

Data: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. Calculați termenul al treilea al șirului definit de formula $x_n = 5n - \sin \frac{n\pi}{6}$.

Rezolvare:

L
0
1
2
3

2. Studiați monotonia șirului $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = \frac{6-n}{5n-1}$.

Rezolvare:

L
0
1
2
3
4
5

Răspuns: _____

3. Demonstrați că numerele $\log_{\sqrt{3}} 5$, $1,5 \log_3 5$ și $\log_9 25$, în această ordine, formează o progresie aritmetică.

Rezolvare:

L
0
1
2
3
4
5
6

4. Șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este dat de formula termenului general $x_n = 3n^2 - 23n - 48$. Stabiliți dacă numărul -40 este termen al acestui șir.

Rezolvare:

1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Răspuns: _____

5. Într-o progresie geometrică crescătoare avem $b_1 = 8$ și $b_3 = 72$. Calculați b_7 .

Rezolvare:

1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Răspuns: _____

6. Calculați limita șirului: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 5n - 2}{n^3 + 3n^2 - 1}$.

Rezolvare:

1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Răspuns: _____

7. Ultimul rând al unui amfiteatru cu 18 rânduri are 50 de locuri, iar fiecare din precedentele – cu câte 2 locuri mai puțin. Câți spectatori încap în sală?

Rezolvare:

Grid for solving the problem. The grid is 18 rows by 20 columns. The rows are numbered 0 to 18 on the right side. The columns are numbered 0 to 19 on the left side.

Răspuns: _____

Suplimentar:

Determinați valorile parametrilor reali a și b , astfel încât $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 3n + 4}{n+1} + an + b \right) = 4$.

Grid for solving the supplementary problem. The grid is 18 rows by 20 columns. The rows are numbered 0 to 18 on the right side. The columns are numbered 0 to 19 on the left side.

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Nota: _____

- Rezolvare:*

[illegible]

L
0
1
2
3

- Rezolvare:*

[illegible]

L
0
1
2
3
4
5

Răspuns: _____

- Rezolvare:*

[illegible]

L
0
1
2
3
4
5
6

4. Șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este dat de formula termenului general $x_n = 2n^2 - 11n - 3$. Stabiliți dacă numărul 18 este termen al acestui șir.

Rezolvare:

[illegible]

Răspuns:

- 5.** Într-o progresie aritmetică avem $a_3 = 8$ și $a_6 = 23$. Calculați $a_1 + a_{10}$.

Rezolvare:

[illegible]

Răspuns:

6. Calculați limita șirului: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 6}{2n^2 + n - 5}$.

Rezolvare:

A blank sheet of graph paper with a grid pattern. The grid consists of small squares formed by thin black lines. There are approximately 20 columns and 15 rows of squares. A thicker vertical line runs down the page, about one-fifth of the way from the left edge, dividing the grid into two unequal parts. A thicker horizontal line runs across the page, about one-third of the way from the top edge. These two lines intersect, creating four distinct rectangular regions of different sizes. The top-left region is the smallest, the bottom-right is the largest, and the other two are intermediate in size.

Răspuns:

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

- | |
|---|
| L |
| 0 |
| 3 |

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x < -1 \\ x + 1, & x = -1 \\ 2x^2 + x - 1, & x > -1 \end{cases}$$

1. $2x^2 + 3x - 5$
 2. $x^2 - 4x + 7$
 3. $3x^2 - 2x + 1$
 4. $x^2 + 5x - 3$
 5. $4x^2 - x + 2$
 6. $x^2 - 7x + 10$
 7. $2x^2 + 11x + 14$
 8. $x^2 - 9x + 18$
 9. $3x^2 - 8x + 5$
 10. $x^2 + 6x - 8$
 11. $5x^2 - 3x + 2$
 12. $x^2 - 11x + 28$
 13. $2x^2 + 9x + 13$
 14. $x^2 - 13x + 40$
 15. $4x^2 - 12x + 9$
 16. $x^2 + 8x - 15$
 17. $3x^2 - 10x + 7$
 18. $x^2 - 16x + 64$
 19. $2x^2 + 7x + 3$
 20. $x^2 - 22x + 121$
 21. $5x^2 - 17x + 12$
 22. $x^2 - 19x + 90$
 23. $3x^2 - 25x + 50$
 24. $x^2 + 10x - 25$
 25. $4x^2 - 20x + 25$
 26. $x^2 - 24x + 144$
 27. $2x^2 + 13x + 15$
 28. $x^2 - 27x + 180$
 29. $3x^2 - 30x + 81$
 30. $x^2 + 14x - 51$
 31. $5x^2 - 23x + 24$
 32. $x^2 - 29x + 252$
 33. $3x^2 - 32x + 105$
 34. $x^2 + 16x - 84$
 35. $4x^2 - 28x + 49$
 36. $x^2 - 33x + 280$
 37. $2x^2 + 22x + 60$
 38. $x^2 - 35x + 306$
 39. $3x^2 - 38x + 143$
 40. $x^2 + 18x - 99$
 41. $5x^2 - 37x + 76$
 42. $x^2 - 41x + 400$
 43. $3x^2 - 44x + 195$
 44. $x^2 + 20x - 125$
 45. $4x^2 - 32x + 64$
 46. $x^2 - 43x + 441$
 47. $2x^2 + 27x + 112$
 48. $x^2 - 45x + 504$
 49. $3x^2 - 48x + 225$
 50. $x^2 + 22x - 143$
 51. $5x^2 - 49x + 98$
 52. $x^2 - 47x + 528$
 53. $3x^2 - 50x + 252$
 54. $x^2 + 24x - 168$
 55. $4x^2 - 36x + 81$
 56. $x^2 - 49x + 560$
 57. $2x^2 + 29x + 130$
 58. $x^2 - 51x + 600$
 59. $3x^2 - 54x + 279$
 60. $x^2 + 26x - 187$
 61. $5x^2 - 55x + 140$
 62. $x^2 - 53x + 624$
 63. $3x^2 - 56x + 315$
 64. $x^2 + 28x - 203$
 65. $4x^2 - 40x + 100$
 66. $x^2 - 55x + 672$
 67. $2x^2 + 31x + 156$
 68. $x^2 - 57x + 780$
 69. $3x^2 - 60x + 369$
 70. $x^2 + 30x - 225$
 71. $4x^2 - 44x + 121$
 72. $x^2 - 59x + 800$
 73. $2x^2 + 33x + 166$
 74. $x^2 - 61x + 840$
 75. $3x^2 - 64x + 423$
 76. $x^2 + 32x - 256$
 77. $4x^2 - 48x + 144$
 78. $x^2 - 63x + 882$
 79. $2x^2 + 35x + 176$
 80. $x^2 - 65x + 900$
 81. $3x^2 - 68x + 483$
 82. $x^2 + 34x - 289$
 83. $4x^2 - 52x + 169$
 84. $x^2 - 67x + 928$
 85. $2x^2 + 37x + 182$
 86. $x^2 - 69x + 960$
 87. $3x^2 - 72x + 549$
 88. $x^2 + 36x - 324$
 89. $4x^2 - 56x + 196$
 90. $x^2 - 71x + 980$
 91. $2x^2 + 39x + 196$
 92. $x^2 - 73x + 1000$
 93. $3x^2 - 76x + 597$
 94. $x^2 + 38x - 361$
 95. $4x^2 - 60x + 225$
 96. $x^2 - 75x + 1024$
 97. $2x^2 + 41x + 206$
 98. $x^2 - 77x + 1056$
 99. $3x^2 - 80x + 645$
 100. $x^2 + 40x - 400$
 101. $4x^2 - 64x + 256$
 102. $x^2 - 79x + 1088$
 103. $2x^2 + 43x + 217$
 104. $x^2 - 81x + 1120$
 105. $3x^2 - 84x + 705$
 106. $x^2 + 42x - 441$
 107. $4x^2 - 68x + 289$
 108. $x^2 - 83x + 1152$
 109. $2x^2 + 45x + 225$
 110. $x^2 - 85x + 1188$
 111. $3x^2 - 88x + 759$
 112. $x^2 + 44x - 484$
 113. $4x^2 - 72x + 324$
 114. $x^2 - 87x + 1210$
 115. $2x^2 + 47x + 238$
 116. $x^2 - 89x + 1232$
 117. $3x^2 - 92x + 807$
 118. $x^2 + 46x - 529$
 119. $4x^2 - 76x + 361$
 120. $x^2 - 91x + 1260$
 121. $2x^2 + 49x + 245$
 122. $x^2 - 93x + 1296$
 123. $3x^2 - 96x + 843$
 124. $x^2 + 48x - 576$
 125. $4x^2 - 80x + 400$
 126. $x^2 - 95x + 1300$
 127. $2x^2 + 51x + 255$
 128. $x^2 - 97x + 1344$
 129. $3x^2 - 100x + 873$
 130. $x^2 + 50x - 625$
 131. $4x^2 - 84x + 441$
 132. $x^2 - 99x + 1368$
 133. $2x^2 + 53x + 266$
 134. $x^2 - 101x + 1396$
 135. $3x^2 - 104x + 903$
 136. $x^2 + 52x - 676$
 137. $4x^2 - 88x + 484$
 138. $x^2 - 103x + 1404$
 139. $2x^2 + 55x + 275$
 140. $x^2 - 105x + 1440$
 141. $3x^2 - 108x + 936$
 142. $x^2 + 54x - 729$
 143. $4x^2 - 92x + 529$
 144. $x^2 - 107x + 1456$
 145. $2x^2 + 57x + 287$
 146. $x^2 - 109x + 1484$
 147. $3x^2 - 112x + 975$
 148. $x^2 + 56x - 784$
 149. $4x^2 - 96x + 576$
 150. $x^2 - 111x + 1500$
 151. $2x^2 + 59x + 299$
 15

L
0
1
2
3
4
5

- Rezolvare:*

A blank sheet of graph paper with a grid pattern. The grid consists of small squares formed by thin black lines. There are no margins or additional markings on the page.

L
0
1
2
3
4
5

4. Calculați:

a) $L_1 = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 8x + 15}{25 - x^2} =$

L
0
1
2
3
4
5

b) $L_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x^2 + 3}{2x^2 - 1} \right)^{2x^2} =$

L
0
1
2
3
4
5

Răspuns: _____

5. Fie $A = x_1 + x_2$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației $0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{x-1}$,

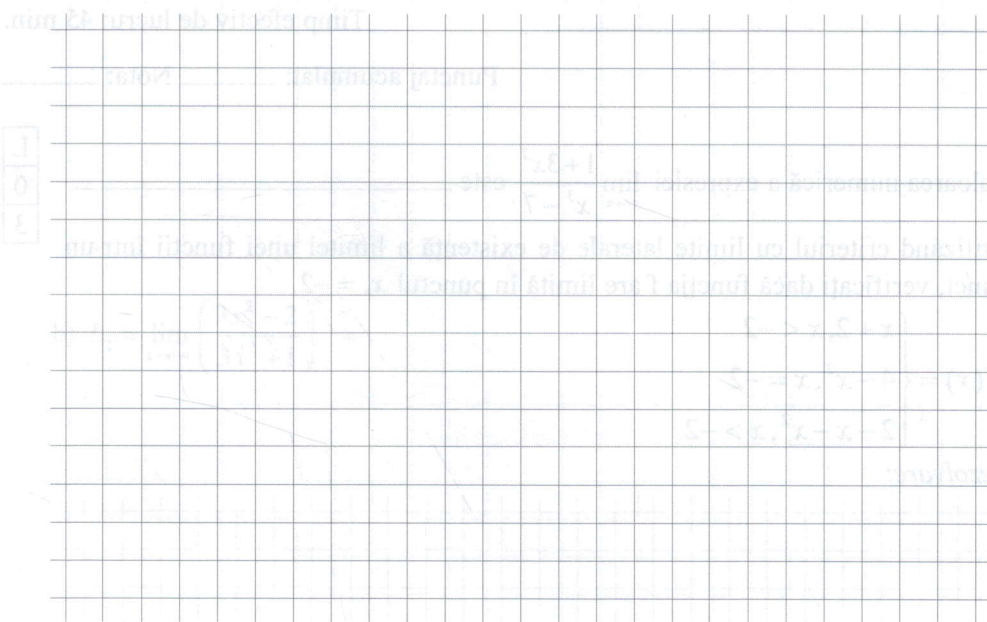
iar $B = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 3}}{x + 2}$. Comparați numerele A și B.

Rezolvare:

L
0
1
2
3
4
5
6

Răspuns: _____

6. Determinați valoarea parametrului real a , astfel încât funcția f să aibă limită în punctul x_0 și să se calculeze $l = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, dacă $f(x) = \begin{cases} a^2x - 5a, & x \leq 2 \\ ax - 3, & x > 2 \end{cases}$ și $x_0 = 2$.
Rezolvare:

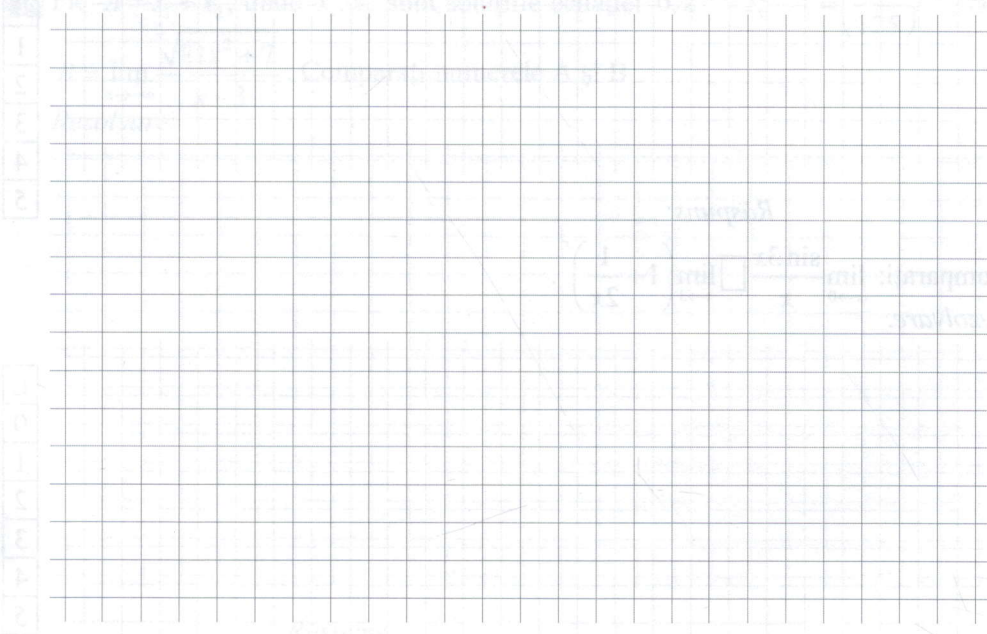


L
0
1
2
3
4
5
6
7

Răspuns: _____

Suplimentar:

Determinați valoarea parametrilor reali a și b , astfel încât $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 2x + 1} + ax + b) = \frac{1}{5}$.



1
0
1
2
3
4
5
6
7

Data: _____

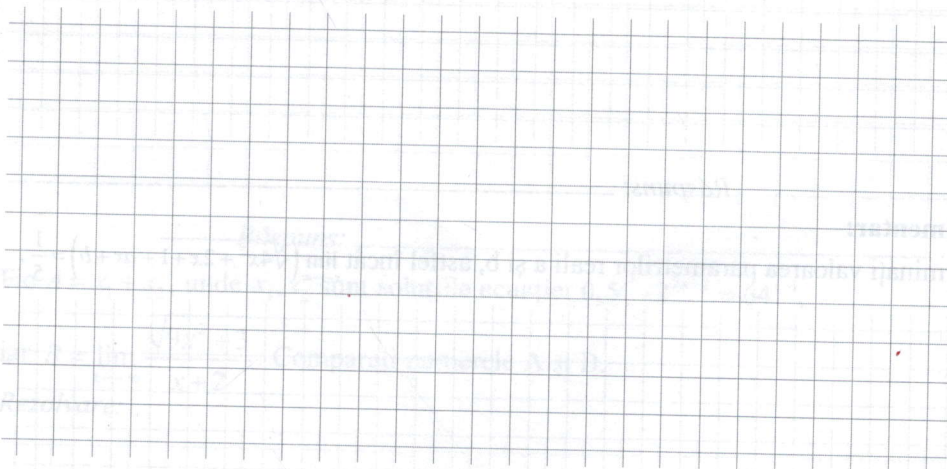
Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. Valoarea numerică a expresiei $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+3x^2}{x^3-7}$ este _____
2. Utilizând criteriul cu limite laterale de existență a limitei unei funcții într-un punct, verificați dacă funcția f are limită în punctul $x_0 = -2$.

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & x < -2 \\ 4-x^2, & x = -2 \\ 2-x-x^2, & x > -2 \end{cases}$$

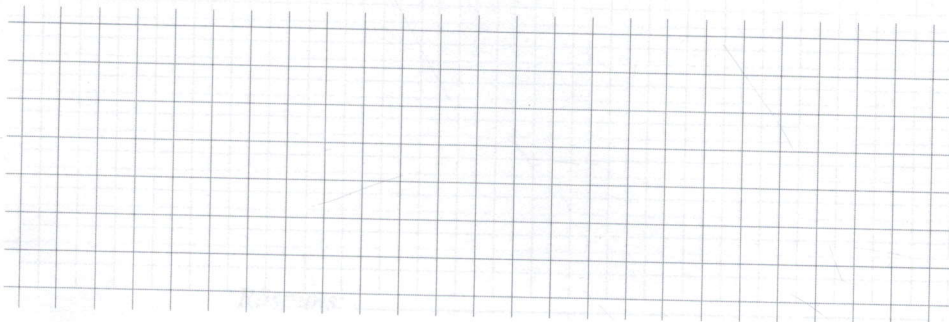
Rezolvare:



Răspuns: _____

3. Comparați: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} \square \lim_{x \rightarrow 3} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$.

Rezolvare:



4. Calculați:

a) $L_1 = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 9x + 14}{49 - x^2} =$

L
0
1
2
3
4
5

b) $L_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2 - 2}{3x^2 + 1} \right)^{x^2} =$

L
0
1
2
3
4
5

Răspuns: _____

5. Fie $A = x_1 + x_2$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației $0,2^{-x^2} \cdot 25^{3x-2} = \left(\frac{1}{125}\right)^{x+2}$, iar

$$B = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{81x^2 + 7}}{x - 3}. \text{ Comparați numerele A și B.}$$

Rezolvare:

L
0
1
2
3
4
5
6

Răspuns: _____

6. Determinați valoarea parametrului real a , astfel încât funcția f să aibă limită în

punctul x_0 și să se calculeze $l = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, dacă $f(x) = \begin{cases} a^2 x^2 - 9, & x \leq 2 \\ a^2 x - 3a, & x > 2 \end{cases}$ și $x_0 = 2$.

Rezolvare:

J	
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Răspuns: _____

Suplimentar:

Determinați valoarea parametrilor reali a și b , astfel încât $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 5} + ax + b) = \frac{3}{5}$.

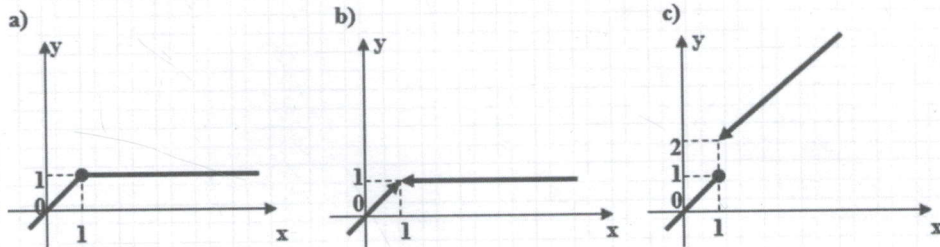
J	
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Data: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. Mai jos sunt date graficele funcțiilor a), b) și c). Care din funcții este continuă în punctul $x_0 = 1$?

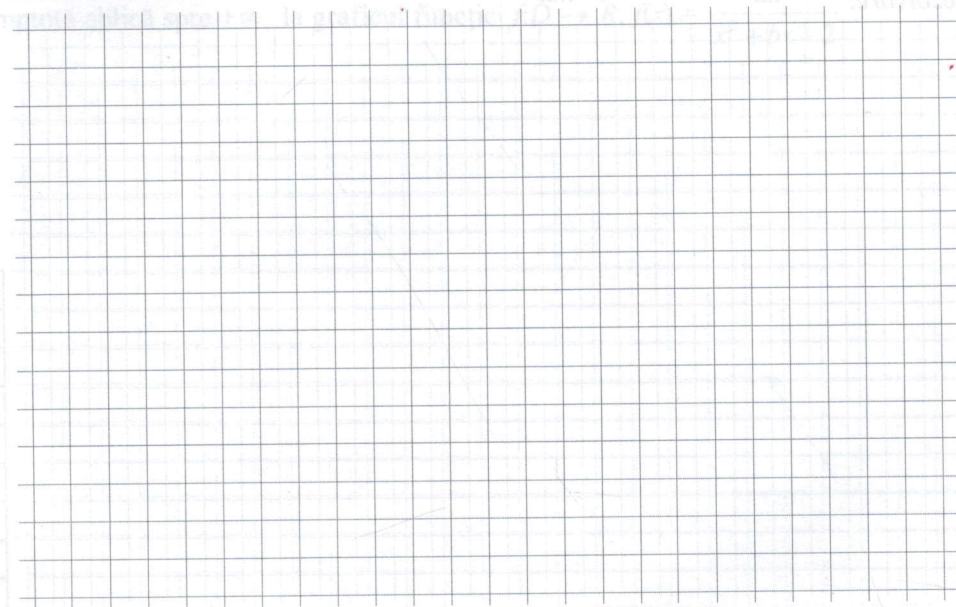


2. Aflați valoarea de adevăr a propoziției:

„Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \tan x$ este continuă pe $\mathbb{R}$.” A F

3. Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$. Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f .

Rezolvare:



Răspuns: _____

L
0
3

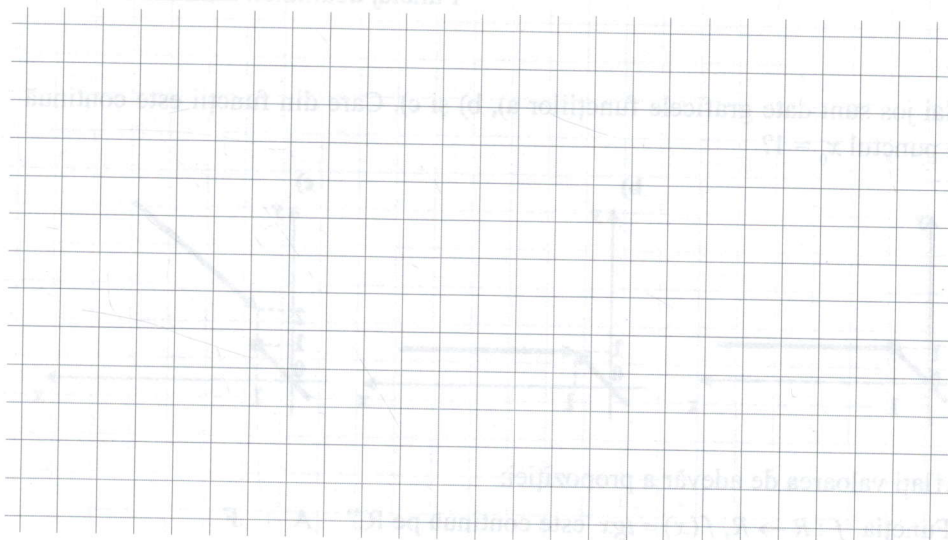
L
0
3

L
0
1
2
3
4
5
6
7

4. Determinați punctele de discontinuitate ale funcției și tipul lor:

$$f(x) = \begin{cases} (1 + \sin^2 x)^{\frac{1}{x}}, & x \leq 0 \\ \frac{\cos x}{x^2 + x}, & x > 0 \end{cases}$$

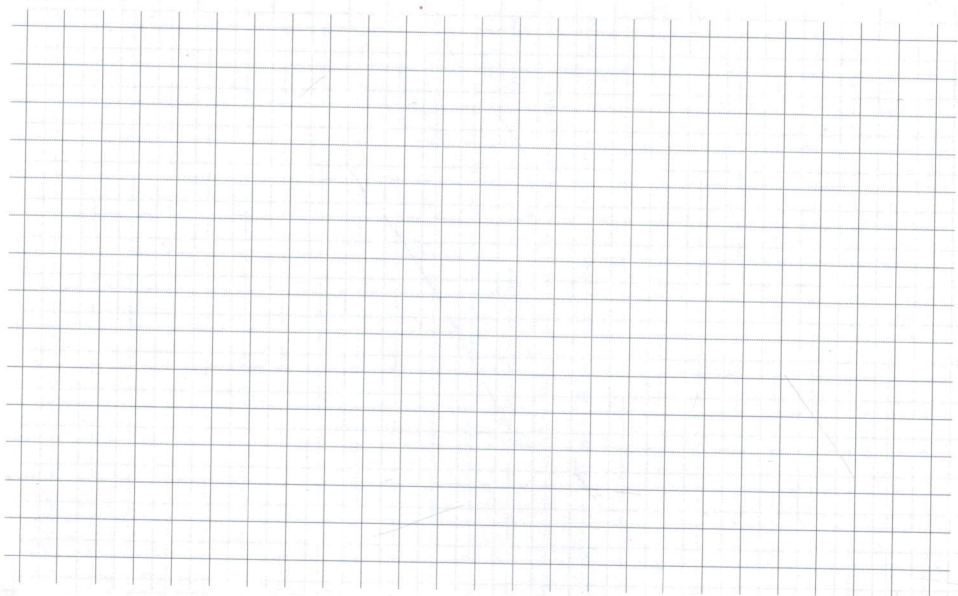
Rezolvare:



Răspuns:

5. Rezolvați în $\mathbb{R}$ inecuația $\frac{(x^2 - 4)(5^x - 125)}{1 - \ln x} \geq 0$.

Rezolvare:

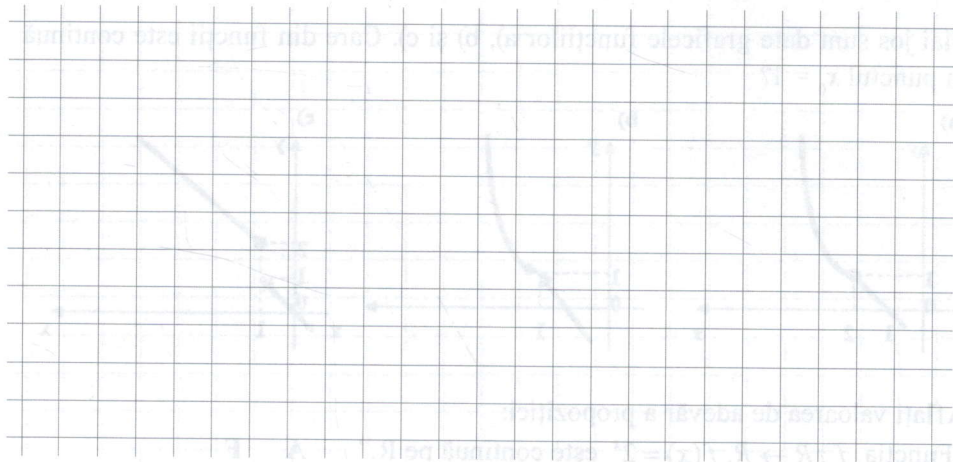


Răspuns:

6. Determinați valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax-3a)}{x^2-5x+6}, & x < 3 \\ 18, & x = 3 \\ \frac{bx^2-9b}{3-\sqrt{2x+3}}, & x > 3 \end{cases} \quad \text{să fie continuă.}$$

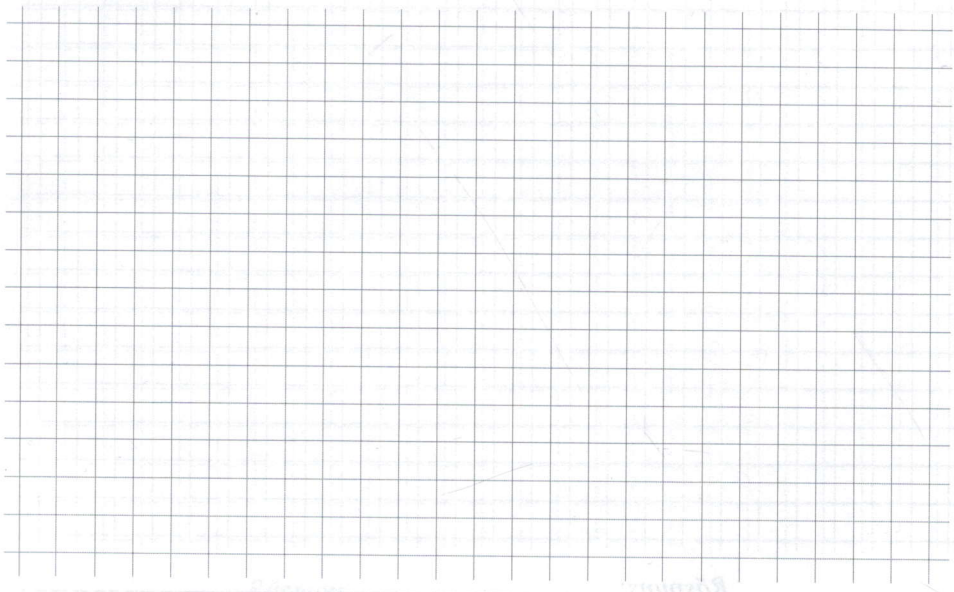
Rezolvare:



Răspuns: _____

Suplimentar:

Determinați parametrii reali a și b , astfel încât dreapta de ecuație $y = x + 2$ să fie asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{ax^3}{x^2+bx+2}$.



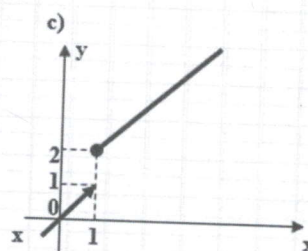
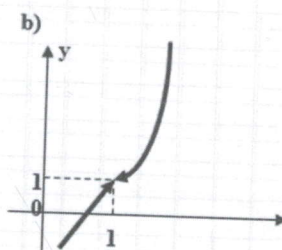
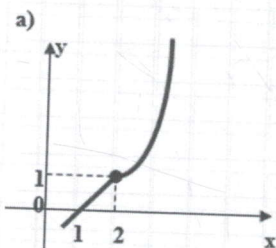
L
0
1
2
3
4
5
6
7
8

Data: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. Mai jos sunt date graficele funcțiilor a), b) și c). Care din funcții este continuă în punctul $x_0 = 1$?

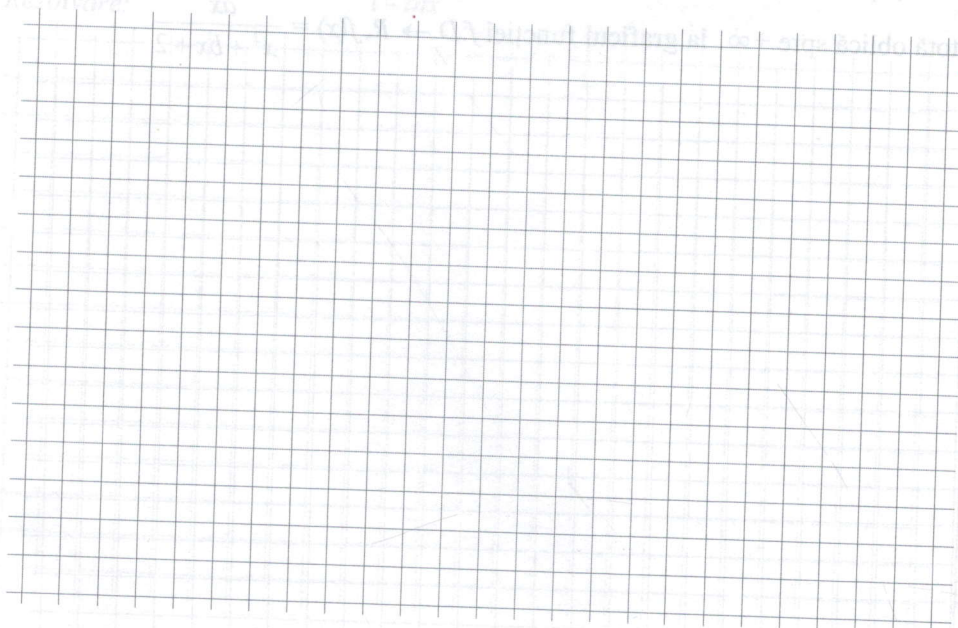


2. Aflați valoarea de adevăr a propoziției:
„Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x$ este continuă pe $\mathbb{R}$.”

A F

3. Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3x+3}{x-2}$. Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f .

Rezolvare:



Răspuns: _____

4. Determinați punctele de discontinuitate ale funcției și tipul lor :

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{2-x}{x}\right)^{\frac{1}{x-1}}, & x \leq 1 \\ \frac{e^x}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$$

Rezolvare:

1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Răspuns: _____

5. Rezolvați în R inecuația $\frac{(x^2 + x - 2)(5^x - 25)}{1 - \lg x} \geq 0$.

Rezolvare:

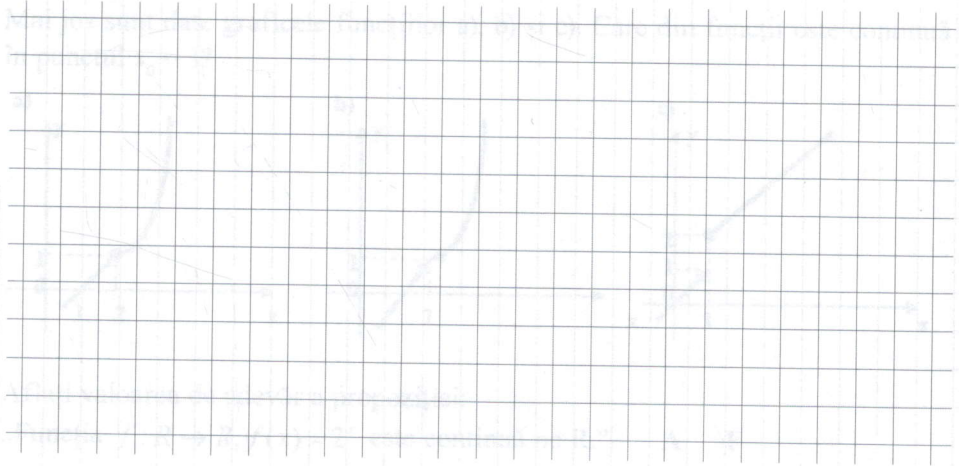
1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Răspuns: _____

6. Determinați valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax-2a)}{x^2-7x+10}, & x < 2 \\ 12, & x = 2 \\ \frac{bx^2-4b}{2-\sqrt{6x-8}}, & x > 2 \end{cases} \quad \text{să fie continuă.}$$

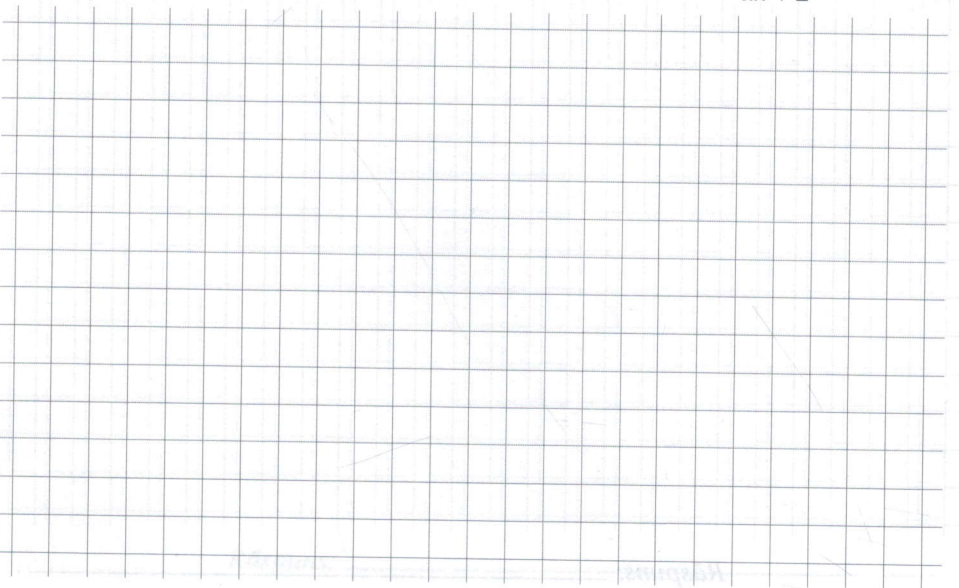
Rezolvare:



Răspuns: _____

Suplimentar:

Determinați parametrii reali a și b , astfel încât dreapta de ecuație $y = x - 1$ să fie asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2+bx+3}{ax+2}$.



Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

-

L
0
3

- | | | | | | | | | | |
|------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |
| Blank grid for drawing or writing. | | | | | | | | | |

L
0
1
2
3
4
5

Răspuns: _____

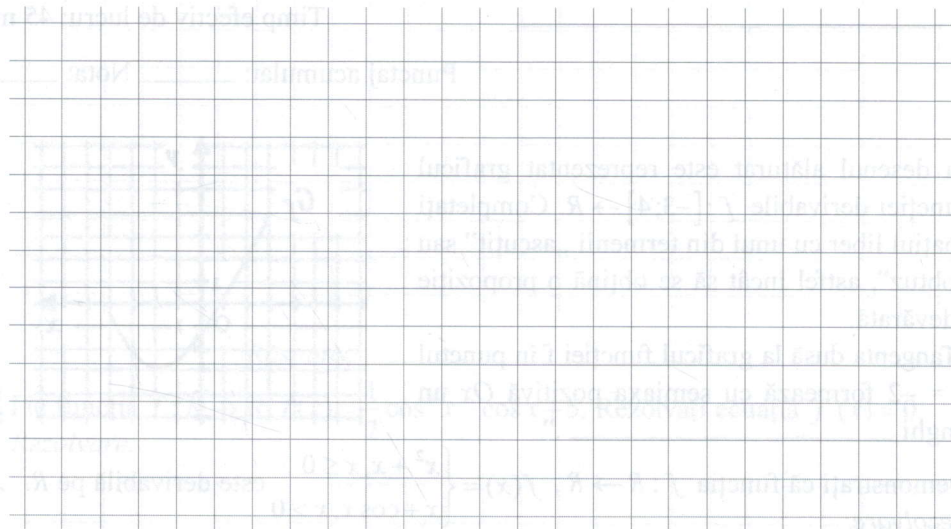
- [illegible]

L
0
1
2
3
4

Răspuns: _____

7. Fie funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x+1}$. Determinați parametrii reali a și b , astfel încât graficul funcției să treacă prin punctul $A(2; -3)$ și $f'(1) = 1$.

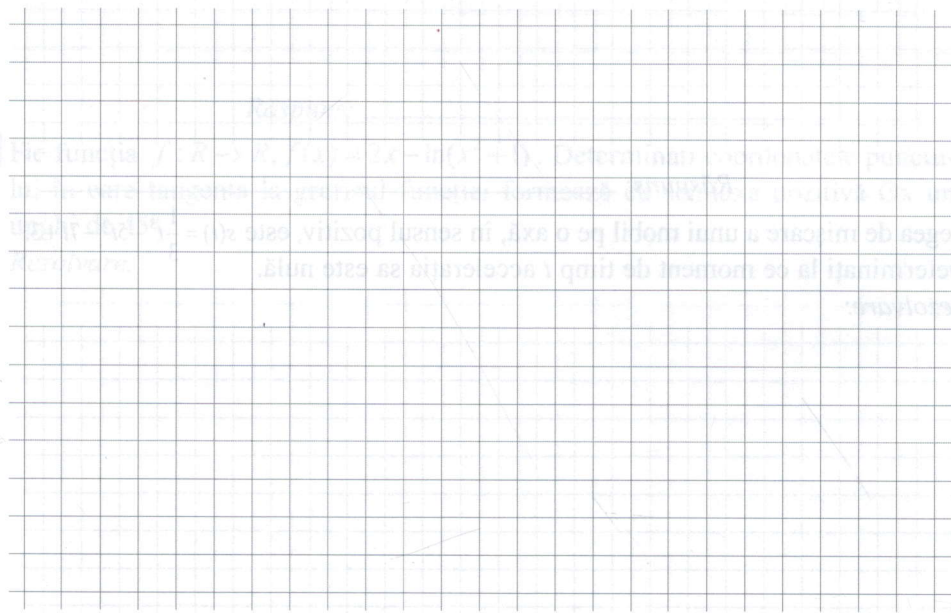
Rezolvare:



Răspuns: _____

Suplimentar:

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a \sin 6x - b \cos 3x$. Determinați parametrii reali a și b , astfel încât $f'(\frac{5\pi}{18}) = 4$ și $f(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$.



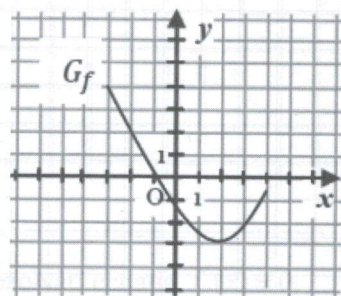
Răspuns: _____

Răspuns: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min

Nota: _____

- „Tangenta dusă la graficul funcției f în punctul $x = -2$ formează cu semiaxa pozitivă Ox un unghi _____.”



- 2.** Demonstrați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \leq 0 \\ x + \cos x, & x > 0 \end{cases}$ este derivabilă pe $\mathbb{R}$.
Rezolvare:

Rezolvare:

Problem 1

Let $f(x) = x^2 + 2x + 1$. Find $f'(x)$.

Solution:

$f'(x) = \frac{d}{dx}(x^2 + 2x + 1) = 2x + 2$

Răspuns: _____

- 3.** Legea de mișcare a unui mobil pe o axă, în sensul pozitiv, este $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 - 7t + 3$. Determinați la ce moment de timp t accelerația sa este nulă.

Rezolvare:

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 15 rows. There are no markings or drawings on the paper.

Răspuns: _____

4. Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{2x^2 + x + 4}$ în punctul de abscisă $x_0 = 3$.

Rezolvare:

[illegible]

Răspuns:

- 5.** Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{2} \cos^2 x - \cos x + 5$. Rezolvați ecuația $f'(x) = 0$.
Rezolvare:

Rezolvare:

[illegible]

Răspuns:

- 6.** Fie funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x - \ln(x^2 + 1)$. Determinați coordonatele punctului în care tangenta la graficul funcției formează cu semiaxa pozitivă Ox un unghi de 45° .

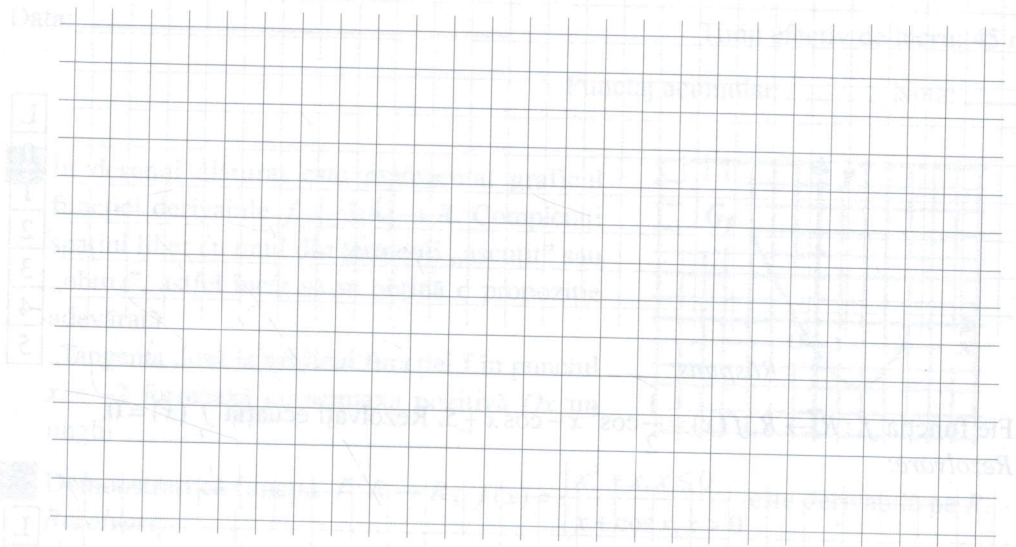
Rezolvare:

A blank sheet of white graph paper featuring a uniform grid of thin black lines. The grid consists of 20 columns and 10 rows, creating a series of small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Răspuns:

7. Fie funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$. Determinați parametrii reali a și b , astfel încât graficul funcției să treacă prin punctul $A(3; -5)$ și $f'(2) = 1$.

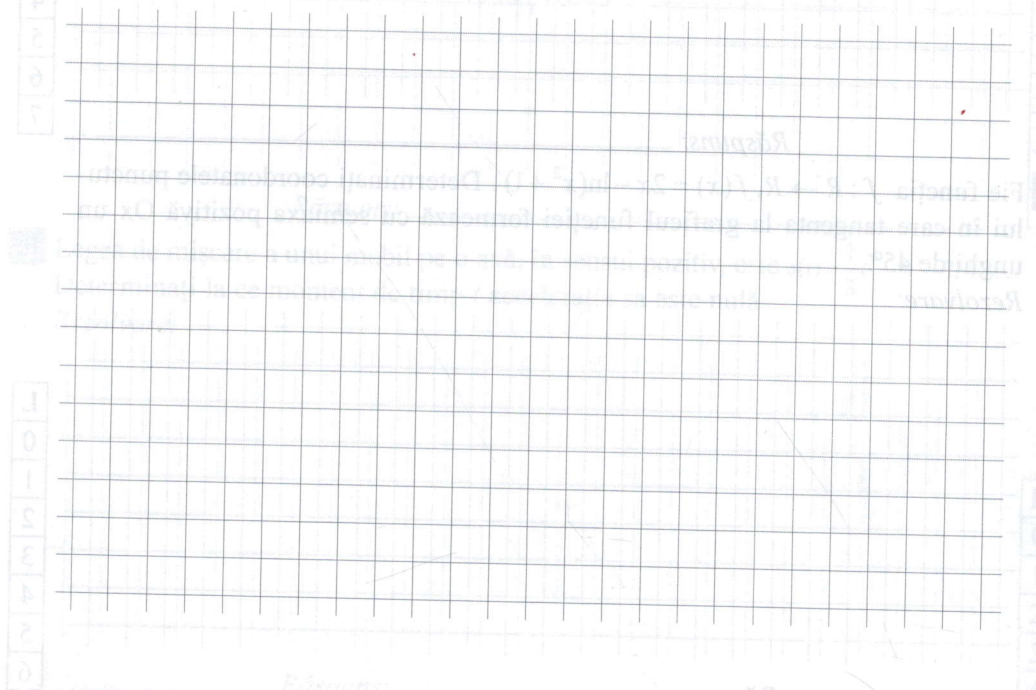
Rezolvare:



Răspuns: _____

Suplimentar:

Fie funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$. Aflați valorile parametrilor reali a, b, c , astfel încât $f'(x) = 3x^2e^x$.



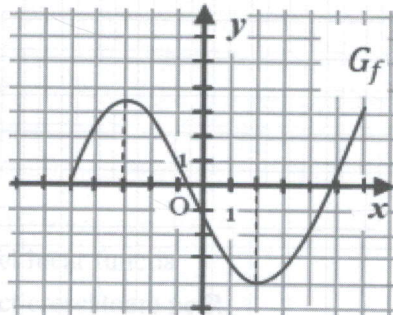
Data: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. În desenul alăturat este reprezentat graficul funcției derivabile $f: [-5; 6] \rightarrow \mathbb{R}$. Completați spațiul liber cu unul din simbolurile „<”, „>” sau „=”, astfel încât să se obțină o propoziție adevărată.

„ $f'(-3) \square 0$, $f'(1) \square 0$, $f''(-2) \square f'(2)$ ”

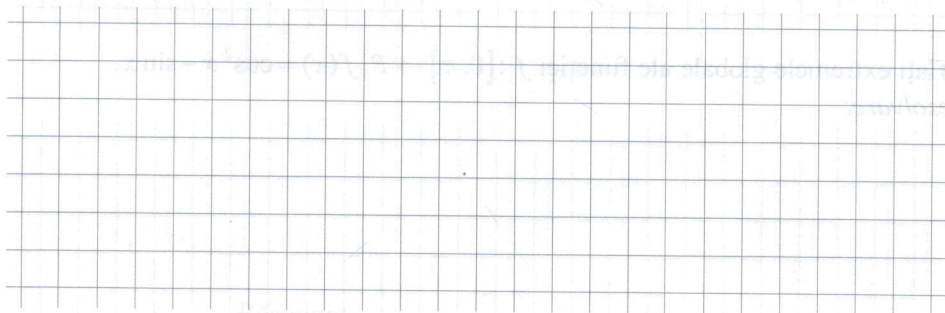


L
0
1
2
3

2. Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\ln x}$.

a) Determinați intervalele de monotonie ale funcției.

Rezolvare:

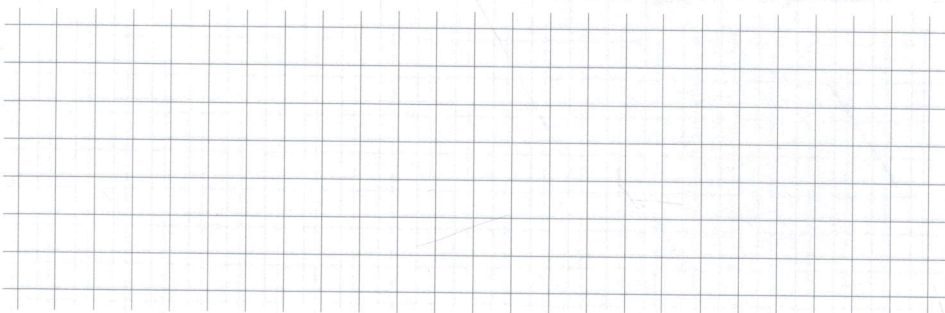


L
0
1
2
3
4
5
6
7

Răspuns: _____

- b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) \cdot x^2)$

Rezolvare:



Răspuns: _____

L
0
1
2
3
4

3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 7$. Determinați valoarea de adevăr a propoziției:

„Punctul de inflexiune al graficului funcției f se află în cadranul IV”. A F
Argumentați răspunsul:

L	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6

4. Aflați extremele globale ale funcției $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos^2 x - \sin x$.
Rezolvare:

L	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8

Răspuns: _____

5. Un teren de formă dreptunghiulară cu suprafața de 450 m^2 ce se află pe malul unui râu trebuie îngrădit (latura dinspre râu nu va fi îngrădită). Aflați dimensiunile terenului, astfel încât lungimea gardului să fie minimă.

Rezolvare:

1
0
1
2
3
4
5
6

Răspuns: _____

6. Determinați valorile parametrului real m , astfel încât funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x (x^2 + mx + m^2)$ să fie strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Rezolvare:

1
0
1
2
3
4
5
6

Răspuns: _____

Suplimentar:

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$. Determinați pentru ce valori ale parametrilor reali a și b funcția f admite un extrem egal cu 2 în punctul $x = 0$.

1
0
1
2
3
4
5
6

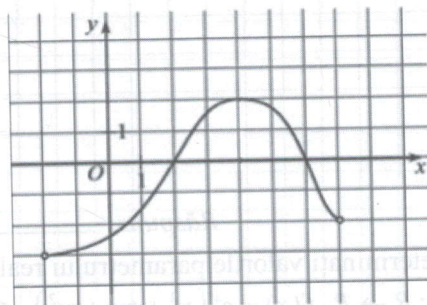
Data: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. În desenul alăturat este reprezentat graficul funcției derivabile $f: (-2; 7) \rightarrow \mathbb{R}$. Completați spațiul liber cu unul din simbolurile „<”, „>” sau „=”, astfel încât să se obțină o propoziție adevărată.

„ $f'(-1) \square 0$, $f'(6) \square 0$, $f''(3) \square f'(4)$ ”

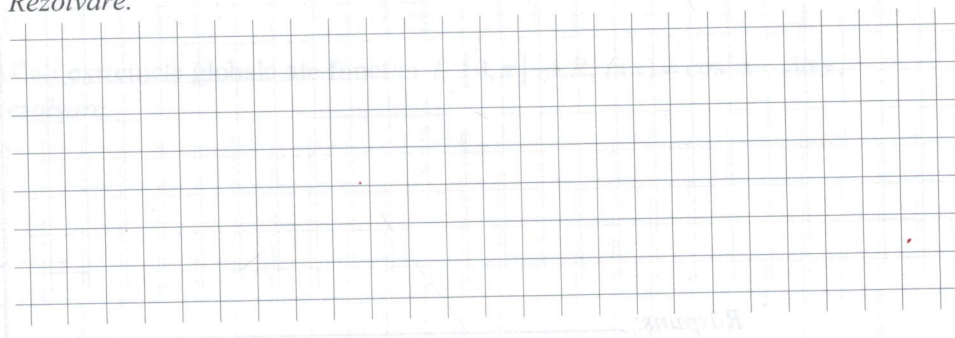


L
0
1
2
3

2. Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$.

a) Determinați intervalele de monotonie ale funcției.

Rezolvare:

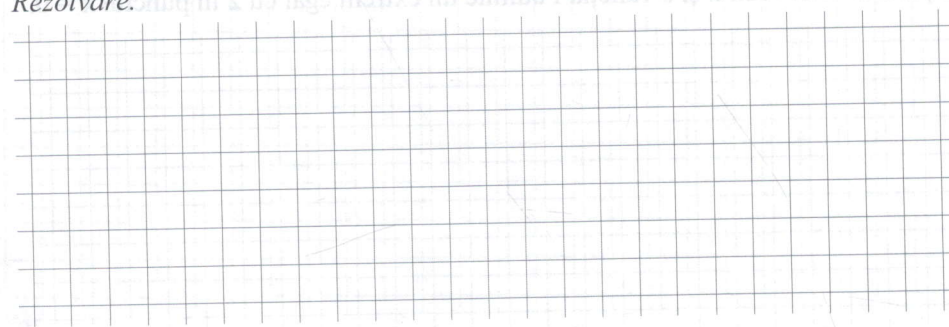


L
0
1
2
3
4
5
6
7

Răspuns: _____

- b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

Rezolvare:



L
0
1
2
3
4

Răspuns: _____

3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x^3 - 4x^2 + 7x - 2$. Determinați valoarea de adevăr a propoziției:

„Punctul de inflexiune al graficului funcției f se află în cadranul I”. **A** **F**
Argumentați răspunsul:

7
6
5
4
3
2
1
0

L
0
1
2
3
4
5
6

4. Aflați extremele globale ale funcției $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -\cos x - \sin^2 x$.
Rezolvare:

1
2
3
4
5
6
7
8

L
0
1
2
3
4
5
6
7
8

Răspuns: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

- L

0

3

[illegible]

L

0

1

1
2

2
3

5
4

4
5

5

Răspuns: _____

-

A full-page view of a blank sheet of graph paper. The paper features a uniform grid of small squares, typical of standard graph paper used for mathematics or engineering. The grid covers the entire area of the page, with no margins or additional markings visible.

L

Q

0
1

1
2

7
3

5
4

4
5

5

Răspuns: _____

4. Calculați partea imaginară a numărului $\bar{z}$, dacă $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{12} + 4\sqrt{3} - i$.

Rezolvare:

L	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						
4						
5						

Răspuns: _____

5. Se știe că $-z + 2\bar{z} = 3 - 2i$, unde $z = a + bi$, a și b sunt numere reale. Calculați $\bar{z} \cdot z$.

Rezolvare:

L	0	1	2	3	4	5	6
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							

Răspuns: _____

6. Rezolvați în C ecuația $z^3 = -2i$.

Rezolvare:

L	0	1	2	3	4	5	6
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							

Răspuns: _____

7. Fie $z_1 = 2m^2 + i \sin m$ și $z_2 = 4m - i(m^2 + m)$.

Determinați valorile reale ale lui m , astfel încât numerele z_1 și z_2 să fie conjugate.

Rezolvare:

L	1
0	2
3	3
	4
	5
	6

Răspuns: _____

Suplimentar:

Determinați parametrul real m , astfel încât ecuația $z^2 - 2(1-i)z + m - 2i = 0$ să admită o rădăcină reală.

L	1
0	2
1	3
2	4
3	5
4	6

Data: _____

Timp efectiv de lucru 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. Aflați valoarea de adevăr a propoziției:

Numerele $z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ și $z_2 = 2i$ sunt egale. **A** **F**

2. Rezolvați în $\mathbb{C}$ ecuația $z^2 + (4 + 3i)z + 4 + 6i = 0$. Calculați $|z_1 + z_2|$.

Rezolvare:

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	
51	
52	
53	
54	
55	
56	
57	
58	
59	
60	
61	
62	
63	
64	
65	
66	
67	
68	
69	
70	
71	
72	
73	
74	
75	
76	
77	
78	
79	
80	
81	
82	
83	
84	
85	
86	
87	
88	
89	
90	
91	
92	
93	
94	
95	
96	
97	
98	
99	
100	

Răspuns: _____

3. Calculați $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$, dacă $a = -i^{17} + (1 - i)^3 + 3i + 1$.

Rezolvare:

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	
51	
52	
53	
54	
55	
56	
57	
58	
59	
60	
61	
62	
63	
64	
65	
66	
67	
68	
69	
70	
71	
72	
73	
74	
75	
76	
77	
78	
79	
80	
81	
82	
83	
84	
85	
86	
87	
88	
89	
90	
91	
92	
93	
94	
95	
96	
97	
98	
99	
100	

Răspuns: _____

- 4.** Calculați partea reală a numărului $\bar{z}$, dacă $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{22} + 3\sqrt{2} - i$.
Rezolvare:

Rezolvare:

Răspuns:

5. Se știe că $5 - i\bar{z} = (2 + i)z$, unde $z = a + bi$, a și b sunt numere reale. Calculați $\bar{z} \cdot z$.

Rezolvare:

Răspuns:

6. Rezolvați în $\mathbb{C}$ ecuația $z^3 = 11i$.

Rezolvare:

Răspuns:

7. Determinați valorile reale ale lui m , astfel încât numărul $z = m - 4 + \log_3 m + i(m^2 - 2m - 3)$ să fie nenul.

Rezolvare:

1
2
3
4
5
6
7
8
9
0
1
2
3
4
5
6

Răspuns: _____

Suplimentar:

Determinați parametrul real m , astfel încât ecuația $z^2 + (2 + i)z - m - 3i = 0$ să admită o rădăcină reală.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
0
1
2
3
4
5
6

Data:

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

- 1.** Determinați valoarea de adevăr a propoziției:

„Dacă $A = \begin{pmatrix} i & 3 \\ 0 & i \end{pmatrix}$, atunci $\det A \in N$.” **A** **F**

2. Fiind date matricile $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -7 \\ 4 & \sqrt{3}+2 \end{pmatrix}$, aflați

$k \in R$, astfel încât $A + kB = C'$.

Rezolvare:

Răspuns: _____

- ### 3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația

Rezolvare:

$$\begin{vmatrix} 0,5^{x^2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{16} & 2^{2x+3} \end{vmatrix} = 0.$$

- $$\text{și } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Rezolvare:

Răspuns:

- Rezolvare:*

Răspuns:

Rezolvare:

Rezolvare:

Aflați valoarea parametrului real m , astfel încât sistemul să fie compatibil determinat.

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 3 \\ x + y + mz = -2 \end{cases}$$

Data:

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. Determinați valoarea de adevăr a propoziției:

„Dacă $A = \begin{pmatrix} 2i & 1 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$, atunci $\det A \in N$.” **A** **F**

- 2.** Fiind date matricile $A = \begin{pmatrix} 5 & \sqrt{5} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 + \sqrt{5} & 3 \end{pmatrix}$, aflați $k \in R$, astfel încât $A + kB = C'$.

Rezolvare:

[illegible]

Răspuns: _____

3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\begin{vmatrix} \sqrt{7-3x} & x \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 14$.
Rezolvare:

Rezolvare:

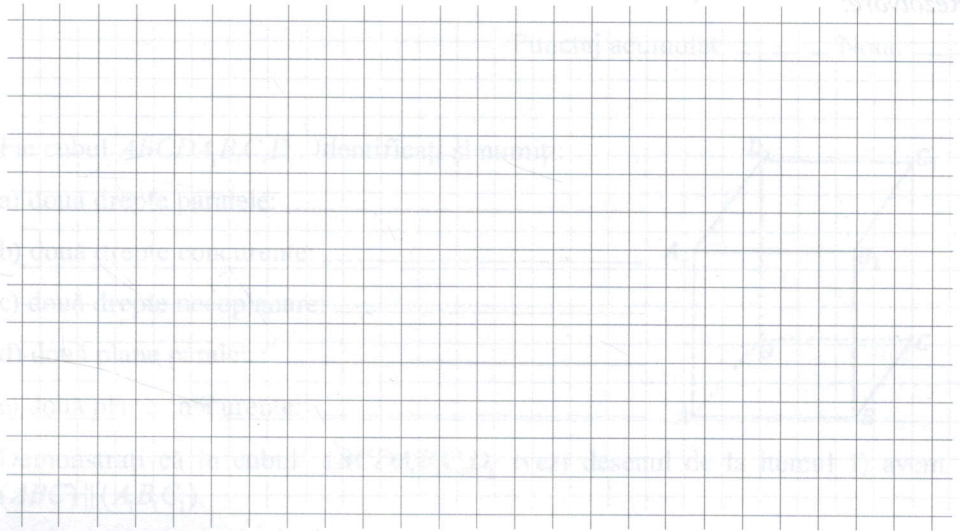
[illegible]

Răspuns: _____.

4. Fie funcția $f : M_2(R) \rightarrow M_2(R)$, $f(X) = X^2 + 3I_2$. Calculați B^{-1} , dacă $B = f(A)$

și $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

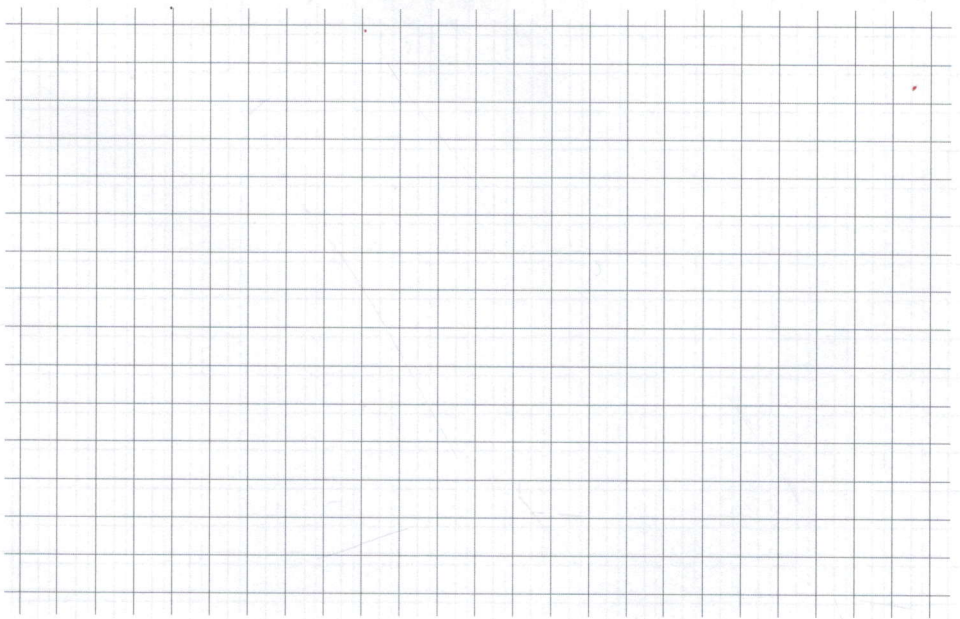
Rezolvare:



Răspuns: _____

5. Rezolvați sistemul de ecuații: $\begin{cases} x+5y-4z=0 \\ 2x-y+3z=0 \\ 3x+4y-z=0 \end{cases}$ și scrieți o soluție particulară a lui.

Rezolvare:



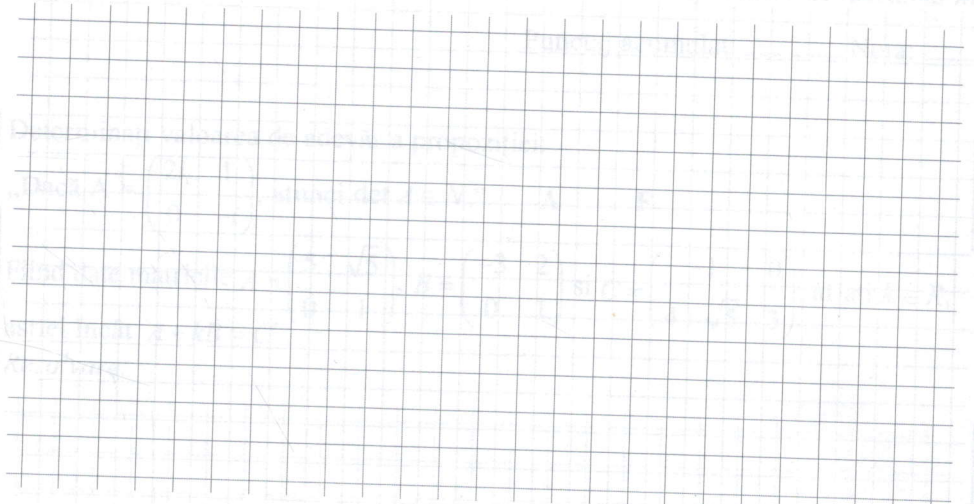
Răspuns: _____

L
0
1
2
3
4
5
6
7

L
0
1
2
3
4
5
6
7

6. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} a & 2 & -1 \\ 4 & a & -3 \\ a & 3 & -2 \end{pmatrix}$. Aflați valorile parametrului real a , astfel încât matricea A să fie inversabilă.

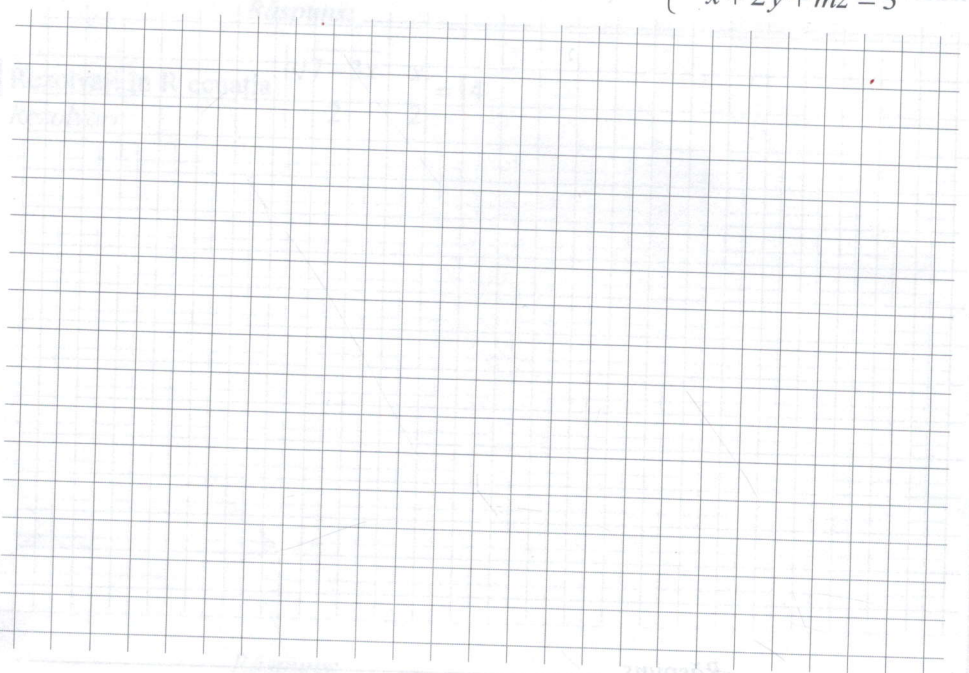
Rezolvare:



Răspuns: _____

Suplimentar:

Aflați valoarea parametrului real m , astfel încât sistemul $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + (m-1)y + z = 2 \\ x + 2y + mz = 3 \end{cases}$ să fie compatibil determinat.



Data: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. Fie cubul $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Identificați și numiți:

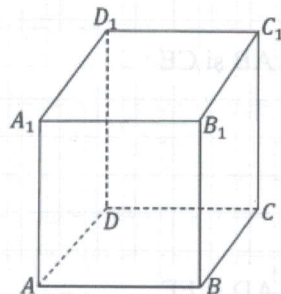
a) două drepte paralele: _____

b) două drepte concurente: _____

c) două drepte necoplanare: _____

d) două plane paralele: _____

e) două plane concurente: _____



L
0
1
2
3
4
5

2. Demonstrați că în cubul $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (vezi desenul de la itemul 1) avem $(ABC) \parallel (A_1 B_1 C_1)$.

1
0
1
2
3
4
5

L
0
1
2
3
4

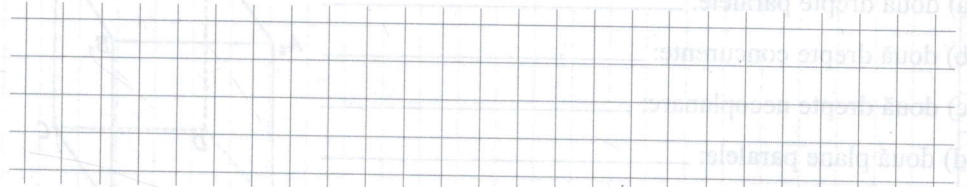
3. Paralelogramul ABCD cu $m(\angle DAB) = 60^\circ$ și trapezul DCEF în care DCIEF și $m(\angle DCE) = 110^\circ$ sunt situate în plane diferite. Calculați măsura unghiului format de drepte:

a) AB și EF

Desen:



b) AB și CE



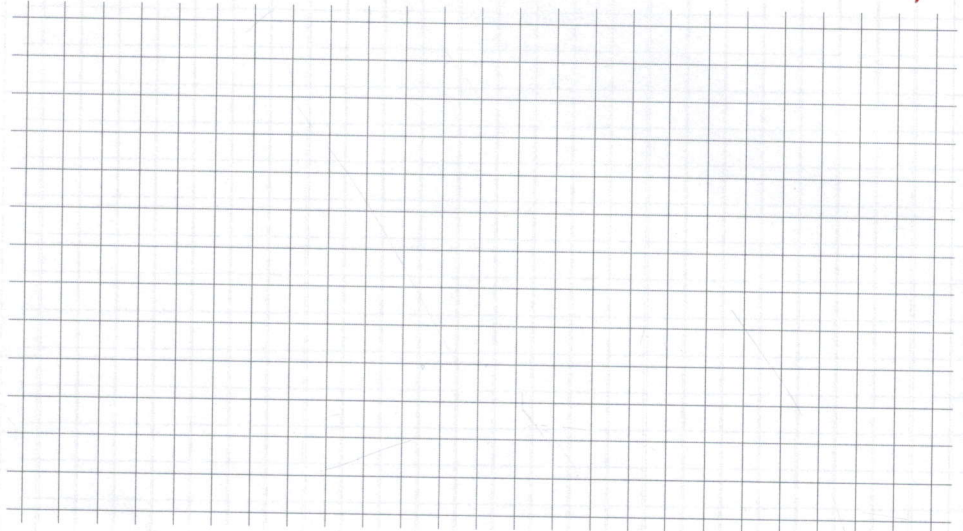
c) AD și EF



4. Se dă triunghiul ABC. Un plan paralel la dreapta BC intersectează latura AB în punctul P și latura AC în punctul Q, astfel încât $\frac{AP}{PB} = \frac{3}{7}$. Aflați lungimea segmentului $[PQ]$, știind că $BC = 12$ cm.

Desen:

Rezolvare:



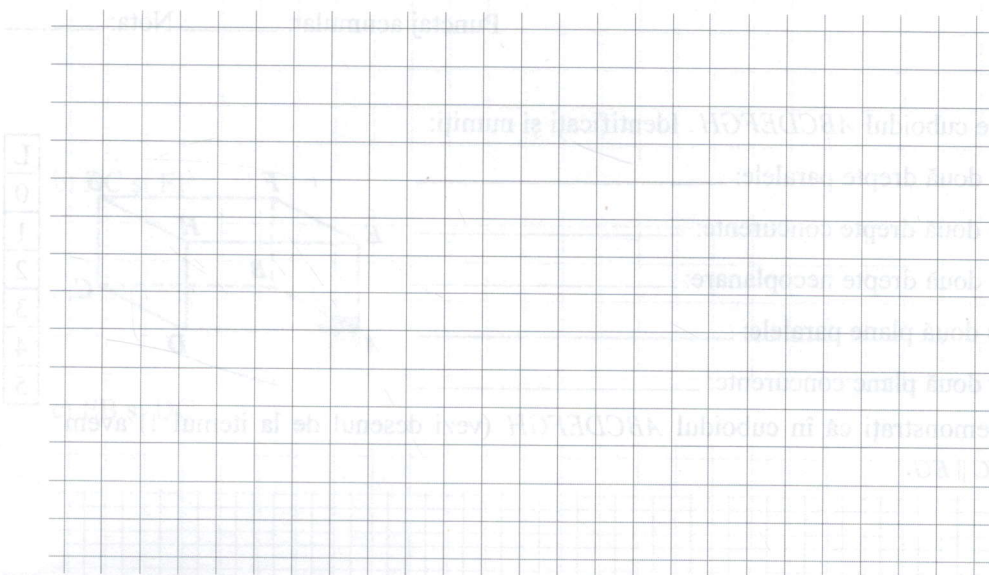
Răspuns: _____

5. În tetraedrul $VABC$, pe muchia VC este luat un punct C_1 , astfel încât $\frac{VC_1}{C_1C} = \frac{1}{3}$.

Prin punctul C_1 este dus planul α paralel bazei ABC , care intersectează muchiile VB și VA , respectiv în punctele B_1 și A_1 . Calculați perimetrul și aria secțiunii $A_1B_1C_1$, dacă $AB = 12 \text{ cm}$, $AC = 10 \text{ cm}$ și $BC = 10 \text{ cm}$.

Desen:

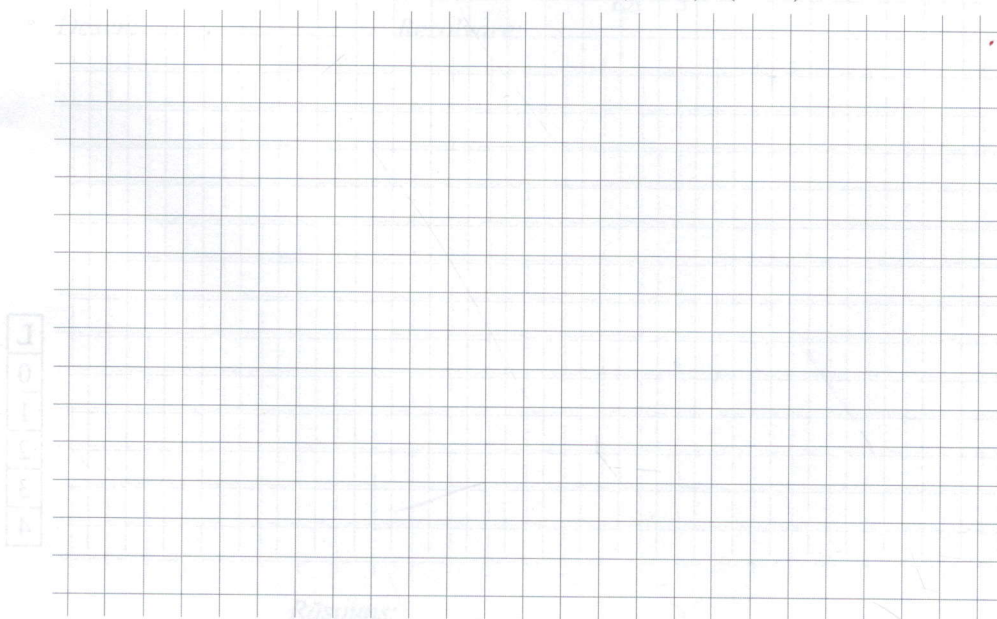
Rezolvare:



Răspuns: _____

Suplimentar:

Fie $VABCD$ o piramidă cu baza paralelogramul $ABCD$. Dacă M , N , P sunt mijloacele segmentelor VA , VD , respectiv DC , arătați că $(MNP) \parallel (VBC)$.



L
0
1
2
3
4
5
6
7

Data: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

1. Fie cuboidul $ABCDEFGH$. Identificați și numiți:

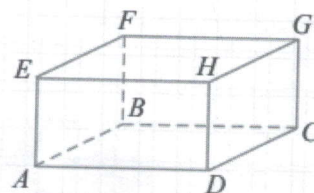
a) două drepte paralele: _____

b) două drepte concurente: _____

c) două drepte necoplanare: _____

d) două plane paralele: _____

e) două plane concurente: _____

2. Demonstrați că în cuboidul $ABCDEFGH$ (vezi desenul de la itemul 1) avem $AC \parallel EG$.

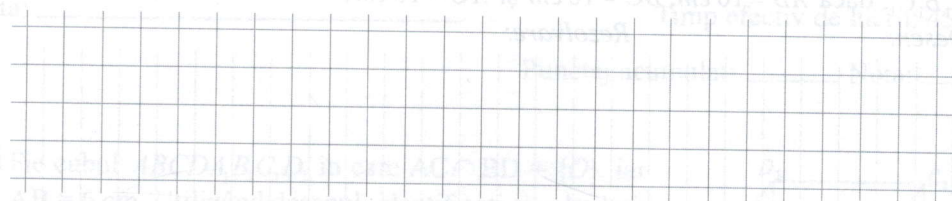
L
0
1
2
3
4
5

L
0
1
2
3
4

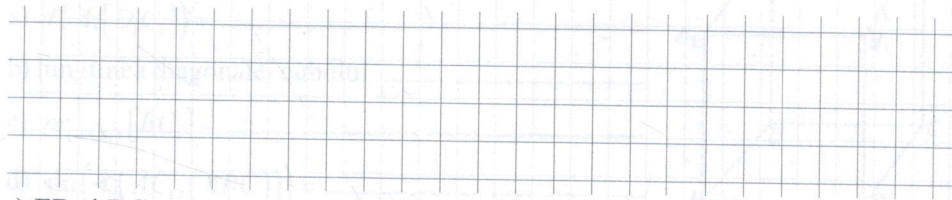
3. Pătratul ABCD și trapezul isoscel ABEF, în care E nu aparține planului ABC, are $m(\angle ABE) = 60^\circ$. Știind că $AF = EB$, calculați măsura unghiului format de dreptele:

a) EF și DC

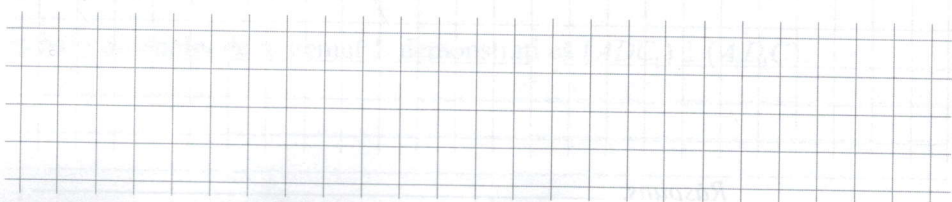
Desen:



b) AC și EF



c) EB și DC

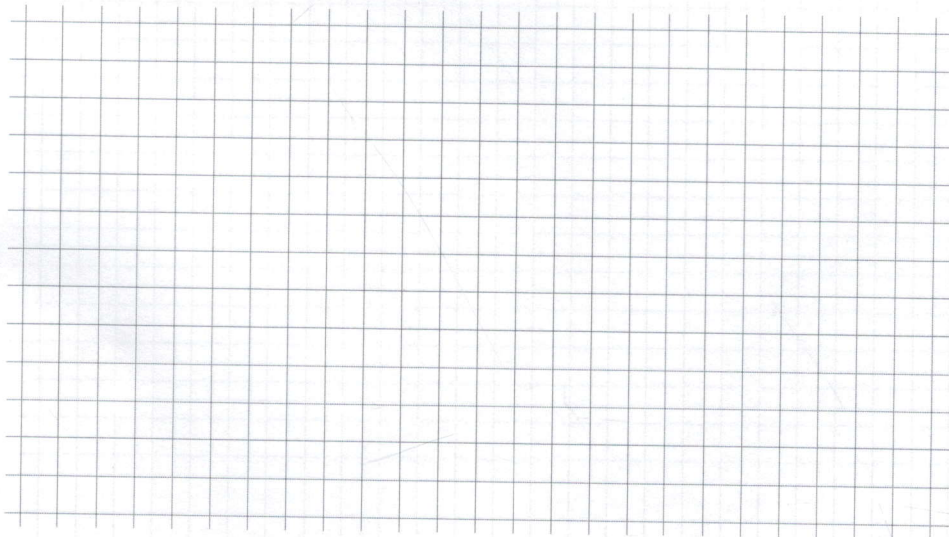


L
0
1
2
3
4
5
6
7
8

4. Se dă triunghiul ABC. Un plan paralel la dreapta AB intersectează latura AC în punctul E și latura BC în punctul F. Știind că $\frac{CE}{EA} = \frac{3}{5}$ și $AB = 20$ cm, aflați EF.

Desen:

Rezolvare:



Răspuns: _____

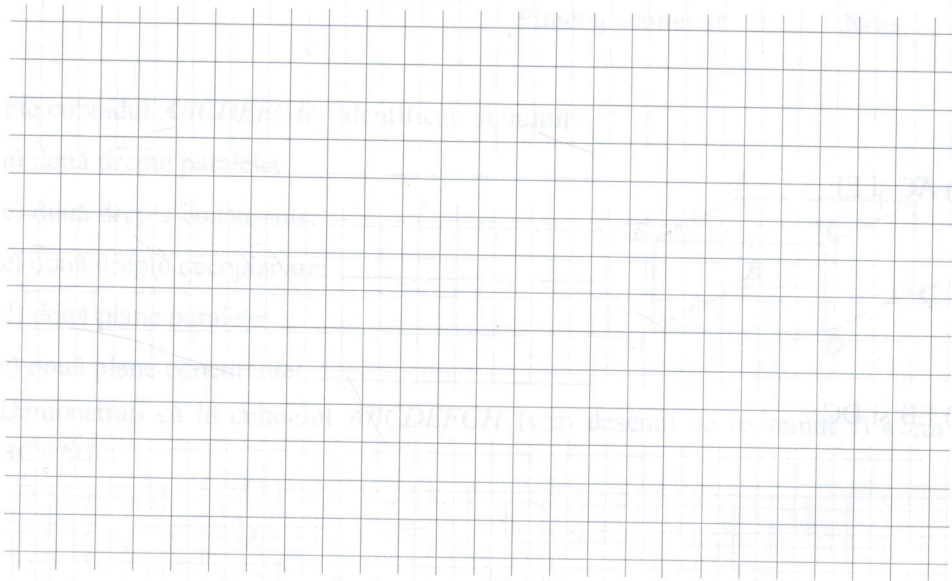
L
0
1
2
3
4
5
6

5. În tetraedrul $VABC$, pe muchia VB este luat un punct B_1 , astfel încât $\frac{VB_1}{B_1B} = \frac{1}{2}$.

Prin punctul B_1 este dus planul α paralel bazei ABC , care intersectează muchiile VA și VC respectiv în punctele A_1 și C_1 . Calculați perimetrul și aria secțiunii $A_1B_1C_1$, dacă $AB = 10 \text{ cm}$, $BC = 16 \text{ cm}$ și $AC = 10 \text{ cm}$.

Desen:

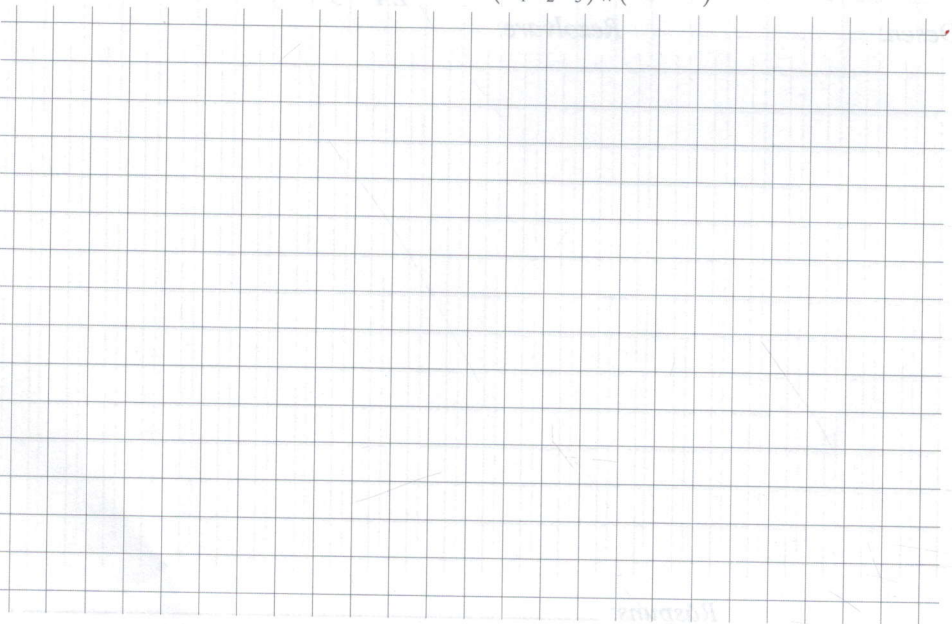
Rezolvare:



Răspuns: _____

Suplimentar:

Considerăm un cub $ABCD A' B' C' D'$ și notăm cu O_1, O_2, O_3 centrele fețelor $ABB' A'$, $BCC' B'$ și respectiv, $ABCD$. Demonstrați că $(O_1 O_2 O_3) \parallel (DA' C')$.



Data: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

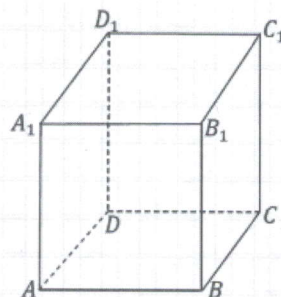
1. Fie cubul $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ în care $AC \cap BD = \{O\}$, iar $AB = 6$ cm. Utilizând desenul, identificați și calculați:

a) $d(A, [D_1 C_1]) =$ _____

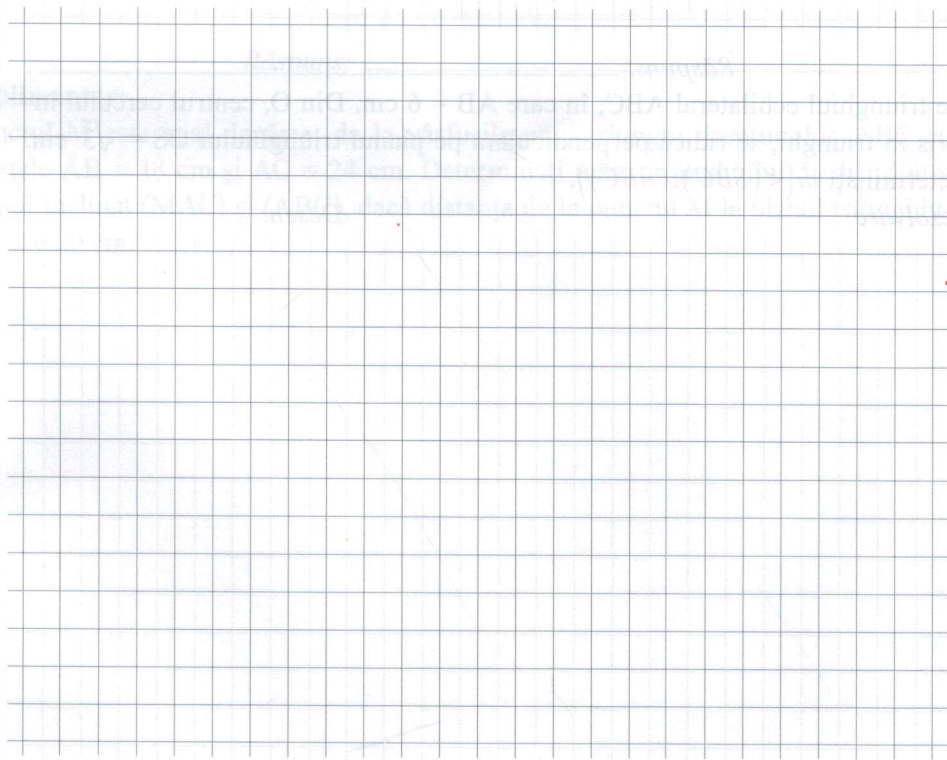
b) lungimea diagonalei cubului _____

c) $pr_{(A_1 B_1)} [BC_1] =$ _____

d) $\sin(\angle(AC_1, (ABC))) =$ _____



2. În baza desenului de la itemul 1, demonstrați că $(ADC_1) \perp (A_1 D_1 C)$.



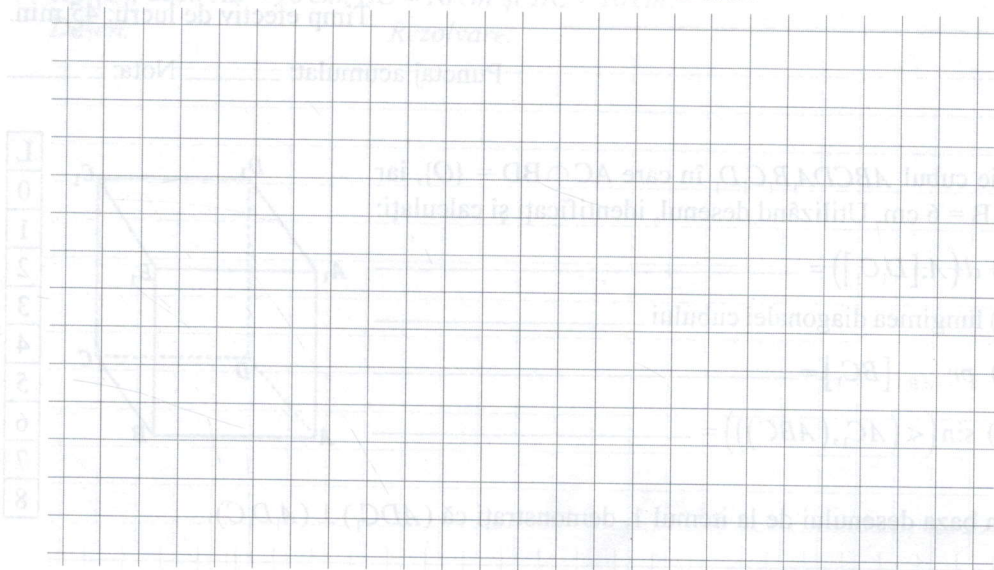
L
0
1
2
3
4
5
6
7
8

L
0
1
2
3
4

3. Fie dat un plan α . Dintr-un punct M exterior planului, se duce oblica MA și perpendiculara pe plan MO, astfel încât $A, O \in \alpha$. Să se afle lungimea oblicei MA, dacă ea formează cu OM un unghi cu măsura de 30° și $MO = 4$ cm.

Rezolvare:

Desen:

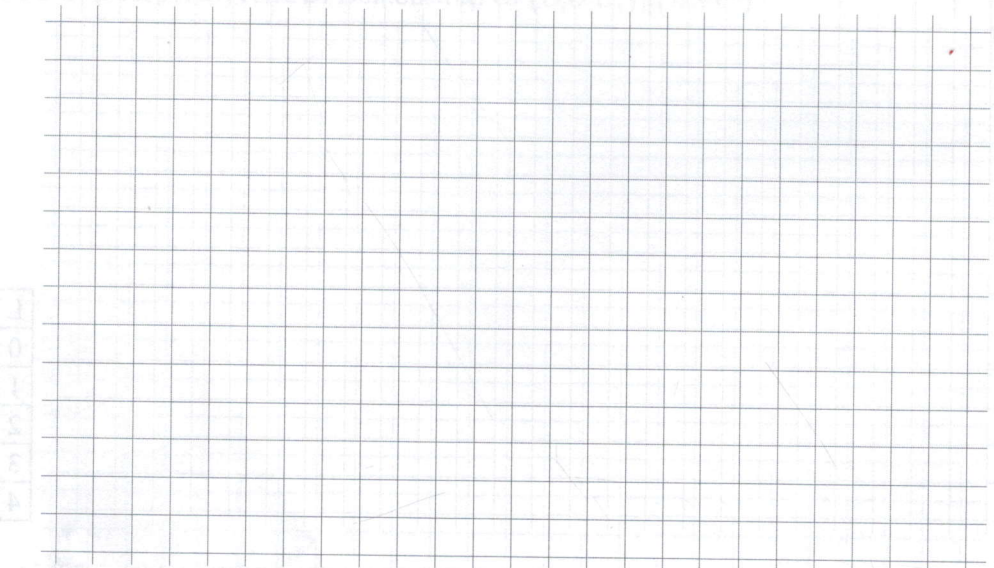


Răspuns: _____

4. Fie triunghiul echilateral ABC, în care $AB = 6$ cm. Din O, centrul cercului înscris în triunghi, se ridică perpendiculara pe planul triunghiului $OS = \sqrt{3}$ cm. Determinați $m(\angle SBC; \angle ABC)$.

Rezolvare:

Desen:

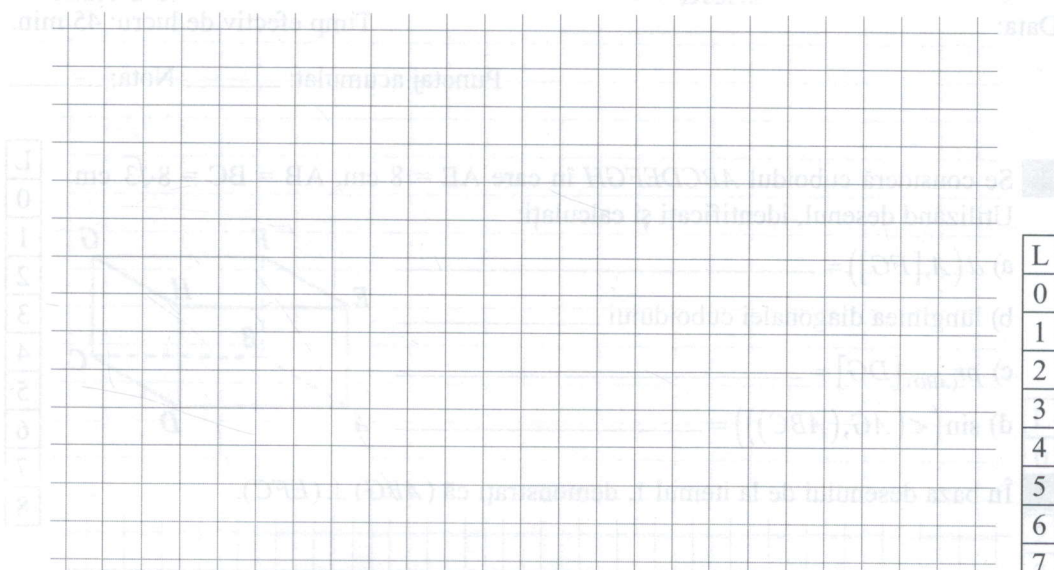


Răspuns: _____

5. Din vârful B al dreptunghiului ABCD, cu $AB = 4$ cm și $BC = 10$ cm, se ridică perpendiculara VB pe planul dreptunghiului. Determinați distanța de la V până la latura AD și sinusul unghiului format de VD cu planul ABCD, dacă $VB = 5$ cm.

Rezolvare:

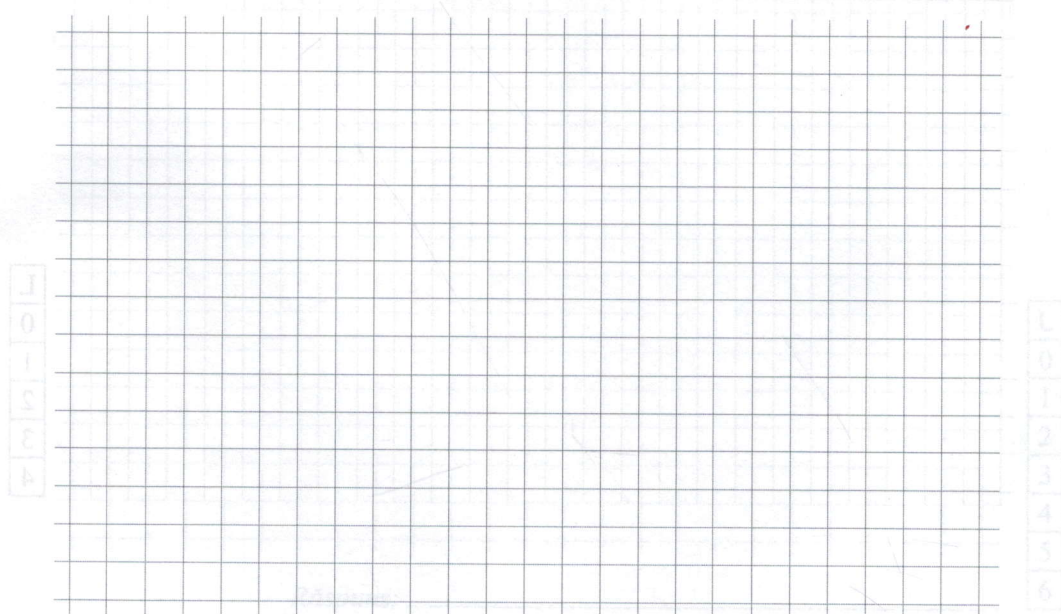
Desen:



Răspuns: _____

Suplimentar:

Punctul M este egal depărtat de la vârfurile unui triunghi dreptunghic ABC cu catetele $AB = 18$ cm și $AC = 24$ cm. Determinați măsura unghiului diedru dintre planul înclinat (MAC) și (ABC), dacă distanța de la punctul M la planul triunghiului este 20 cm.



Data: _____

Timp efectiv de lucru: 45 min.

Punctaj acumulat: _____ Nota: _____

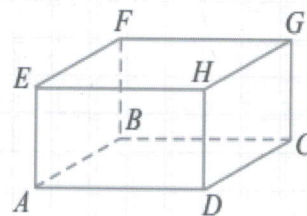
1. Se consideră cuboidul $ABCDEFGH$ în care $AE = 8$ cm, $AB = BC = 8\sqrt{3}$ cm. Utilizând desenul, identificați și calculați:

a) $d(A, [FG]) =$ _____

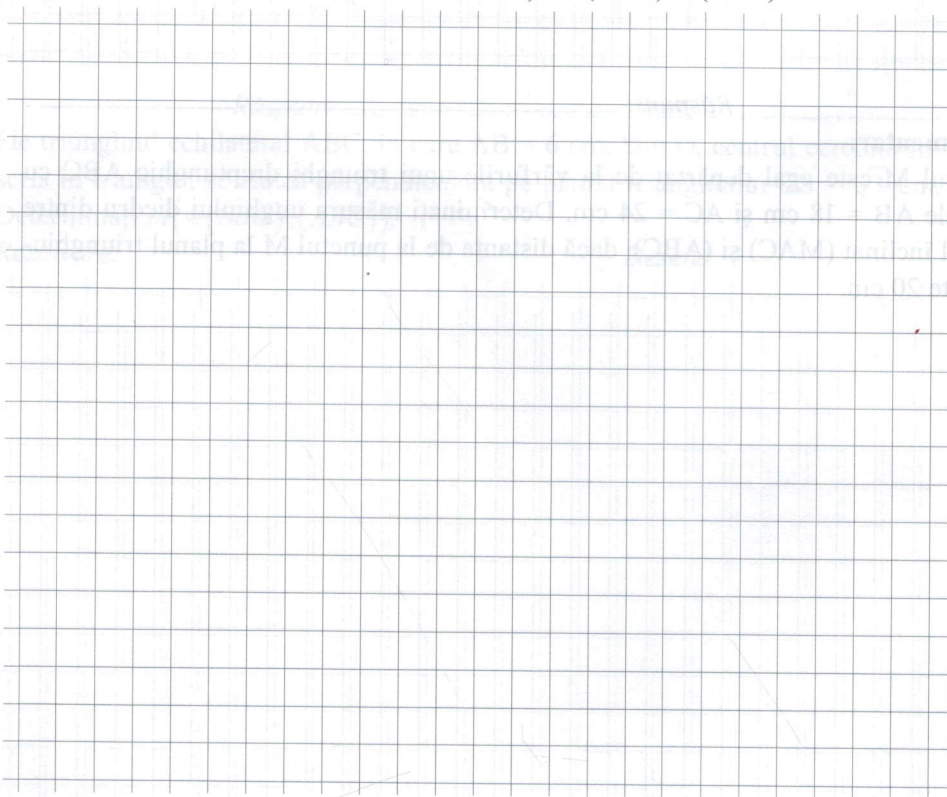
b) lungimea diagonalei cuboidului _____

c) $pr_{(AHD)}[DG] =$ _____

d) $\sin(\angle(AG, (ABC))) =$ _____



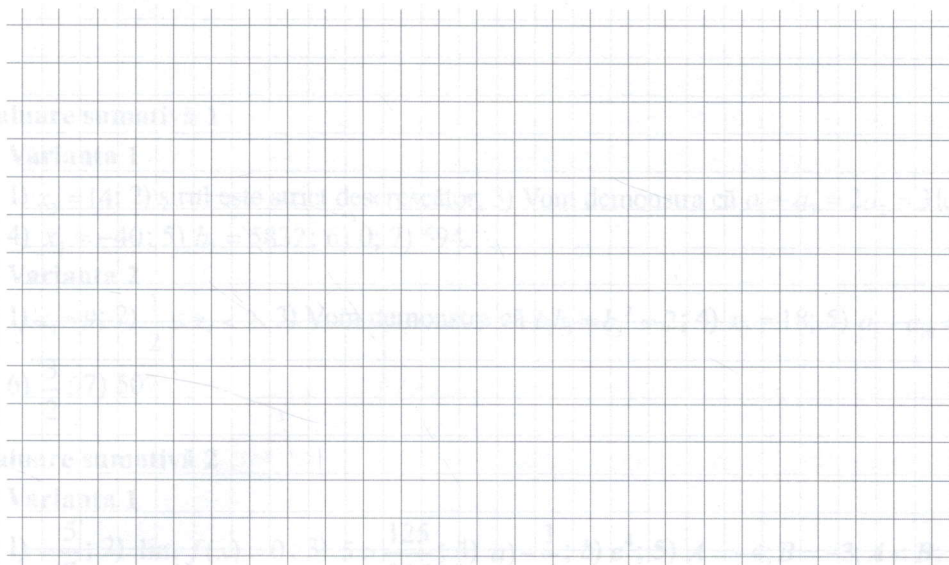
2. În baza desenului de la itemul 1, demonstrați că $(ABG) \perp (EFC)$.



3. Fie dat un plan α . Dintr-un punct M exterior planului, se duce oblica MB și perpendiculara MO, astfel încât $B, O \in \alpha$. Să se afle lungimea perpendicularei MO, dacă ea formează cu oblica BM un unghi cu măsura de 30° și $MB = 6$ cm.

Rezolvare:

Desen:

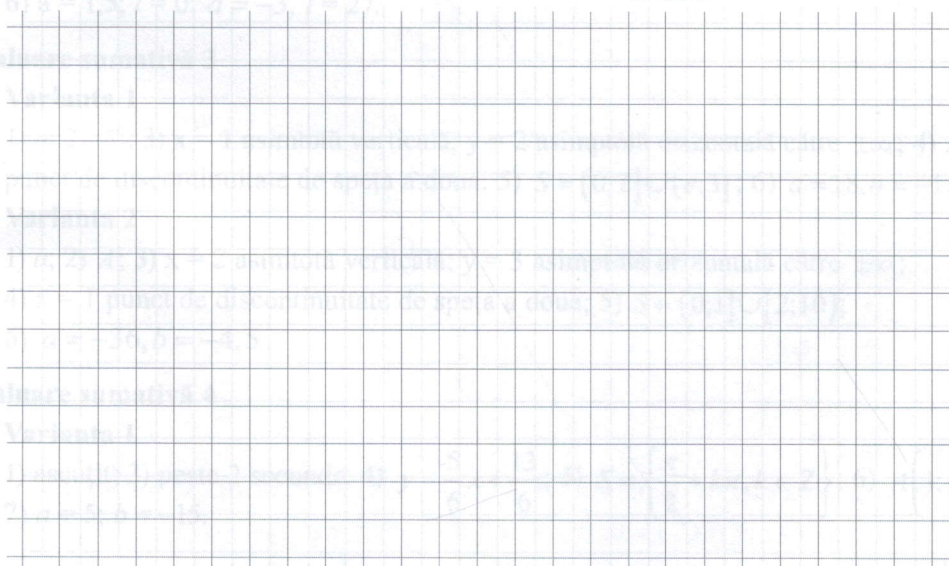


Răspuns: _____

4. Fie dat pătratul ABCD în care $AC \cap BD = \{O\}$ și $AC = 8\sqrt{2}$ cm. Din punctul O se ridică perpendiculara $VO = 4\sqrt{3}$ cm pe planul pătratului. Dacă M este mijlocul muchiei BC, determinați $m \angle (VBC); (ABC)$.

Rezolvare:

Desen:



Răspuns: _____

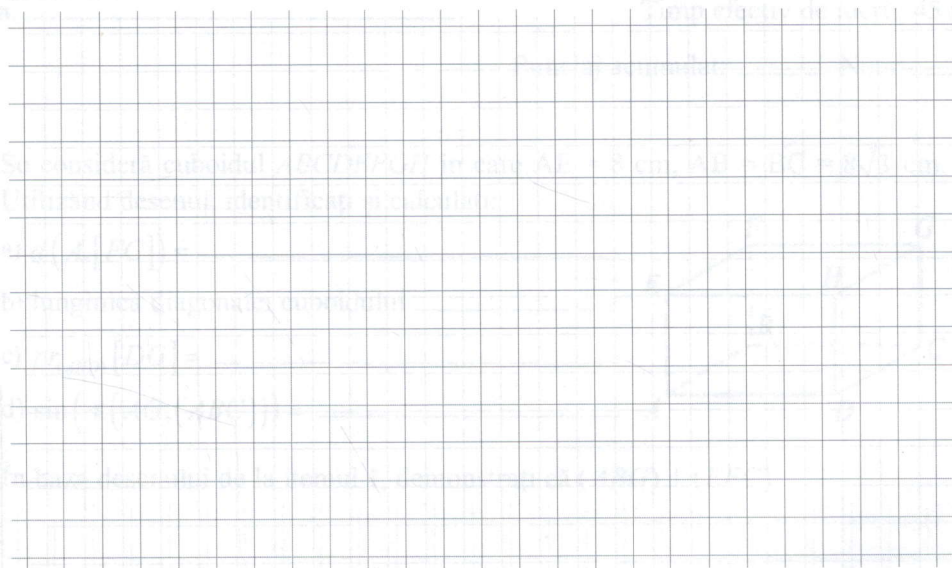
L
0
1
2
3
4

L
0
1
2
3
4
5
6

5. Din vârful A al triunghiului ABC, cu $AB = AC = 5$ cm, $BC = 6$ cm, se ridică perpendiculara VA pe planul triunghiului. Determinați distanța de la V până la latura BC și sinusul unghiului format de VC cu planul ABC, dacă $VA = 2$ cm.

Rezolvare:

Desen:



Răspuns: _____

Suplimentar:

Determinați distanța de la un punct V până la planul rombului ABCD cu latura de 12 cm și un unghi de 60° , dacă unghiurile diedre dintre toate planele înclinate (VAB), (VAD), (VCD), (VBC) și planul rombului sunt de 30° .

