuns: 48%.

4. În bibliotecă sunt 3200 de cărți, dintre care 768 sunt în limba engleză. Stabiliți câte procente din numărul total al cărților sunt în limba engleză..

Organizăm enunțul în schemă:

3200 cărți		100%
768 cărți		$x\%$

Scriem proporția:

$$\frac{3200}{768} = \frac{100}{x}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{768 \cdot 100}{3200} = 24\%$

Răspuns: 24%.

5. *Un constructor conține 300 de piese colorate. Știind că sunt 24 de piese roșii, determinați câte procente din numărul total al pieselor sunt roșii.*

Organizăm enunțul în schemă: 300 piese...100%

24 piese roșii..... $x\%$

Scriem proporția : $\frac{300}{24} = \frac{100}{x}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{24 \cdot 100}{300} = 8\%$

Răspuns: 8%.

Următoarele probleme sunt propuse pentru lucrul independent.

6. *36 de elevi au scris un test la matematică, dintre care 27 au obținut note de 5 sau mai mari. Determinați câte procente din întreaga clasă au reușit să treacă testul. (Testul se consideră trecut dacă nota este cel puțin 5.)*

Organizăm enunțul în schemă: 36 de elevi100%

27 de elevi $x\%$

Scriem proporția: $\frac{36}{27} = \frac{100}{x}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{27 \cdot 100}{36} = 75\%$

Răspuns: 75%.

7. *Mihai alocă în medie 2 ore și 30 de minute pentru a face temele. Pentru tema la matematică, de obicei, el petrece 45 de minute. Calculați câte procente din timpul alocat temelor îl folosește Mihai pentru matematică.*

Să transformăm timpul în minute:

2 ore și 30 minute = $2 \cdot 60 + 30 = 150$ minute.

Organizăm enunțul în schemă: 150 minute100%

45 minute $x\%$

Scriem proporția: $\frac{150}{45} = \frac{100}{x}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{45 \cdot 100}{150} = 30\%$

Răspuns: 30%.

8. *Un client a depus 170.000 lei pe un cont bancar la un anumit procent-dobândă. După o lună, el a retras din cont dobânda din suma depusă, egală cu 6800 lei. Determinați care a fost procentul dobânzii.*

Organizăm enunțul în schemă: 170000 lei.....100%

6800 lei..... $x\%$

Scriem proporția: $\frac{170000}{6800} = \frac{100}{x}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{6800 \cdot 100}{170000} = 4\%$

Răspuns: 4%.

9. *La o universitate sunt 2680 de studenți, dintre care 1474 sunt la buget. Determinați câte procente din numărul total al studenților reprezintă locurile la buget.*

Organizăm enunțul în schemă: 2680 studenți100%

1474 studenți..... $x\%$

Scriem proporția: $\frac{2680}{1474} = \frac{100}{x}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{1474 \cdot 100}{2680} = 55\%$

Răspuns: 55%.

10. *Un călător are de parcurs o distanță de 1240 km, dintre care 496 km vor fi cu avionul. Determinați câte procente din întreaga distanță va parcurge turistul cu avionul.*

Organizăm enunțul în schemă: 1240 km.....100%

496 km..... $x\%$

Scriem proporția: $\frac{1240}{496} = \frac{100}{x}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{496 \cdot 100}{1240} = 40\%$

Răspuns: 40%.

Probleme pentru lucrul individual

1. *Un meșter trebuia să realizeze 350 de piese, dar a reușit să confecționeze doar 294. Stabiliți câte procente din muncă a realizat meșterul?*

2. În timpul unei promoții, prețul unui ceainic electric era de 300 lei. După promoție, prețul a crescut cu 48 lei. Determinați, cu câte procente a crescut prețul ceainicului.
3. Elevii unui liceu au plantat 360 de copaci diferiți, dintre care 144 sunt tei. Determinați câte procente din numărul total de copaci plantați reprezintă teii.
4. Unui magazin de electronice i-au fost livrate 800 de becuri, dintre care 16 erau sparte. Determinați câte procente din numărul de becuri livratelor s-au spart pe drum.
5. Mihai a citit 201 pagini dintr-o carte. Stabiliți câte procente din numărul total de pagini a citit Mihai, dacă în carte sunt 268 de pagini.
6. În prima zi, un turist a parcurs 12 km. Stabiliți câte procente din traseu a parcurs turistul în prima zi, având în vedere că întregul traseu este de 60 km.
7. Un tractorist a arat 105 ha de teren din 175 ha. Stabiliți câte procente din teren a arat tractoristul.
8. Un decorator trebuie să vopsească 45 m^2 dintr-o suprafață totală de 180 m^2 . Determinați câte procente din suprafața totală trebuie acoperite cu vopsea.
9. O carte costă 280 de lei. Vânzătorul a redus prețul cărții cu 70 de lei. Stabiliți cu câte procente a redus vânzătorul prețul.
10. În 400 de grame de soluție sunt conținute 36 de grame de sare. Determinați Câte procente de sare sunt în soluție.

II. Probleme de determinare a unei mărimi, dacă sunt cunoscute procente

1. Elevul a rezolvat 80% dintre cele 25 de probleme propuse. Determinați câte probleme a rezolvat elevul.

Organizăm enunțul în schemă:

25 probleme	100%
x probleme	80%

Scriem proporția:

$$\frac{25}{x} = \frac{100}{80}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{25 \cdot 80}{100} = 20$

Răspuns: 20 probleme.

2. Organismul unui adult este alcătuit din 70% apă. Determinați care este masa apei din corpul unei persoane care cântărește 76 kg.

Organizăm enunțul în schemă:

76 kg	100%
x kg	70%

Scriem proporția:

$$\frac{76}{x} = \frac{100}{70}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{76 \cdot 70}{100} = 53,2 \text{ kg}$

Răspuns: 53,2 kg.

3. *35% dintre elevii liceului au participat la un maraton. Determinați câți elevi au participat la maraton, dacă în total în liceu învață 720 de persoane.*

Organizăm enunțul în schemă:

720 elevi.....100%
x elevi35%

Scriem proporția:

$$\frac{720}{x} = \frac{100}{35}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{720 \cdot 35}{100} = 252$

Răspuns: 252 de elevi.

4. *La uscare, merele pierd 60% din greutatea lor. Determinați cu câte kg se va reduce greutatea a 24 kg de mere la uscare.*

Organizăm enunțul în schemă:

24 kg100%
x kg60%

Scriem proporția:

$$\frac{24}{x} = \frac{100}{60}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{24 \cdot 60}{100} = 14,4$

Răspuns: cu 14,4 kg.

5. *În timpul promoției, prețul cărții a scăzut cu 15%. Determinați cu câți lei a scăzut prețul, dacă prețul inițial era de 260 lei.*

Organizăm enunțul în schemă:

260 lei.....100%
x lei.....15%

Scriem proporția:

$$\frac{260}{x} = \frac{100}{15}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{260 \cdot 15}{100} = 39$

Răspuns: cu 39 lei.

6. *În companie lucrează 236 de angajați, dintre care 25% lucrează de la distanță. Determinați câți angajați lucrează la distanță.*

Organizăm enunțul în schemă:

236 angajați100%
x angajați.....25%

Scriem proporția:

$$\frac{236}{x} = \frac{100}{25}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{236 \cdot 25}{100} = 59$

Răspuns: 59 angajați.

7. *Fabrica a produs 864 de tractoare, ceea ce reprezintă 108% din plan. Determinați câte tractoare trebuia să producă fabrica conform planului.*

Organizăm enunțul în schemă:

x tractoare.....100%

864 tractoare.....108%

Scriem proporția:

$$\frac{x}{864} = \frac{100}{108}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{864 \cdot 100}{108} = 800$

Răspuns: 800 tractoare.

8. *La o ședință au lipsit 12 persoane, ceea ce reprezintă 7,5% din numărul total de invitați. Determinați câți participanți erau invitați la ședință.*

Organizăm enunțul în schemă:

x persoane.....100%

12 persoane7,5%

Scriem proporția:

$$\frac{x}{12} = \frac{100}{7,5}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{100 \cdot 12}{7,5} = 160$

Răspuns: 160 persoane.

9. *Pepenele verde este compus aproape 90% din apă. Determinați câte grame de apă conține un pepene verde care cântărește 3 kg 600 g.*

Transformăm greutatea pepenelui verde în grame:

$$3 \text{ kg } 600 \text{ g} = 3 \cdot 1000 + 600 = 3000 + 600 = 3600 \text{ g.}$$

Organizăm enunțul în schemă:

3600 g.....100%

x g.....90%

Scriem proporția:

$$\frac{3600}{x} = \frac{100}{90}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{3600 \cdot 90}{100} = 3240 \text{ g}$

Răspuns: 3240 grame.

10. Un adolescent de 14 ani trebuie să doarmă aproximativ 37,5% din timpul unei zile. Determinați cât timp trebuie să doarmă adolescentul într-o zi.

Organizăm enunțul în schemă

24 ore.....100%

x ore.....37,5%

Scriem proporția:

$$\frac{24}{x} = \frac{100}{37.5}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{24 \cdot 37,5}{100} = 9$

Răspuns: 9 ore.

Probleme pentru lucrul independent.

1. Din 75 de elevi, 12% au obținut nota „10” la testul de matematică. Determinați câți elevi au obținut nota „10”.
2. Un fermier a recoltat 860 kg de prune, dintre care 35% au fost vândute. Câte kilograme de prune a vândut fermierul?
3. Un telefon mobil costă 5000 de lei. În timpul reducerilor prețul acestuia a scăzut cu 32%. Determinați cu câți lei a fost redus prețul telefonului.
4. Determinați câte kilograme de zahăr sunt conținute în 10 kilograme de sirop, dacă procentul de zahăr este de 15%.
5. La măcinarea grâului se obțin 80% făină. Determinați câte kilograme de grâu trebuie măcinate pentru a obține 480 kg de făină.
6. În timpul desfășurării loteriei, 95% din bilete au fost vândute. Determinați câte bilete au fost vândute, dacă inițial erau 1200 de bilete.
7. În oraș trăiesc 9600 de locuitori, dintre care 36% sunt copii. Determinați câți adulți locuiesc în oraș.
8. Lungimea dreptunghiului este de 12 cm, iar lățimea reprezintă 75% din lungimea acestuia. Calculați lățimea dreptunghiului.
9. În lume se extrag anual 1.600.000.000 m³ de lemn. Aproximativ 20% din lemn este utilizat pentru combustibil. Calculați câți metri cubi de lemn sunt arși.

10. *Un magazin a primit de la depozit produse 60 de tone de fructe, ceea ce reprezintă 30% din masa totală a fructelor primite. Calculați câte tone de fructe a primit magazinul*

V. Probleme cu procente (cu operații în plus)

1. *În timpul unei promoții, prețul laptopului a fost redus cu 18%. Determinați noul preț al laptopului, dacă până la promoție era de 4200 lei.*

Să determinăm cu cât a fost redus prețul laptopului.

Organizăm enunțul în schemă:

4200 lei.....	100%
x lei	18%

Scriem proporția:

$$\frac{4200}{x} = \frac{100}{18}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{4200 \cdot 18}{100} = 756$

Prețul a scăzut cu 756 lei.

Determinăm noul preț al laptopului: $4200 - 756 = 3444$ lei.

Răspuns: 3444 lei.

2. *Prețul unui televizor a fost micșorat cu 15%. Determinați prețul inițial al televizorului, dacă după reducere prețul acestuia a devenit 6800 lei.*

Vom calcula valoarea procentuală a prețului televizorului după reducere:

$$100\% - 15\% = 85\%$$

Organizăm enunțul în schemă:

x lei.....	100%
6800 lei.....	85%

Scriem proporția:

$$\frac{x}{6800} = \frac{100}{85}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{6800 \cdot 100}{85} = 8000$

Răspuns: 8000 lei.

3. *Inițial, într-o firmă lucrau 48 de angajați. În ultimul an, numărul angajaților a crescut cu 25%. Determinați câți angajați lucrează acum în firmă.*

Determinăm ce procent din angajați lucrează acum în firmă:

$$100\% + 25\% = 125\%$$

Organizăm enunțul în schemă:

48 angajați.....	100%
x angajați	125%

Scriem proporția : $\frac{48}{x} = \frac{100}{125}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{48 \cdot 125}{100} = 60$

Răspuns: 60 angajați.

4. *Turistul are de parcurs o distanță de 16 km. În prima zi, el a parcurs 55% din întreaga distanță. Câți kilometri i-au rămas să parcurgă turistului?*

Determinăm câte procente din drum mai trebuie să parcurgă turistul:
 $100\% - 55\% = 45\%$

Organizăm enunțul în schemă:

16 km.....	100%
x km.....	45%

Scriem proporția: $\frac{16}{x} = \frac{100}{45}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{16 \cdot 45}{100} = 7,2$

Răspuns: 7,2 km.

5. *Elevul își face temele în medie în 3 ore și 30 de minute. La temele de matematică, elevul alocă 30% din acest timp. Determinați câte minute alocă elevul pentru temele la celelalte discipline.*

Să transformăm timpul în minute:

3 ore și 30 minute = $3 \cdot 60 + 30 = 180 + 30 = 210$ minute.

Să determinăm câte procente din timp elevul alocă pentru a face temele la celelalte discipline:

$100\% - 30\% = 70\%$

Organizăm enunțul în schemă:

210 minute	100%
x minute.....	70%

Scriem proporția: $\frac{210}{x} = \frac{100}{70}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{210 \cdot 70}{100} = 147$

Răspuns: 147 minute.

6. *Prețul telefonului mobil a scăzut de la 7400 lei la 6216 lei. Determinați cu câte procente a fost redus prețul telefonului.*

Să determinăm cu câți lei a scăzut prețul telefonului:

$7400 - 6216 = 1184$ lei

Organizăm enunțul în schemă:

7400 lei.....	100%
1184 lei.....	$x\%$

Scriem proporția:

$$\frac{7400}{1184} = \frac{100}{x}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{1184 \cdot 100}{7400} = 16$

Răspuns: cu 16%.

7. *O piesă avea o greutate de 960 de grame. După prelucrare, greutatea acesteia a devenit 816 grame. Calculați cu câte procente s-a redus masa piesei.*

Calculăm cu câte grame s-a redus masa piesei:

$$960 - 816 = 144 \text{ grame}$$

Organizăm enunțul în schemă:

960 grame.....100%

144 grame..... $x\%$

Scriem proporția:

$$\frac{960}{144} = \frac{100}{x}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{144 \cdot 100}{960} = 15$

Răspuns: cu 15%.

8. *Salariul lunar al unui angajat este de 10800 lei. Determinați ce salariu va primi angajatul dacă acesta va crește cu 7%.*

Determinăm cu câți lei va crește salariul angajatului.

Organizăm enunțul în schemă:

10800 lei.....100%

x lei.....7%

Scriem proporția:

$$\frac{10800}{x} = \frac{100}{7}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției $x = \frac{10800 \cdot 7}{100} = 756 \text{ лей}$

Determinăm salariul mărit al angajatului: $10800 + 756 = 11556 \text{ lei}$

Răspuns: 11556 lei

9. *Magazinul achiziționează ghivece de flori angro la prețul de 140 lei bucata și le vinde cu un adaos de 25%. Calculați câte ghivece pot fi cumpărate din magazin cu suma de 1400 lei.*

Determinăm prețul unui ghiveci de flori care se vinde în magazin, în procente:

$$100\% + 25\% = 125\%$$

Organizăm enunțul în schemă:

140 lei.....100%

x lei.....125%

Scriem proporția:

$$\frac{140}{x} = \frac{100}{125}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{140 \cdot 125}{100} = 175$ lei

Calculăm care este numărul maxim de ghivece la prețul de 175 lei care pot fi cumpărate cu 1400 lei.: $1400 : 175 = 8$ ghivece.

Răspuns: 8 ghivece.

10. *O companie are lunar cheltuieli de publicitate în valoare de 14.200 lei, ceea ce reprezintă 5% din venitul său. Din venitul său lunar, 65% sunt cheltuiți pentru plata salariilor angajaților. Determinați suma în lei care este utilizată pentru plata salariilor angajaților.*

Determinăm venitul companiei:

x lei.....100%

14200 lei.....5%

Scriem proporția:

$$\frac{x}{14200} = \frac{100}{5}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{14200 \cdot 100}{5} = 284000$ lei

Organizăm enunțul în schemă, pentru a calcula câți lei sunt alocați pentru achitarea salariului angajaților

284000 lei.....100%

x lei.....65%

Scriem proporția:

$$\frac{284000}{x} = \frac{100}{65}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{284000 \cdot 65}{100} = 184600$ lei

Răspuns: 184600 lei.

Probleme pentru lucrul independent

1. *Într-o zi, un muncitor a fabricat 130 de piese, ceea ce reprezintă 125% din normă. Determinați câte piese trebuia să fabrice muncitorul conform normei.*
2. *Prețul biletului la un muzeu a crescut cu 15%. Calculați noul preț al biletului, dacă înainte de majorare costa 60 de lei*
3. *Banca oferă lunar o dobândă de 6% din suma inițială. Determinați câți lei a depus un client, dacă la sfârșitul lunii soldul contului său era de 2544 de lei.*

4. În bibliotecă sunt 246 de cărți din seria fantastică, ceea ce reprezintă 12% din întregul fond al bibliotecii. Determinați câte cărți din alte serii mai sunt în bibliotecă.
5. Într-un magazin au fost aduse 620 kg de cartofi. Până la prânz s-au vândut 15% din cantitatea cartofilor. Determinați câte kilograme de cartofi au rămas pentru vânzare.
6. Un aliaj conține 10 kg de staniu și 15 kg de cupru. Determinați câte procente de cupru se conțin în aliaj.
7. Un traseu turistic are lungimea de 120 km, dintre care 24% trebuie parcurși cu barca, iar restul pe jos. Determinați câți kilometri trebuie parcurși pe jos.
8. Într-o carte sunt 160 de pagini. În prima zi, un elev a citit 7,5% din întreaga carte, iar în a doua zi – 25% din partea rămasă. Determinați numărul de pagini care au mai rămas de citit de către elev.
9. Într-o sală de spectacol 78 de locuri sunt ocupate, iar 40% din locurile din sală sunt libere. Determinați numărul total de locuri din sală.
10. Venitul lunar al unei familii este de 25.000 lei. Pe utilități se cheltuie 32% din întregul venit, pe necesitățile zilnice - 58%, iar restul banilor sunt economisiți pentru vacanță. Determinați cât va economisi familia pe parcursul a 6 luni pentru vacanță.

Secțiunea VI. Probleme la proporționalitatea directă

1. În 3 ore, mașina a parcurs 321 km. Calculați câți kilometri va parcurge mașina în 8 ore dacă va merge cu aceeași viteză.

Observăm că timpul și distanța parcursă sunt mărimi direct proporționale: cu cât timpul de mișcare este mai mare, cu atât mai mulți kilometri va parcurge mașina. Scriem schema, plasând ore sub ore, iar kilometri sub kilometri:

3 ore.....321 km

8 ore.....x km

Obținem proporția:

$$\frac{3}{8} = \frac{321}{x}$$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{8 \cdot 321}{3} = 856 \text{ km.}$

Răspuns : 856 km.

2. *Pentru fabricarea a 10 piese sunt necesari 3,5 kg de metal. Determinați cantitatea de metal necesară pentru fabricarea a 12 astfel de piese.*

Observăm că numărul de piese și masa metalului sunt mărimi direct proporționale: cu cât masa metalului este mai mare, cu atât se pot fabrica mai multe piese.

Scriem schema, plasând piese sub piese, iar kilograme sub kilograme:

10 piese3,5 kg

12 piesex kg

Obținem proporția: $\frac{10}{12} = \frac{3,5}{x}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{12 \cdot 3,5}{10} = 4,2 \text{ kg.}$

3. *Pentru vopsirea a 7,5 m² de podea s-au folosit 1,5 kg de vopsea. Determinați cantitatea de vopsea necesară pentru vopsirea unei podele de 40,5 m².*

Suprafața podelei și cantitatea de vopsea sunt mărimi direct proporționale: cu cât suprafața podelei este mai mare, cu atât va fi necesară mai multă vopsea.

Organizăm enunțul în schemă, plasând m² sub m², iar kilograme sub kilograme:

7,5 m²1,5 kg

40,5 m²x kg

Scriem proporția: $\frac{7,5}{40,5} = \frac{1,5}{x}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{40,5 \cdot 1,5}{7,5} = \frac{60,75}{7,5} = \frac{6075}{750} = 8,1 \text{ kg}$

Răspuns: 8,1 kg.

4. *Din 2 kg de făină de secară se obțin 2,8 kg de pâine. Calculați câtă făină consumă brutăria pentru coacerea a 20 de tone de pâine.*

Masa făinii și masa pâinii sunt mărimi direct proporționale: cu cât masa făinii este mai mare, cu atât va fi mai mare masa pâinii.

Deoarece 1 tonă=1000 kg, obținem:

$$20 \text{ tone} = 20 \cdot 1000 = 20000 \text{ kg.}$$

Organizăm enunțul în schemă, scriind greutatea făinii sub greutatea făinii, iar greutatea pâinii sub greutatea pâinii:

2 kg făină.....2,5 kg pâine

x kg făină.....20000 kg pâine

Scriem proporția: $\frac{2}{x} = \frac{2,5}{20000}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{2 \cdot 20000}{2,5} = \frac{40000}{2,5} = \frac{400000}{25} =$
 $= 16000 \text{ kg} = 16 \text{ tone.}$

Răspuns: 16 tone de făină.

5. *Un turist parcurge 12 km în 4 ore și 30 de minute. Determinați în cât timp va parcurge 4 km dacă va merge cu aceeași viteză.*

Observăm că drumul parcurs de turist și timpul de mișcare sunt mărimi direct proporționale: cu cât turistul merge mai mult timp, cu atât mai mulți kilometri va parcurge.

Transformăm 4 ore și 30 minute în minute:

$$4 \text{ ore și } 30 \text{ minute} = 4 \cdot 60 + 30 = 240 + 30 = 270 \text{ minute.}$$

Organizăm enunțul în schemă, scriind kilometri sub kilometri, iar minutele sub minute:

12 km.....270 minute

4 km..... x minute

Scriem proporția: $\frac{12}{4} = \frac{270}{x}$

Determinăm termenul necunoscut al proporției: $x = \frac{4 \cdot 270}{12} = 90 \text{ minute.}$

$$90 \text{ minute} = 60 \text{ minute} + 30 \text{ minute} = 1 \text{ oră și } 30 \text{ de minute.}$$

Răspuns: în 1 oră și 30 de minute.

Probleme pentru lucrul independent

1. *Pentru 15 metri de țesătură s-au plătit 1560 de lei. Determinați cât costă 12 metri din aceeași țesătură.*

2. *La prepararea gemului, pentru 6 kg de prune se folosesc 4 kg de zahăr. Determinați câte kilograme de zahăr vor fi necesare pentru prepararea gemului din 15 kg de prune.*
3. *Un autoturism a parcurs 180 km în 3 ore și 20 de minute. Determinați ce distanță va parcurge autoturismul în 7 ore, având aceeași viteză.*
4. *În 100 kg de apă de mare se află 2,5 kg de sare. Câte kilograme de sare sunt conținute în 3 kg de apă de mare?*
5. *Din 0,3 tone de mere proaspete se obțin 57 kg de mere uscate. Calculați câte kilograme de mere uscate se vor obține din 4,5 tone de mere proaspete.*
6. *3 kilograme de pere costă 72 lei. Cumpărătorul a cumpărat 6 lăzi de pere. Calculați cât costă achiziția, având în vedere că în fiecare ladă sunt 12 kg de pere.*
7. *Pentru transportul unei mărfi sunt necesare 60 de vagoane cu o capacitate de 16,5 tone. Determinați câte vagoane cu o capacitate de 30 de tone sunt necesare pentru transportarea aceleiași mărfi.*
8. *De la 300 de găște se obțin 8 kg de puf. Calculați câte găște trebuie procesate pentru a obține 12 kg de puf.*
9. *Din 20 kg de mere se obțin 8 litri de suc de mere. Determinați câte kilograme de mere sunt necesare pentru a conserva 4 borcane de 3 litri de suc de mere.*
10. *Într-un magazin, pentru 5 caiete s-au plătit 62 lei și 50 bani. Determinați cât vor costa 8 caiete la fel.*